0 093137 320004

09-31-37-32
(161.3)

+1 лист

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант А-3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы Горы
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Смирновой Артёма Денисовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«7» апреля 2024 года

Подпись участника

80 (восемьдесят) ~~ЛБ~~ [signature]

09-31-37-32
(161.3)

Черновик 1

Альфа: v_A

$\xleftarrow{3 м/с.}$

$S = t$

$675 \times 6 = 4050$

$(t-300)$ сек.

$(v_A - 3)(t-300) = S + 700$

Бета. $v_Б$ $\xleftarrow{3 м/с.}$

t сек

$(v_Б - 3)t = S$

$S_{б.1} = v_A \cdot (t-300)$

$675 \times 3 = 2025$

$(v_A)(t-300) - 3(t-300) = S + 700$

$= \cancel{S} + 3t + 1600$ п.

$S_{б.2} = v_Б \cdot t.$

$v_Б t = S + 3t.$

$675 \times 6 = 50$

$f(2024) - ?$

+6.

$f(x) = |2x+3| - |2x+1| + 4$

$x \in [-2;0]$

$f(x)+4 \le f(x+2) \le f(x-1)+6$

$x \in Z:$ $f(x+3) \le f(x)+6$

$f(x+2) \ge f(x)+4.$

$f(x) - f(x-1) \le 2.$

$4048 + 6 = 4054$

$675 \cdot 6 = 4050$

$f(x+3) - 6 \le f(x+2) - 4$

$f(x+3) \ge f(x+1)+4$

$f(x)+6 \ge$

$f(x+3) - f(x+2) \le 2.$

4054

$f(x) - f(x+1) \ge 2$

$f(-1) + 6 \cdot 675$

$2022 : 3 = 674.$

$f(-2) = 1 - 3 + 4 = 2.$

$f(x+1) - f(x) \le 2.$

$f(x) - f(x+1) \ge -2$

$f(1) \le 8$

$f(-1) = 1 - 1 + 4 = 4$

$2022 : 3 = 674$

$f(0) = 3 - 1 + 4 = 6.$

$-2:$

$f(1) \ge f(-1) + 4 = 8.$

$=> f(1) = 8.$

$f(k) = 2(k+3)$ ~~$f(3) \le 12$~~

$f(3) \ge$

$f(-1+3) \le 4+6$

$=> f(2) = 10.$

$k = 675$

$2 \cdot 2027$

$f(0+2) \ge 6+4.$

~~$f(2024 - 3 \cdot k) \le$~~

~~$f(x+2)$~~

~~$f(2024 - 3$~~

$f(2024) \le f(2021) + 6 \le \ldots \le$

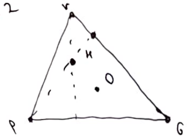
$f(2024) \le f(2024 - 3 \cdot k) + 6 \cdot k.$

$f(2024) \ge f(2024 - 2 \cdot k) + 4 \cdot k.$ $\ge f(0) + 4 \cdot 1012.$

$f(2024) \le f(-1) + 6 \cdot 675$

09-

$\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{2}$ Черновик 2



$18\cos(2\cos x) + 18\cos 2x + 8 = \pi^2$

$S_{oup} = 25$

$S_{ouv} = 13$

$S_{ouб} - ?$

~~$18\cos(2t) + 18\cdot(1-\cos$~~

$t = \cos x$:

$\cos^2 x - \sin^2 x$ ~ $1 - \cos^2 x$

$(t^2 + \cos^2 t)' = 2t + 2\cos t(-\sin t) = 2t - \sin(2t) \ ? \ 0.$

$2t \vee \sin 2t.$

$t<0$: $t \le 0$:

$0 < \quad < \frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{2} < \quad < 0$

$-\frac{\pi}{2} < \ldots < -\frac{\pi}{4}$

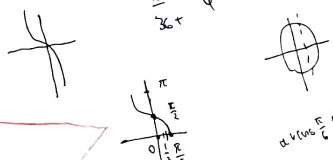
$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi^2}{36} + \quad \frac{3}{4}$

$\cos m = 1$

$m = 2\pi k.$

$\frac{3\pi}{2}$



$\arccos\frac{\pi}{6} \quad \arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$

$> \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} > \frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{6} \vee \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\pi \vee 3\sqrt{3}$

$-\frac{\pi}{2} < \quad < \pi$

$\frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{4} < 2\pi$

$-\pi < \ldots < -\frac{\pi}{2}$

$1+\pi <$

$\pi < \frac{3\pi}{2} < \frac{5\pi}{3}$

$\frac{\pi}{6} > \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\pi \vee 3\sqrt{2}$

$\arccos\left(\frac{\pi}{2}\right) \vee \frac{\pi}{4} > \frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{6} > \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{6} < \frac{\sqrt{3}}{2}$

09-31-37-32
(1613)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик 1

Задача 1.

Пусть v_a - скорость модели альфа; $v_б$ - скорость модели бета.

Время нахождения бета в воздухе: t (сек.); путь, пройденный бета в воздухе: S (м.)

Тогда имеем:

$$\begin{cases}(v_\alpha - 3)(t-300) = S+700 \\ (v_б - 3)t = S\end{cases}$$

$v_\alpha - 3$ и $v_б - 3$ ← скорости аппаратов с учётом встречного ветра

$\Rightarrow v_\alpha(t-300) = S+700+3(t-300) = S+3t-200$ (м.)

$v_б t = S+3t$

Отметим, что $v_\alpha(t-300)$ ← пройденное альфой расстояние при безветренной погоде; $v_б\cdot t$ - аналогично

$v_б\cdot t - v_\alpha(t-300) = (S+3t)-(S+3t-200) = 200$ м.

$\Rightarrow$ модель бета пролетит на 200 м. дальше.

Ответ: модель бета пролетит большее расстояние и ~~пролетит~~ пролетит больше на 200 метров.

Задача 2.

$f(-2) = |-4+3| - |-4+1| + 4 = 1 - 3 + 4 = 2$

$f(-1) = |-2+3| - |-2+1| + 4 = 1 - 1 + 4 = 4$

$f(0) = 3 - 1 + 4 = 6$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик 2

$f(2024) \leq f(2024-3)+6\cdot 1 \leq f(2024-3\cdot 2)+6\cdot 2 \ldots\ldots$

$\Rightarrow f(2024) \leq f(2024-3\cdot K)+6\cdot K$, где $K \in \mathbb{N}$.

$2025 = 3\cdot 675$

$\Rightarrow f(2024) \leq f(-1)+6\cdot 675 = 4+6\cdot 675 = 4+4050 = 4054$

$f(2024) \geq f(2024-2\cdot 1)+4 \geq \ldots\ldots$

$\Rightarrow f(2024) \geq f(2024-2\cdot K)+4\cdot K$, где $K \in \mathbb{N}$.

$\Rightarrow f(2024) \geq f(0)+4\cdot 1012 = 4048+6 = 4054$

$2024 = 2\cdot 1012$

$\Rightarrow f(2024) = 4054$

Ответ: 4054

Задача 3.

$\cos(x+\cos x)\cdot\cos(x-\cos x) = \dfrac{\cos((x+\cos x)+(x-\cos x)) + \cos((x+\cos x)-(x-\cos x))}{2} =$

$= \dfrac{\cos 2x + \cos(2\cos x)}{2} = \dfrac{2\cos^2 x - 1 + \cos(2\cos x)}{2}$

$\Rightarrow$ имеем $18(2\cos^2 x - 1 + \cos(2\cos x)) = \pi^2 - 9$

$t = \cos x$: $18(2t^2 - 1 + 2\cos^2(\cos x) - 1) = \pi^2 - 9$

$18(2t^2 - 1 + 2\cos^2 t - 1) = \pi^2 - 9$

$36t^2 + 36\cos^2 t = \pi^2 + 27$

$t^2 + \cos^2 t = \dfrac{\pi^2+27}{36}$

Рассмотрим $f(t) = t^2 + \cos^2 t$

09-31-37-32
(161.3)

Чистовик 3

$f'(t) = 2t + 2\cos t(-\sin t) = 2t - \sin(2t)$

Как мы знаем $m > \sin m$ при $m > 0$; $m < \sin m$ при $m < 0$ и $m = \sin m$ при $m = 0$ (Например, т.к. $(m - \sin m)'_m = 1 - \cos m \Rightarrow$ $g(m)$ ф-ция неубыв. и имеет экстремумы в т. $2\pi k$; $g(0) = 0$, дальше возр., до - убывание).

$\Rightarrow f'(t) < 0$ при $t < 0$

$f'(t) > 0$ при $t > 0$

$f'(t) = 0$ при $t = 0$

$\Rightarrow$ у ур-ния $f(t) = \dfrac{\pi^2+27}{36}$ доск. найти, 1 корень ($f(-t) = f(t)$, и у исх. ур-ния 2 корня: t_0 и $-t_0$ в силу четности функции.

$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\pi^2}{36} + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi^2}{36} + \dfrac{3^{9}}{4} = \dfrac{\pi^2+27}{36}$

$\Rightarrow$ исх. ур-ние р-но:

$\begin{cases} \cos x = \frac{\pi}{6} \\ \cos x = -\frac{\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\arccos\frac{\pi}{6} + 2\pi k_1, \ k_1 \in \mathbb{Z}. \ (1) \\ x = \pm\arccos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2\pi k_2, \ k_2 \in \mathbb{Z}. \ (2) \end{array}\right.$

~~Подх. корни~~: $0 < \arccos\left(\frac{\pi}{6}\right) < \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} < \arccos\left(-\frac{\pi}{6}\right) < \pi$

Среди корней вида (2): подх. $\arccos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ и $2\pi - \arccos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$, т.к. длина отрезка $< 2\pi \Rightarrow$ там на 1 корень max. каждого вида.

Их сумма: 2π.

Среди корней вида (1): сравн. $\frac{\pi}{6} \vee \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\pi \vee 3\sqrt{2}$

$\pi^2 \vee 18$

$\pi < 4 \Rightarrow \pi^2 < 16 < 18$

$\Rightarrow \frac{\pi}{6} < \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \arccos\frac{\pi}{6} > \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow$ ~~макс~~ $\frac{\pi}{4} < \arccos\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{2}$ — подх.;

~~Подх.~~ $-\frac{\pi}{2} < -\arccos\frac{\pi}{6} < -\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{2} < -\arccos\frac{\pi}{6} + 2\pi < \frac{7\pi}{4}$

Чистовик 4

$\Rightarrow$ ~~т.к.~~ $\cancel{\frac{3\pi}{2} > \frac{5\pi}{3}}$ $\frac{3\pi}{2} < \frac{5\pi}{3}$

$2\pi - \arccos\frac{\pi}{6} \vee \frac{5\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3} \vee \arccos\frac{\pi}{6}$

$>$

$\cancel{\frac{\pi}{6} < \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \arccos\frac{\pi}{6} > \frac{\pi}{6}}$

$\frac{\pi}{6} > \frac{1}{2} \Rightarrow \arccos\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3}$ $\leftarrow$ $\arccos\frac{1}{2}$.

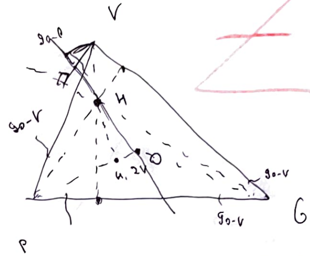
$\Rightarrow$ среди корней (1) наиб. меньший $\arccos\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow$ итоговая сумма $2\pi + \arccos\frac{\pi}{6}$.

Ответ: $2\pi + \arccos\frac{\pi}{6}$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик 3



$S_{OHP} = 25$

$S_{OHV} = 13$

S_{OHG} -?

~~Черн~~

$\angle HPO = \angle P - 2(90-V) = \cancel{\angle P+2} \; P+2V-180$

$S = \frac{1}{2} PH \cdot PO \cdot \sin(P+2V-180^\circ) = -\frac{1}{2} PH PO \sin(P+2V) = 25$

$-\frac{1}{2} HV\, VO \sin(V+2P) = 13$

$\sin(\alpha - 180^\circ) = \sin\alpha \cdot \cos 180$

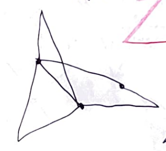
$PH \sin(P+2V)$

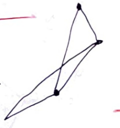
$-\frac{1}{2} OG\, GH \sin($

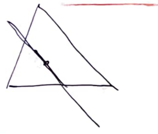
$-\frac{1}{2} \cancel{OG}\, GH \sin(G+2V)$

$V - 2(90-P) =$
$= V+2P$

GH







$\frac{1}{2} HO \cdot \rho(V; HO) = 25$

$\frac{1}{2} HO \cdot \rho(P; HO) = 13$

$\frac{\rho(V; HO)}{\rho(P; HO)} = \frac{25}{13}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Черновик 4

x^2+px+q

y_0

$x_0+y_0=2022$

$x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{p}{2}$

AB → min

$x_1=\frac{-p+\sqrt{D}}{2}$

$x_2=\frac{-p-\sqrt{D}}{2}$

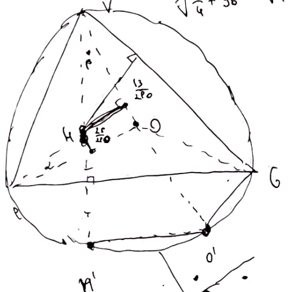
$p^2-4q\to\min$

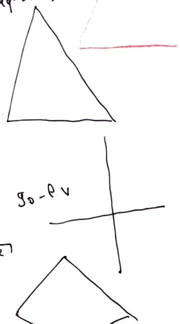
$\sqrt{\frac{p^2}{4}+y_0^2}$

[OHP] = 25

[OHV] = 13

[OHG] - ?





y_0-PV

$H_0=\sqrt{\left(\frac{25}{2PO}\right)^2+(\ )^2}$

$\frac{p^2-4q}{4}=x_b^2+2y_bq+q^2=$

$=x_b^2-2(-2022-x_b)\ldots$

$x_b+y_b=-2022$

$x_b=-q$

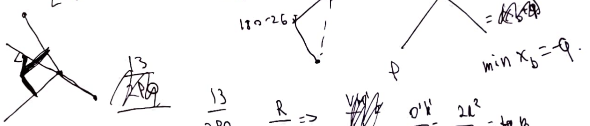
$y_b=-2022+q$

$\rho(H,GO)$-?

∠HGO

26

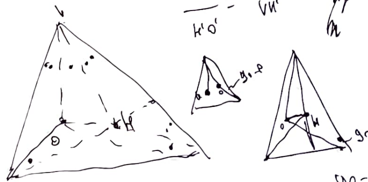
180-26



min $x_b=-q$.

$\frac{\frac{13}{2PO}}{H'O'}=\frac{R}{VH'}$ => $\frac{O'H'}{VH'}=\frac{2R^2}{13}=tg\,\beta$

$=tg\,\alpha$



$90-P+90-V\,(x_b+q)^2+4044$

180 −

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задача 4. Чистовик 5

$S_{PHO}=\frac{1}{2}\cdot PO\cdot\rho(H;PO)$

↑ расстояние от H до PO

$S_{OHV}=\frac{1}{2}VO\cdot\rho(H;VO)$

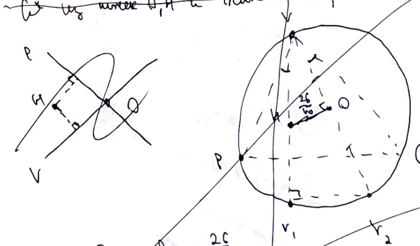
↖ расстояние от V до PO

=> $\rho(H;PO)=\frac{2\cdot25}{PO}=\frac{50}{PO}$

$\rho(H;VO)=\frac{2\cdot13}{VO}=\frac{26}{VO}$

PO=VO=GO=R.

~~Имеем также ситуацию: из некоторой точки H мы опустили 2 перпендикуляра на PO и VO и знаем их длины. Но сим-ник, … из точек O, H и опустили перп-ки из H …~~



Из подобия: $\frac{R}{VV_1}=\frac{\frac{26}{R}}{V_1V_2}$ => $\frac{V_1V_2}{VV_1}=\frac{26}{R^2}=tg\,V_1VV_2=\cancel{tg(\angle V-2(90^\circ-\angle P))}=$

$=tg\,VHO$

$\cancel{=tg(\angle V+2\angle P-180^\circ)}$

~~аналогично~~ $\cancel{tg(\angle P-2(90^\circ-\angle V))}=\frac{50}{R^2}=\cancel{tg(2\angle P+2\angle V-180^\circ)}$

$\cancel{\Rightarrow tg(\angle G-2(90^\circ-}$

~~аналогично tg~~ $PHO=\frac{50}{R^2}$

Черновик 5

$p_1^q p_2^q \dots$

$p_1^{k_1}$ $p_1^{k_2}$ $3^p \cancel{=11^q}$ $p, q \in \mathbb{N}$.

$q: x_D = -q$

$y_D = -2022 + q$.

$p^{k_1} = q^{k_2}$. $k_2 \vdots k_1$

m - неч.

неч.

$$\left(-\frac{p}{2}+q\right)^2 + 4044q = \frac{p^2}{4} - 4q.$$

$(2m+1)^p = (m^2+2)^q$

$m \neq 0$ ×.

p_1^{kp} p_1^{kq} $\cancel{\frac{p^2}{4}} - pq + q^2 + 4044q = \cancel{\frac{p^2}{4}} - 4q$

$m = 1$:

$q - p = -4048$. $3^p =$

$m = 1$

~~m = 2k~~:

$2011 \mid 3$, 337

$k p$.

$\left|2[\operatorname{tg}\alpha]+1\right|^x = [\operatorname{tg}\alpha]^2 + 2$

$m = 3$:

$7^p = 11^q$

$\alpha \in \mathbb{Z}$.

$m = 5$

$(2m+1; m^2+2) \neq 1$.

$p \in \mathbb{N}$ $11^p = 27^q$.

$(1\ (m^2+2; m^2-2m+1)$

$p_1^{\alpha_1}$ $p_1^{\alpha_2}$ все a: рац. реш x.

$x = \frac{p}{q}$ $m = 7$:

$p \in \mathbb{N}$ $q \in \mathbb{N}$.

$-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$:

$m^2 + 2 = 2mp + p$.

$15^p = 50^q$

$p_1^{q'}$ $q\alpha_1 = p\alpha_2$

$[\operatorname{tg}\alpha] = m$

$m = 9$:

$\alpha_1 \vdots p$

$\alpha_2 \vdots q$

1) $[\operatorname{tg}\alpha] \geq 0$: $= m$

$(2m+1)^x = m^2 + 2$.

$19^p = 83^q$.

$m = 11$

$23^p =$

$(2m+1)^p = (m^2+2)^q$ ← q - нат.

$x = 2$: $4m^2 + 4m + 1 = m^2 + 2$

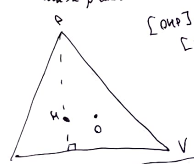
$3m^2 + 4m - 1 = 0$.

или и p нат

длина изм. ∈ прям.

$[OHP] = 25$

$[OHV] = 13$



$(m^2+2; (m-1)^2) \neq 1$.

$m = 1$

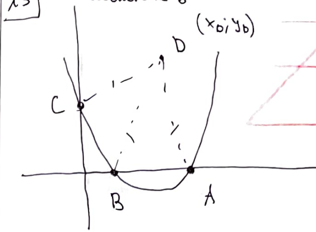
$(m^2+2) = (2m+1)^t$.

$m^2 + 2 = (2m+1)^t$. $t \in \mathbb{N}$.

$\boxed{m^2+2 = (2m+1)^1}$

$t \dots$ $m = \pm 1$.

№5 Чистовик 6



Не у. общн: $x_A > x_B$.

$$x_A = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$x_B = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$|AB| = x_A - x_B = \sqrt{p^2 - 4q} \to \min.$$

$x_C = 0$

$y_C = y(0) = q$ $\Rightarrow$ $CD^2 = x_D^2 + (y_D - q)^2$

$$x_D = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ (т.к. р-на от A и B)} = -\frac{p}{2}$$

$\boxed{x_D + y_D = -2022}$

$$BD^2 = AD^2 = \frac{p^2 - 4q}{4} + y_D^2 = x_D^2 + (y_D - q)^2$$

$$\Rightarrow \frac{p^2 - 4q}{4} = x_D^2 - 2y_D q + q^2 = x_D^2 - 2(-2022 - x_D)q + q^2 =$$

$$= (x_D + q)^2 + 4044q = \left(-\frac{p}{2} + q\right)^2 + 4044q = \frac{p^2}{4} - pq + q^2 + 4044q$$

$$\Rightarrow -q = -pq + q^2 + 4044q$$

$$-1 = -p + q + 4044 \Rightarrow q - p = -4045$$

$q = p - 4045$

$$|AB| = \sqrt{p^2 - 4(p - 4045)} = \sqrt{(p-2)^2 + 4 \cdot 4044} \Rightarrow \min \text{ при } p = 2.$$

$q = -4043$.

Пример случай реализуется: к-нат D: $(-1; -2021)$

$$x_A = \frac{-2 + \sqrt{4 \cdot 4044}}{2}$$

$$x_B = \frac{-2 - \sqrt{4 \cdot 4044}}{2}$$

$\Rightarrow |AB| \geq 4\sqrt{1011}$.

Ответ: $\min(AB) = 4\sqrt{1011}$

Задача 16:

Черновик 6

Положим $m = [t/2] \in \mathbb{Z}$.

1) $m \geq 0$:

$(2m+1)^x = m^2+2.$

$x = \frac{p}{q}$; $p, q \in \mathbb{N}$ ($x \geq 0$, $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$) и $(p;q)=1$.

$(2m+1)^p = (m^2+2)^q$ (очевидно, что $p \geq 0$)

С ~~другой~~ стороны $(2m+1)^{(p/q)} = m^2+2$

$2m+1 \in \mathbb{Z}$. и $m^2+2 \in \mathbb{Z}$

Посмотрим на одинаковые простые числа p_i в разложении $2m+1$ и его на в m^2+2: ~~$2m+1 = p_1^{\alpha_1} \cdot \ldots$~~ имеем:

~~$m^2+2 = p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots$~~

$\alpha_i \in \mathbb{Z}$.

~~Степень вхождения числа в $(2m+1)^p = (4t+2)^p$ есть 2^p~~

~~в $(m^2+2)^q$ есть~~

Посмотрим на одинак. простые числа в разлож. $2m+1$ и m^2+2:

$2m+1 = p_1^{\alpha_1} \cdot \ldots$

$m^2+2 = p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots$

$\alpha_1 p = \alpha_2 q$; $(p,q)=1$

$\Rightarrow \alpha_1 \vdots q$ | $\alpha_1 = k_1 q$

$\alpha_2 \vdots p$ | $\alpha_2 = k_2 p$ для $\forall\, \alpha_i$.

Вынесем все p_i^{pq} из р-ства и получим:

$(p_1^{k_1} \cdot \ldots \cdot p_n^{k_n})^p = \ldots$

$k_1 \cdot p = k_2 \cdot q$

Черновик 7

$(2m+1)^p = (m^2+2)^q$ $p/q \in \mathbb{Z}$.

$2m+1 = k_1^p$

$m^2+2 = k_1^q$

$2m+1 = k_1^q$

$m^2+2 = k_2^p$

$k_1^p \vdots 1$

$k_1^q \vdots 2$

$(k_1^q)^{\frac{p}{q}} = k_2^p$

$m^3 = p$

$m = 2k+1$

$(4k+2)^q$

$k_1 = k_2 \Rightarrow$

$2^q = 2^p.$

2^4 2^3

$\frac{p}{q} \in \mathbb{Z}.$

$\frac{p}{q}$ не цел.

m - нен:

$(m^2+2, 2m+1) = (m^2+2; (m-1)^2) = t^2.$

$k_1^p = k_2^q$

$m^2+2 = p$

$\frac{p}{q}$

$m^2+2 \vdots t^2$

$m = 2k+1.$

k_1

$(p;q)=1.$

$(2m+1)^p = (m^2+2)^q$

$m^2+2 = k(m-1)^2 =$

$= km^2 - 2mk + k.$

$m > 1$:

$(m^2+2; (m-1)^2) > 1.$

16

Чистовик 7.

пусть $m = [\operatorname{tg}\alpha] \in \mathbb{Z}$.

1) $m \geq 0$:

$(2m+1)^x = m^2+2$

$x = \frac{p}{q}$; $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow p \in \mathbb{N}$

$(2m+1)^p = (m^2+2)^q$

1.1) $\frac{p}{q} \in \mathbb{N}$:

$(2m+1)^{\frac{p}{q}} = m^2+2$

м-член четн. степени со свободным членом 1

$\Rightarrow$ его возможные корни есть ± 1 / делители свобод. старшего коэффиц.

$\Rightarrow$ единств. возм. корень $m=1$:

$3^p = 3^q$ – реш. $\exists$. $\Rightarrow$ $1 \leq \operatorname{tg}\alpha < 2$ и т.д.

$\frac{\pi}{4} \leq \alpha < \operatorname{arctg} 2$

1.2) $\frac{p}{q} \notin \mathbb{N}$:

$(p;q)=1 \Rightarrow \begin{cases} 2m+1 = k_1^p \\ m^2+2 = k_1^q \end{cases}$

$\Downarrow$

~~$(m+1)^2+2 = k_1^p + k_1^q$~~

$2m \overset{k_1}{\equiv} -1$

$m^2 \overset{k_1}{\equiv} -2$

$m^2 \overset{k_1}{\equiv} 4m$, но т.к. k_1 простое

$\Rightarrow m \overset{k_1}{\equiv} 4$

$\Downarrow$

$2 \cdot 4 + 1 \overset{k_1}{\equiv} 0$

$k_1 = \cancel{1}, 3, 9$.

$2m+1 = 3^p$ не подх., иначе $m^2 \overset{3}{\equiv} -1$, чего не бывает.

Черновик 8

$2m+1 = k_1^p$

$m^2+2 = k_1^q$

~~$(m+1)^2 = k_2 + k_1^q - 2$~~.

$(m+1)^2+2 = k_1^p + k_1^q$

$(k_1^q+1)^2+2$

$2m \equiv -1$

$m^2 \equiv -2$

$m^2 \equiv 4m$

$m(4-m)$

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

2) $m < 0$:

Черновик 9

$(1-2m)^{\frac{8}{9}} = m^2+2$