0 331859 490002

33-18-59-49
(163.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант А - 3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!“
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Гурова Егора Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«07» апреля 2024 года

Подпись участника

33-18-59-49
(163.1)

ЛИСТ УЧАСТНИКА

олимпиады школьников "ПОКОРИ ВОРОБЬЁВЫ ГОРЫ!"
2023/2024 учебного года

Математика

10070190189

ГУРОВ
ЕГОР АЛЕКСЕЕВИЧ

4 января 2007 г.
дата рождения

0 100701 901894

11 класс

Время и место проведения
заключительного этапа олимпиады:

Москва

Вс 07 Апр 2024 11:00
Москва
Ломоносовский проспект, д. 27, корп. 1

Гуров Егор Алексеевич,

ФИО полностью, подпись участника

33-18-59-49
(163.1)

Олимпиада школьников «Покори Воробьёвы горы!»

Математика. 11 классы. Заключительный этап 2023/2024 учебного года

Вариант А-3

1. На испытаниях беспилотных летательных аппаратов лучшими оказались две модели. При встречном ветре 3 м/с модель Альфа продержалась в воздухе на 300 секунд меньше модели Бета, но пролетела на 700 метров дальше. Какая из моделей пролетит большее расстояние при безветренной погоде и на сколько? Скорость каждой из моделей считать постоянной. Время нахождения модели в воздухе определяется только ее техническими параметрами и не зависит от погодных условий.

2. Найдите $f(2024)$, если $f(x) = |2x+3| - |2x+1| + 4$ при $x \in [-2; 0]$ и, кроме того, при всех целых значениях x выполняются неравенства

$$f(x+3) \le f(x) + 6 \quad \text{и} \quad f(x+2) \ge f(x) + 4.$$

3. Решите уравнение

$$36\cos(x + \cos x)\cos(x - \cos x) + 9 = \pi^2$$

и найдите сумму его корней, принадлежащих отрезку $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{3}\right]$.

4. В остроугольном треугольнике PVG обозначили точку пересечения высот через H, центр описанной окружности через O. Площади треугольников OHP и OHV равны 25 и 13 соответственно. Найдите площадь треугольника OHG.

5. Кривая, заданная уравнением $y = x^2 + px + q$, пересекает ось Ox прямоугольной декартовой системы координат в точках A и B, а ось Oy – в точке C (все три точки различны). Известно, что точка D равноудалена от точек A, B и C, а сумма ее координат равна (-2022). Найдите минимально возможную при данных условиях длину отрезка AB.

6. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$|2[\text{tg } a] + 1|^x = [\text{tg } a]^2 + 2$$

имеет рациональное решение x. Здесь, $[t]$ – целая часть числа t.

Апрель 2024 г.

Выполнять задания на титульном листе запрещается!

33-18-59-49
(163.1)

80 (восемьдесят)

Чистовик

№2

1) $f(x+3) \le f(x)+6 \Leftrightarrow f(x+6) \le f(x+3)+6 \le f(x)+12$

2) $f(x+2) \ge f(x)+4 \Leftrightarrow f(x+4) \ge f(x+2)+4 \Leftrightarrow$

$f(x+6) \ge f(x+4)+4 \ge f(x+2)+8 \ge f(x)+12$

3) Получаем, что $\begin{cases} f(x+6) \ge f(x)+12 \\ f(x+6) \le f(x)+12 \end{cases} \Leftrightarrow f(x+6) = f(x)+12$

4) Заметим, что $2024 = 2 + 6 \cdot 337 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(2024) = f(2) + 337 \cdot 12$ $\left.\begin{array}{l} f(2024) = f(2018)+6 \\ f(2018) = f(2012)+6 \\ f(2012) = f(2006)+6 \\ \vdots \\ f(8) = f(2)+6 \end{array}\right\} 337$

5) Найдем $f(2)$: $f(2) \le f(-1)+6 = 1-1+4+6 = 4+6 = 10$

$f(2) \ge f(0)+4 = 3-1+4+4 = 10$

$\Rightarrow f(2) = 10$

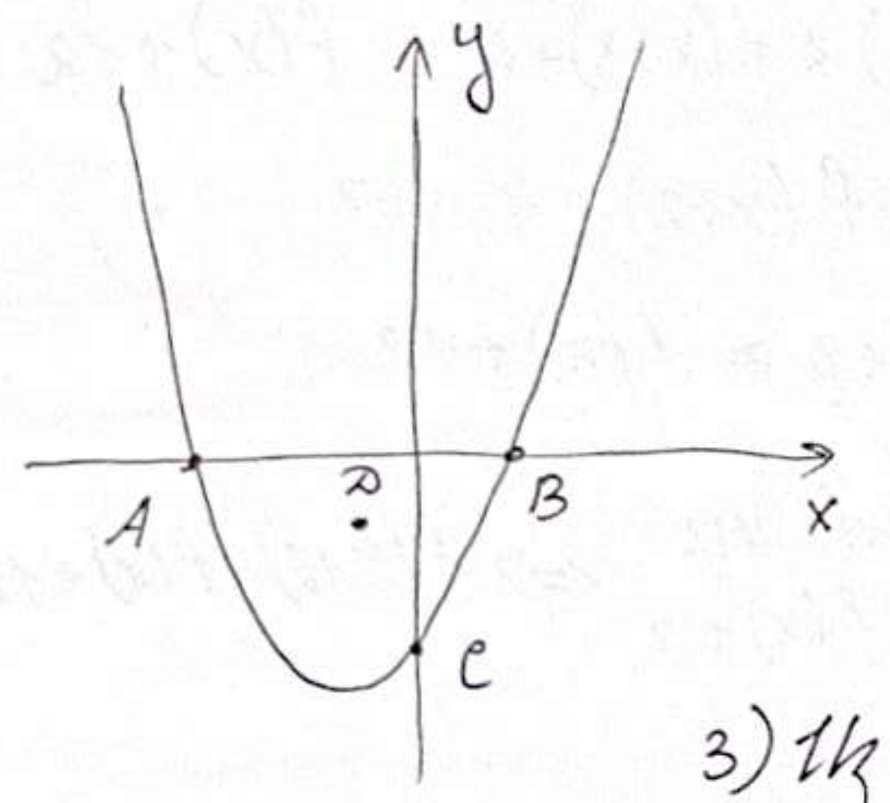
6) Тогда $f(2024) = 10 + 12 \cdot 337 = 4054$

Ответ: 4054

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

№5



1) Пусть x_1 и x_2 – корни $x^2+px+q=0$

2) Тогда, без ограничения общности:
т. $A(x_1;0)$ т. $C(0;q)$
т. $B(x_2;0)$ т. $D(x;y)$

3) Из условия: $x+y=-2022$
$AD=BD=CD$

4) $AD^2=(x_1-x)^2+y^2=BD^2=(x_2-x)^2+y^2=CD^2=x^2+(q-y)^2$

5) $AD^2=BD^2 \Leftrightarrow (x_1-x)^2=(x_2-x)^2$. Т.к $x_1 \neq x_2$ по условию, то $x_1-x=x-x_2 \Leftrightarrow 2x=x_1+x_2=-p$ (по т. Виета)

6) $x_1^2-2x_1x\overset{\pm x^2}{}+y^2=x^2+q^2-2qy+y^2$ $(AD^2=CD^2)$

7) Из п.5 и п.6: $x_1^2-x_1\cdot(x_1+x_2)+y^2+x^2=x^2+q^2-2qy+y^2$
$\Rightarrow -x_1x_2=q^2-2qy \Leftrightarrow -q=q^2-2qy$ (по т. Виета)

8) Если $q=0$, то $C(0;0)$, а $P(x)=x^2+px \Rightarrow x_1=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow A(0;0)$ получ пр-ие т.к $A \neq C$

9) $-q=q^2-2qy \Leftrightarrow q=2y-1$

10) $AB^2=(x_2-x_1)^2=x_2^2+x_1^2-2x_1x_2=p^2-4q \to min$

11) $p^2-4q=(-2x)^2-4\cdot(2y-1)=4x^2-8y+4$; $x+y=-2022$
$y=-x-2022$

$4x^2-8y+4=4x^2-8\cdot(-x-2022)+4=4x^2+8x+2022\cdot8+4$

12) Минимум в-ия п.11 при $x=\frac{-8}{8}=-1 \Rightarrow$

$min\ AB^2=4-8+4+2022\cdot8=16\cdot1011 \Rightarrow$

$min\ AB=4\sqrt{1011}$

Ответ: $4\sqrt{1011}$

33-18-59-49
(163.1)

Чистовик

№1

1) Пусть V_α – скорость альфы
V_β – скорость беты

2) α летит t секунд
β летит $t+300$ секунд (по условию)

3) $\Delta S=V_\alpha\cdot t-V_\beta\cdot(t+300)$

4) ~~Из усл-ия:~~ $\cancel{V_\alpha\cdot t=V_\beta\cdot(t+300)+700}$
Из усл-ия: $(V_\alpha-3)t=(V_\beta-3)(t+300)+700$

5) Тогда: $V_\alpha t-3t=V_\beta\cdot(t+300)-3t-900+700$
$\Leftrightarrow V_\alpha t-V_\beta(t+300)=-200м$

6) Т.к $|\Delta S|=200м$ и пролетит дальше модель беты.

Ответ: Бета пролетит больше на 200м

№3 Чистовик

$36\cos(x+\cos x)\cdot\cos(x-\cos x)+9=\pi^2 \quad /:9$

$4\cos(x+\cos x)\cdot\cos(x-\cos x)=\frac{\pi^2}{9}-1$

1) $\cos(x+\cos x)\cdot\cos(x-\cos x)=(\cos x\cdot\cos(\cos x)-\sin x\cdot\sin(\cos x))\cdot$

$\cdot(\cos x\cdot\cos(\cos(x))+\sin x\cdot\sin(\cos x))=\cos^2 x\cdot\cos^2(\cos x)-$

$-\sin^2 x\cdot\sin^2(\cos x)=\cos^2 x\cdot\cos^2(\cos x)-\sin^2(\cos x)\cdot(1-\cos^2 x)$

$=\cos^2 x\cdot(\cos^2(\cos x)+\sin^2(\cos x))-\sin^2\cos x=$

$=\cos^2 x-\sin^2\cos x.$

2) Тогда $4\cdot(\cos^2 x-\sin^2\cos x)=\frac{\pi^2}{9}-1$

3) Пусть $f(x)=\cos^2 x-\sin^2(\cos x)$

$f'(x)=2\cos x\cdot(-\sin x)-2\sin(\cos x)\cdot(\sin x(\cos x))'=$

$=-2\sin x\cos x-2\sin(\cos x)\cdot\cos(\cos x)\cdot(-\sin x)=$

$\sin x\cdot(2\sin(\cos x)\cdot\cos(\cos x)-2\cos x)=$

$=\sin x\cdot(\sin(2\cos x)-2\cos x)$

$g(x)=\sin(2\cos x)-2\cos x;\ g'(x)=\cos(2\cos x)\cdot(-2\sin x)+$

$+2\sin x=2\sin x\cdot(1-\cos(2\cos x))$

4) Отсюда мы можем сделать вывод о том, что $f(x)$ монотонно ↑ при $\sin(x)>0$ и монотонно ↓ при $\sin x<0$ => не более 2 корней.

5) Методом пристального взгляда понимаем, что $\cos x=\pm\frac{\pi}{6}$ - корнями нашего ур-ия, т.к $4\frac{\pi^2}{36}-4\cdot(\frac{1}{2})^2=\frac{\pi^2}{9}-1=\frac{\pi^2}{9}-1$

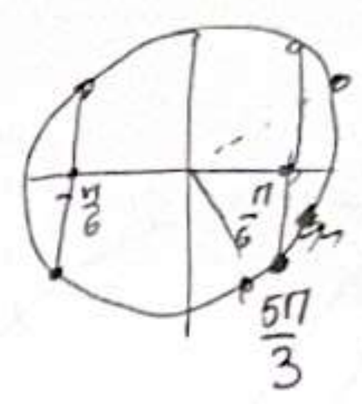
33-18-59-49
(163.1)

№3 Прод-ие Чистовик

6) Тогда $x=\pm\arccos(\frac{\pi}{6})+2\pi k$

$x=\pm\arccos(-\frac{\pi}{6})+2\pi k$

$k\in Z$



7) Перепишем: $x=\pm\arccos(\frac{\pi}{6})+\pi k,\ k\in Z$

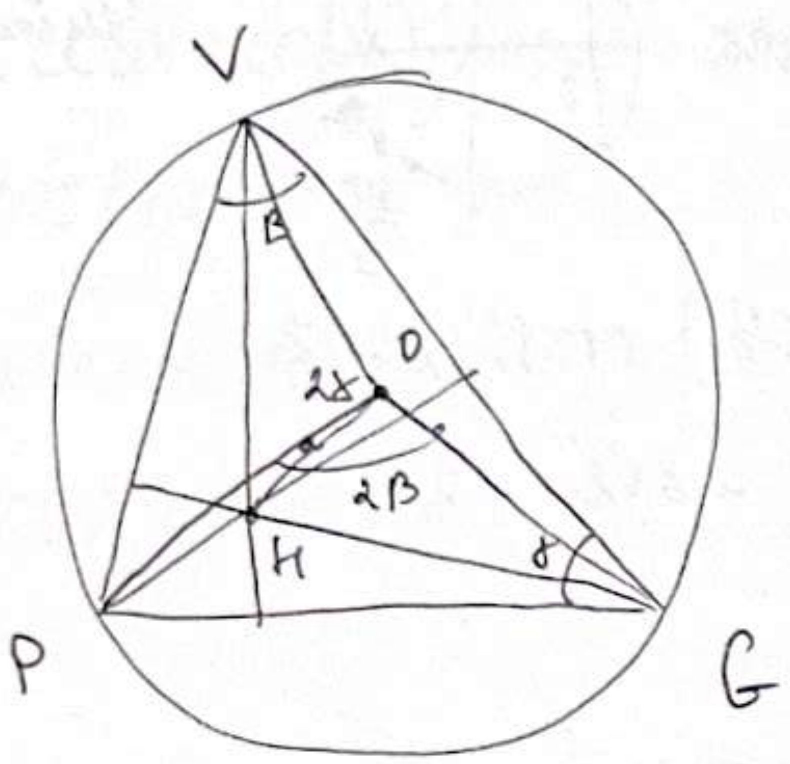
8) $\cos\frac{\pi}{4}$ и $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\frac{\pi}{6}$, 2π и $6\sqrt{2}$ =>

=> $\cos\frac{\pi}{4}>\frac{\pi}{6}$

$|\cos\frac{5\pi}{3}|$ и $\frac{\pi}{6}$; $\frac{1}{2}$ и $\frac{\pi}{6}$; $2\pi>\frac{1}{2}$

Тогда сумма корней $\arccos(\frac{\pi}{6})+\pi+\arccos(\frac{\pi}{6})+$
$+\arccos(-\frac{\pi}{6})$

№4 Чистовик



1) $S_{OPH} = OH \cdot OP \cdot \frac{1}{2} \sin\alpha$

2) $S_{OVH} = OH \cdot OV \cdot \frac{1}{2} \sin(2\gamma + \alpha)$

3) $S_{OHG} = OH \cdot OG \cdot \frac{1}{2} \sin(2\beta + \alpha)$

$\alpha = \angle POH$

$\gamma = \angle VGP$, $\beta = \angle PVG$

4) $\angle POV = 2\angle PGV$ как центр $= 2\gamma$

5) Аналогично $\angle POG = 2\beta$

6) $OP = OV = OG$ как радиусы $=?$

$\frac{\sin(2\gamma+\alpha)}{\sin\alpha} = \frac{13}{25} = \frac{S_{OVH}}{S_{OPH}} = \frac{\sin 2\gamma \cos\alpha + \sin\alpha \cos 2\gamma}{\sin\alpha} =$

$= \operatorname{ctg}\alpha \cdot \sin 2\gamma + \cos 2\gamma$

7) Аналогично $\frac{\sin(2\beta-\alpha)}{\sin\alpha} = \frac{x}{25} = \operatorname{ctg}\alpha \cdot \sin 2\beta - \cos 2\beta$,

где $x = S_{OHG}$

8) $\frac{13+x}{25} = \operatorname{ctg}\alpha \cdot (\sin 2\beta + \sin 2\gamma) + \cos 2\gamma - \cos 2\beta =$

$= \operatorname{ctg}\alpha \cdot (2\sin(\beta+\gamma) \cdot \cos(\beta-\gamma)) \cancel{+} - 2\cos(\beta-\gamma) \cdot \cos(\beta+\gamma))$

$= \cos(\beta-\gamma) \cdot (\operatorname{ctg}\alpha \cdot (2\sin(\beta+\gamma)) - 2\cos(\beta+\gamma) \cancel{\beta})$

$\beta + \gamma = 180 - \angle VPG = 180 - \gamma$

ЧЕРНОВИК

$4\cos^2 x - 4\sin^2(\cos x) = \left(\frac{\Pi}{3}\right)^2 - 1$

$(3x+2)^2 = 3\cdot 2(3x+2) = 18x+12$

$-8\cos x\cdot\sin x - \cancel{4}8\sin(\cos x)\,\cancel{\sin x}$

$-8\cos x\cdot\sin x - 8\sin(\cos x)\cdot(\sin(\cos x))' =$

$= -8\cos x\sin x - 8\sin(\cos x)\cdot(\cos(\cos x))\cdot(-\sin(x)) =$

$= -8\cos x\cdot\sin x + 8\sin(\cos x)\cdot\cos(\cos x)\cdot\sin x$

$= 4\sin x\cdot(\cancel{2\cos}\ 2\sin(\cos x)\cdot\cos(\cos x) - 2\cos x) =$

$= 4\sin x\cdot(\sin(2\cos x) - 2\cos x)$

$\wedge\!\!\!\!\!\|\ 0$

$\left(\frac{\Pi-3}{3}\right)\cdot\left(\frac{\Pi+3}{3}\right)$

$\cos x = \frac{\Pi}{6}$, $\cos x = \pm\frac{\Pi}{6}$

$\frac{4\cdot\Pi^2}{36} = \frac{\Pi^2}{9} - 4\sin^2\left(\frac{\Pi}{6}\right) = -4\cdot\frac{1}{4} = -1$

$\cos x \in [0; 1]$

$4\cdot\frac{\Pi^2}{16} - 4\sin^2\left(\frac{\Pi}{4}\right) =$

$= \frac{\Pi^2}{4} - 4\cdot\frac{2}{4} = \frac{\Pi^2}{4} - 2 > \frac{\Pi^2}{9} - 1$

$\frac{\Pi^2}{4} - 2 > \frac{\Pi^2}{9} - 1$

$\frac{\Pi^2-8}{4} > \frac{\Pi^2-9}{9}$

$9\Pi^2 - 72 > 4\Pi^2 - 36$

$5\Pi^2 > 36$

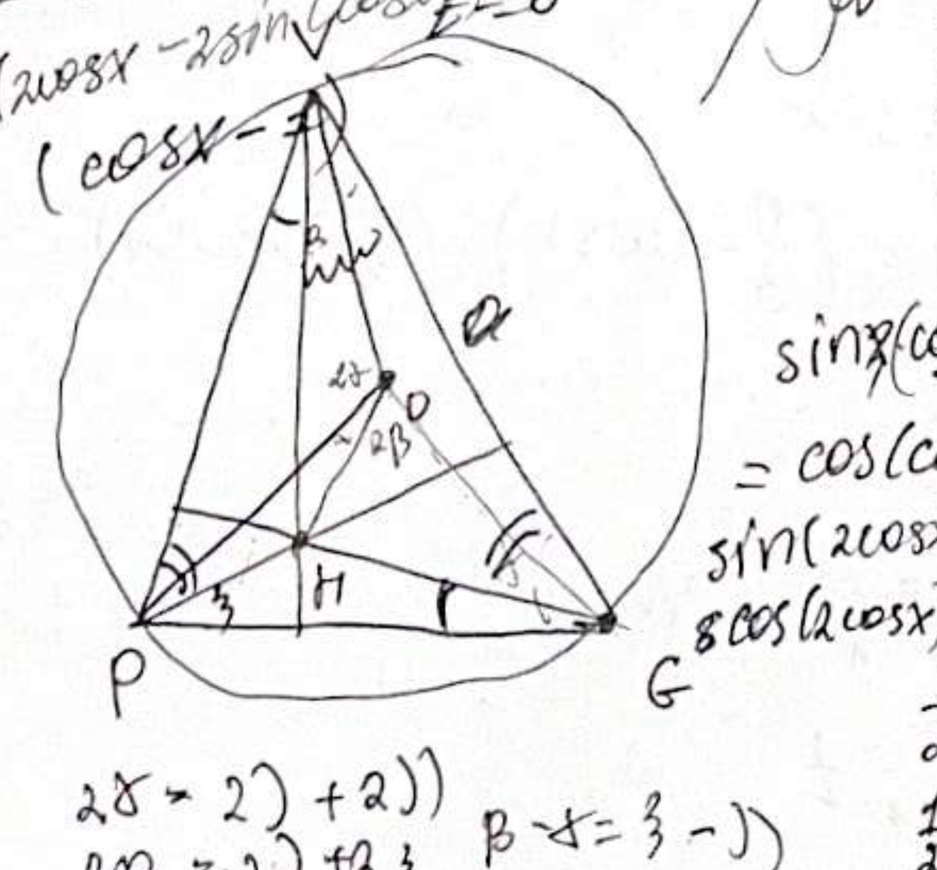
ЧЕРНОВИК

$\sin(t) - t =$

$= \cos(t) - 1 < 0$

$(2\cos x - 2\sin(\cos x))' - 0$

$= (\cos x - $



$= \cos(\cos x)$

$2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 360 - 2\gamma$

$\sin(\cos x) = 2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 360 - \alpha$

$S_{OPH} = \frac{1}{2}OH\cdot OP\cdot\sin\alpha$

$S_{OVH} = \frac{1}{2}OH\cdot OV\cdot\sin(\alpha + 2\gamma)$

$S_{OHG} = \frac{1}{2}OH\cdot OG\cdot\sin(2\beta - \alpha)$

$= \cos(\cos x)\cdot -\sin x$

$\sin(2\cos x) = 90 - \gamma + 90 - \gamma$

$8\cos(2\cos x)\cdot 2(-\sin x) + 2\sin x = 2\sin x\cdot(1 - \cos(2\cos x))$

$\cos 2\gamma + tg\alpha\cdot\sin 2\gamma =$

$\frac{1}{2}OH\cdot HP\cdot\sin\alpha = 25$

$\sin(x) > 0$

$\sin(x) < 0$

$\frac{1}{2}OH\cdot HP\cdot(\sin\alpha\cdot\cos 2\gamma + \cos\alpha\cdot\sin 2\gamma) = 13$

$\frac{1}{2}OH\cdot HP\cdot(\sin 2\beta\cdot\cos\alpha - \cos 2\beta\cdot\sin\alpha) = x$

$2\gamma = 2) + 2))$

$2\beta = 2) + 2\,3$ $\quad \beta - \gamma = 3 -))$

$\frac{13}{25} = \cos 2\gamma + ctg\alpha\cdot\sin 2\gamma$

$\frac{x}{25} = \sin 2\beta\cdot ctg\alpha - \cos 2\beta$

$\sin(\beta+\gamma)\cdot\cos(\beta-\gamma)$

$\cos 60 - \cos 30 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = -2$

$\frac{13+x}{25} = ctg\alpha\cdot(\sin 2\beta + \sin 2\gamma) + \cos 2\gamma - \cos 2\beta$

$A = A - \sin^2\cos x + \sin^2\sqrt{A}$

$\cos 90 - \cos 30 = -\frac{\sqrt{3}}{2} = -2\cos 30\cdot\cos 60 =$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

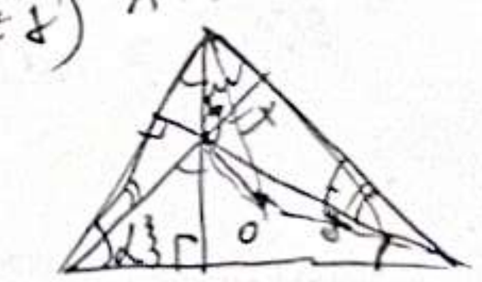
$\sin 30 + \sin 30 = \frac{3}{2}$

$= 2\sin 60\cdot\cos 30 = 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$

$ctg\alpha\cdot(\sin(\beta+\gamma) - \cos(\beta-\gamma)) - 2\cos(\beta+\gamma)\cdot\cos(\beta-\gamma)$

$A + \sin^2(\sqrt{A}) = \left(\frac{\Pi}{6}\right)^2 - \frac{1}{4}$

$= \cos(\beta-\gamma)\cdot(ctg\alpha\cdot\sin(\beta+\gamma) - 2\cos(\beta+\gamma))$



$4\cos^2 x - 4\sin^2(\cos x) = \left(\frac{\Pi}{3}\right)^2 - 1$ $\quad \cos^2 x$

$\cos^2 x = \left(\frac{\Pi}{36}\right)^2 - \frac{1}{4} + \sin^2\cos x = A^2$

$\cos x =$

$A^2 = A^2 - \sin^2(\sqrt{A})$, $\sin(\sqrt{A}) = 0$

$\cos x = \Pi^2 k^2$ $\quad \sqrt{A} = \Pi k$, $k \in Z$ $\quad \cos x =$

$3 =)) + x + y$

$\cos^2 x = \left(\frac{\Pi}{6}\right)^2 - \frac{1}{4} + \sin^2\cos x = A$ $\quad A = A + \sin^2(\sqrt{A})$

$\cos x = \Pi k$, $k \in Z$ $\quad \sqrt{A} = \Pi k$

$\sin^2(1)$

$A = A\left(\frac{\Pi^2}{36} - \frac{1}{4}\right) + \sin^2(\sqrt{A})$

$\cos(\Pi k +$ $\quad 4\cos$ $\quad \sin^2$

$4 - 4\sin^2(1) = \left(\frac{\Pi}{3}\right)^2 - 1$ $\quad 4 -$

$\sin^2(1)$

ЧЕРНОВИК $|2t+1|^x = t^2+2$, $t \in Z$, $\cos a \neq 0$

$a \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$2\sin^2(\cos x) \Rightarrow$

$\Rightarrow (2-2\cos^2(\cos x))$

$3-2\cos^2(\cos x)$

$4(\cos^2 x - \sin^2(\cos x)) + 1 = (\frac{\pi}{3})^2$

$1 - 4\sin^2(\cos x) = (\frac{\pi}{3})^2 - 4\cos^2 x$

$(1-2\sin^2(\cos x)) \cdot (1+2\sin^2(\cos x)) = (\frac{\pi}{3} - 2\cos x) \cdot (\frac{\pi}{3} + 2\cos x)$

$\cos(2\cos x)$

$4\cos^2 x = (\frac{\pi}{3})^2 - 1 + 4\sin^2(\cos x)$

$\cos^2 x = (\frac{\pi}{6})^2 - \frac{1}{4} + \sin^2(\cos x) = A$

$A - \sin^2(\cos x)$

$\cos x = \sqrt{A}$

$A = A - \sin^2(\sqrt{A})$

$\sin^2(\sqrt{A}) = 0$

$\sqrt{A} = \frac{\pi}{2} + \pi k$

V_A, t

$V_B \cdot t + 300$

$V_A t - V_B(t+300)$

$(\frac{\pi}{6})^2 - \frac{1}{4} + \sin^2\cos x = (\frac{\pi}{2} + \pi k)^2$ 10 м/с

$(\frac{\pi}{6})^2 - \frac{1}{4} + \sin^2\cos x = \frac{\pi^2}{4} + \pi^2 k + \pi^2 k^2$

$\frac{\pi^2}{36} - \frac{1}{4} + \sin^2(\cos x) = \frac{\pi^2}{4} + \pi^2 k + \pi^2 k^2$

$7(t-300) = V_B t - 3t + 700$

$\sin^2\cos x = \frac{8\pi^2}{36} + \pi^2 k + \pi^2 k^2 + \frac{1}{4}$

$\pi^2 (\frac{2}{9} + k + k^2) + \frac{1}{4}$

$10t - 2100 = 70 V_B t$

$t - 210 = 70 V_B t$

$\cos x = \sqrt{\pi^2 \cdot (\frac{2}{9} + k + k^2) + \frac{1}{4}}$

$t \cdot (70 V_B - 1) = 210$

$t \cdot (\cancel{70} - V_B) = 2800$

$V_A t - V_B t$

$70 V_B - 1 = 210$

$7 - V_B = 2800$

$(V_A - 3) \cdot (t - 300) = (V_B - 3) \cdot t + 700$

$V_A t - 3t - 300 V_A + 900 = V_B t - 3t$

$V_A t - V_B t = 300 V_A - 200$ м

$(V_A - 3) \cdot t = (V_B - 3) \cdot (t + 300)$

$V_A t - 3t = V_B t + 300 V_B - 3t - 900$

$V_A t - V_B \cdot (t + 300) = -900$

V_B

ЧЕРНОВИК

$4(\cos^2 x - \sin^2(\cos x)) + 1 = (\frac{\pi}{3})^2$

$4(\cos^2 x - 1 + \cos^2(\cos x)) + 1 = (\frac{\pi}{3})^2$

$4\cos^2 x + 4\cos^2(\cos x) - 3 = (\frac{\pi}{3})^2$

$4t^2 + 4\cos^2(t)$

$(\cos x \cdot \cos(\cos x) - \sin x \cdot \sin(\cos x)) \cdot (\cos x \cdot \cos(\cos x) + \sin x \cdot \sin(\cos x)) =$

$= \cos^2 x \cdot \cos^2(\cos x) - \sin^2 x \cdot \sin^2(\cos x) =$

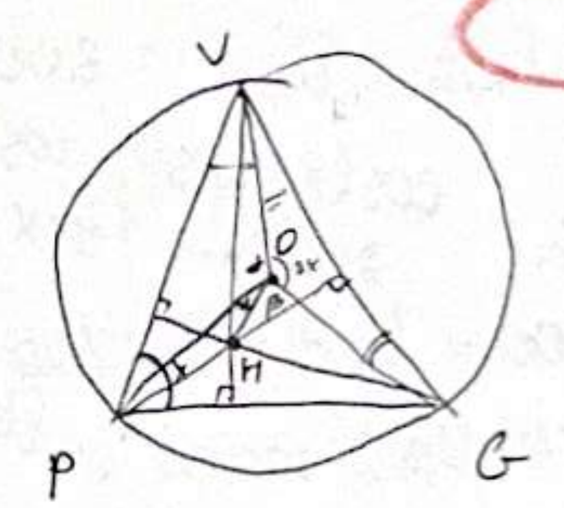
$= \cos^2 x \cdot \cos^2(\cos x) - \sin^2(\cos x) \cdot (1 - \cos^2 x) =$

$= \cos^2 x \cdot (\cos^2\cos x + \sin^2(\cos x)) - \sin^2(\cos x) =$

$= \cos^2 x - \sin^2(\cos x) = \frac{(\frac{\pi}{3})^2 - 1}{4}$

$\cos^2 x = (\frac{\pi}{6})^2 - \frac{1}{4} + \sin^2\cos x$

$\cos x = \sqrt{A}$



$S_{OHP} = 25$, $S_{OHV} = 13$

$S_{OHP} = \frac{1}{2} OH \cdot OP \cdot \sin\alpha$

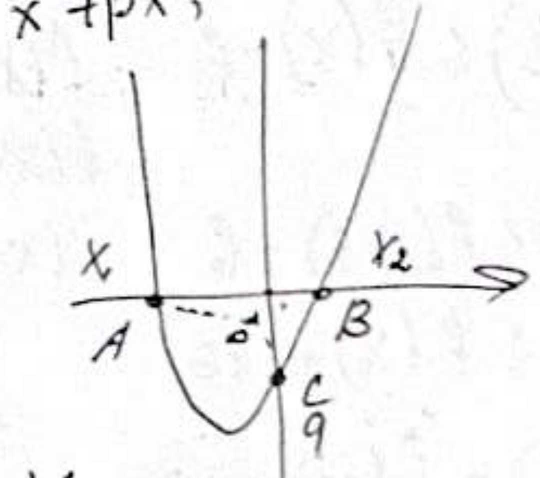
$S_{OHV} = \frac{1}{2} OH \cdot OV \cdot \sin(\alpha + \alpha)$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha} = \frac{25}{13}$ $\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\alpha)} = \frac{25}{13}$

$S_{OHG} = OH \cdot OG \cdot \sin\beta$

$\sin(360 - 2x)$

$x^2 + px$,



$A(x_1; 0)$, $B(x_2; 0)$, $C(0; q)$

$D(x; y) = -2022$ $(x_2 - x_1)^2 = \min$

$(x_1 - x)^2 + (\cancel{x} - y)^2 = (x_2 - x)^2 + y^2 = \cancel{(x-q)^2} + x^2 + (q-y)^2$

$(x_1 - x)^2 = (x_2 - x)^2$

$\cancel{|x| + |y| = 2022}$

$x_1 - x = x - x_2 \Rightarrow 2x = x_1 + x_2$ $x + y = 2022$

$x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 + y^2 = x^2 + q^2 - 2qy + y^2$ $q = 0$

$x_1^2 - (x_1 + x_2) x_1 + x^2 + y^2 = x^2 + q^2 - 2qy + y^2$ $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2$

$x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 = p^2 - 4q - \min$

$x = -1 - q = q^2 - 2qy$ $q = 2y - 1$

$-4 - 8 + \cancel{4 \cdot 2022} - 2y$

$8 - 2022$

$q = 2y - 1$

$p + q = (x_1 + x_2) + x_1 x_2 =$

$-p = 2x$

$p^2 = 4x^2$

$4x^2 - 8y + 4 \to \min$

$x + y = -2022$

$= 4x^2 + 8x + 4 + 8 \cdot 2022$

$4x^2 - 8(-2022 - x) + 4 =$

ЧЕРНОВИК

v_A, v_B $\quad (v_B - v_A)t = ?$

$(v_A - 3)\cdot(t-300) = v_B \cdot t + 700$ $\quad 36 \cos$

$v_A \cdot t - 3t - 300 v_A + 900 = v_B \cdot t + 700$ $\quad 36\cos(x+\cos x)\cdot \cos(x-\cos x) + 9 = \pi^2$

$v_A t - v_B t = 3t + 300 v_A - 200$ $\quad 9\cos$

$4\cos(x+\cos x)$

$(v_A - 3)\cdot(t-300) = (v_B - 3)t + 700$ $\quad \cdot \cos(x-\cos x) + 1 = \left(\frac{\pi}{3}\right)^2$

$v_A t - 3t - 300 v + 900 = v_B t - 3t + 700$

$v_A t - v_B t = 300 v_A - 200$ $\quad v_A = 4$ м/с

$\cos(x+\cos x)\cdot\cos(x-\cos x)$ $\quad t - 300 = v_B t + 700 - 3t$

$v_A = 4$ м/с $\quad 2\cos^2 x - 1$ $\quad (\cos x \cdot \cos(\cos x) - \sin x \cdot \sin(\sin x))$ $\quad t(4 - v_B) = 1000$

$v_B = 3$ м/с

$t - 300 = v_B t - 3t + 700$ $\quad (\cos x \cdot \cos(x \cos x) + \sin x(\sin x))$ $\quad t = 1000$ с, $v_B = 3$ м/с

$t\cdot(4 - v_B) = 1000$ м $\quad v_A = 5$ м/с

$v_A t - v_B t = 1300$ м

$f(x) = |2x+3| - |2x+1| + 4$, $x \in [-2;0]$ $\quad 4(\cos^2 x \cdot \cos^2(\cos x) -$

$f(x+3) \leq f(x) + 6$, $f(x+2) \geq f(x) + 4$ $\quad - \sin^2 x \cdot \sin^2(\cos x)) + 1 = \left(\frac{\pi}{3}\right)^2$

$f(x+4) \geq f(x+2) + 4$ $\quad 2024 \mid 6$, 337

$f(x+6) \leq f(x+3) + 6$ $\quad f(x+6) \geq f(x+4) + 4$

$f(x+6) \leq f(x) + 6 + 6$ $\quad f(x+6) \geq f(x+2) + 8$ $\quad 2022 \mid 6$, 337

$f(x+6) = f(x) + 12$ $\quad f(x+6) \geq f(x) + 12$

~~f(2024) =~~ $\quad 4(\cos^2 x \cdot \cos^2 \cos x - (1 - \cos^2 x)\cdot \sin^2(\cos x))$ $\quad 3370 + 674 = 4044$

~~f(6)~~ $f(2024) = f(2018) + 12 \Rightarrow f(2024) = f(-4) + 12 \cdot 338$

2) $f(2018) = f(2012) + 12$ $\quad$ ~~f(-4)~~ $f(2024) = f(2) + 12 \cdot 337$

338) $f(2) = f(-4) + 12$

$f(2) \leq f(-1) + 6$

$f(0) = 3 - 1 + 4 = 6$ $\quad f(2) \geq f(0) + 4$ $\quad 337 \times 2 = 674$

$f(-1) = 1 - 1 + 4 = 4$

$f(2) \leq 10$ $\quad f(2) = 10$ $\quad 3370 + 674 = 4044$

$f(2) \geq 10$

$f(2024) = 10 + 12 \cdot 337 = 4054$

$= 4(\cos^2 x \cdot \cos^2(\cos x) - \sin^2(\cos x) + \sin^2(\cos x)\cdot\cos^2 x =$

$= 4\cdot(\cos^2 x\cdot(\cos^2(\cos x) + \sin^2(\cos x)) - \sin^2(\cos x) =$

$= 4(\cos^2 x - \sin^2(\cos x)) + 1 = \frac{\pi}{3}$