0 326058 610009

32-60-58-61
(164.1)

+1 лист
Олл

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант А-4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробъёвы горы!"
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Халитовой Альбины Фаридовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«07» АПРЕЛЯ 2024 года

Подпись участника

95 (девяносто пять) [illegible]

32-60-58-61 (164.1)

ЧИСТОВИК. [illegible]

2. Ответ: $f(2024) = 4057$.

Решение: докажем индукцией по n, где $n \in \mathbb{Z}$ и $n \in [-2; +\infty)$, что $f(n) = 2n+9$.

База: • $n = -2 \in [-2; 0] \Rightarrow f(-2) = |3\cdot(-2)+4| - |3(-2)+2| + 7 = 2 - 4 + 7 = 5 = 2(-2)+9$ ← верно.

• $n = -1 \in [-2; 0] \Rightarrow f(-1) = |3(-1)+4| - |3(-1)+2| + 7 = 1 - 1 + 7 = 7 = 2(-1)+9$ ← верно

• $n = 0 \in [-2; 0] \Rightarrow f(0) = |3\cdot 0+4| - |3\cdot 0+2| + 7 = 4 - 2 + 7 = 9 = 2\cdot 0+9$ ← верно.

Итак, мы доказали базу для трёх первых целых точек, лежащих в интервале $[-2; +\infty)$.

Переход: пусть мы доказали утверждение для всех $k \leq n$ таких, что $k \in [-2; +\infty)$. Докажем, что $f(n+1) = 2(n+1)+9 = 2n+11$, где $n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 1$.

• $f(x+2) - 4 \geq f(x)$ ← подставим сюда $x = n-1$:

$f(n+1) - 4 \geq f(n-1) \Rightarrow f(n+1) \geq 4 + (2(n-1)+9) = 2n+11$.

$n-1 \geq 0 \Rightarrow f(n-1)$ уже посчитано

• $f(x+3) - 6 \leq f(x)$ ← подставим сюда $x = n-2$:

$f(n+1) - 6 \leq f(n-2) \Rightarrow f(n+1) \leq 6 + (2(n-2)+9) = 2n+11$.

$n-2 \geq -1 \Rightarrow f(n-2)$ уже посчитано

Итак, $2n+11 \leq f(n+1) \leq 2n+11 \Rightarrow f(n+1) = 2n+11$, что и требовалось доказать.

Значит, $f(2024) = 2\cdot 2024 + 9 = 4048 + 9 = 4057$.

ЧИСТОВИК

Задача 1

Пусть собственная скорость А-1 – v_1 м/с, собственная скорость Б-2 – v_2 м/с. Пусть Б-2 продержалась в воздухе t с => А-1 продержалась в воздухе на 400 с меньше, то есть $(t-400)$ с. Так как испытания проводились при встречном ветре 2 м/с, то А-1 пролетела $(v_1-2)(t-400)$, а Б-2 $(v_2-2)t$, причём А-1 пролетела на 900 м дальше:

$$(v_1-2)(t-400)=(v_2-2)t+900$$

$$v_1t-\cancel{2t}-400v_1+800=v_2t-\cancel{2t}+900$$

$$v_1t-400v_1=v_2t+100$$

$$\boxed{v_1(t-400)=v_2t+100}$$

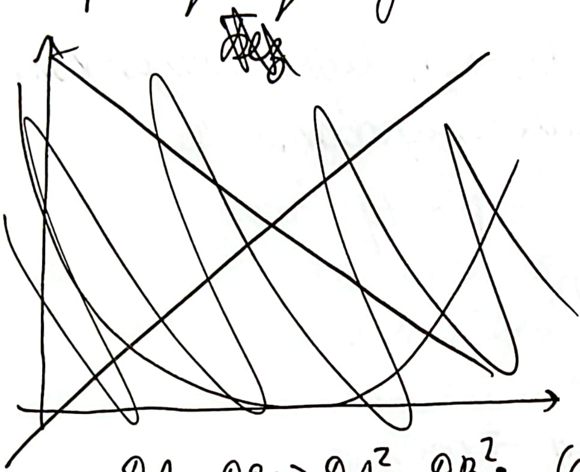
Так как время нахождения в воздухе не зависит от погодных условий, то в безветренную погоду А-1 пролетит $v_1(t-400)$, а Б-2 пролетит v_2t, но как мы понимаем из последнего равенства А-1 пролетит на 100 м больше.

Ответ: при безветренной погоде А-1 пролетит на 100 м больше, чем Б-2, ~~то~~ большее расстояние пролетит А-1.

ЧИСТОВИК

Задача 5 (часть 1)

Пусть A имеет координаты $(x_1;0)$, B – $(x_2;0)$, так как A и B лежат на оси Ox. C лежит на оси Oy => её абсцисса равна 0 => ордината равна $0^2+p\cdot 0+q=q$. Пусть D имеет координаты $(a;b)$.



$DA=DB \Rightarrow DA^2=DB^2$: $(a-x_1)^2+b^2=(a-x_2)^2+b^2$

$$(a-x_1)^2-(a-x_2)^2=0$$

$$\underbrace{(a-x_1-a+x_2)}_{\neq 0\text{, так как A и B различны}}(a-x_1+a-x_2)=0 \Rightarrow a=\frac{x_1+x_2}{2}.$$

Заметим, что x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+px+q=0$ => по теореме Виета

$x_1+x_2=-p \Rightarrow \boxed{a=-\frac{p}{2}} \Rightarrow (x_2-x_1)^2=(x_2+x_1)^2-4x_1x_2=p^2-4q.$

$x_1x_2=q.$

$DA=DC \Rightarrow DA^2=DC^2$: $(a-x_1)^2+b^2=a^2+(b-q)^2$

$$\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2+\cancel{b^2}=\frac{p^2}{4}+\cancel{b^2}-2bq+q^2$$

$$\frac{p^2-4q}{4}=\frac{p^2}{4}-2bq+q^2$$

$$0=q^2-2bq+q \quad |:q\neq 0,$$ так как иначе C совпадает с A или B, а по условию точки различны.

$$0=q-2b+1$$

$$\boxed{b=\frac{q+1}{2}}$$

ЧИСТОВИК

Задача 5 (часть 2).

По условию задачи $a^2+b^2=2021$

$$\frac{p^2}{4}+\left(\frac{q+1}{2}\right)^2=2021 \quad | \cdot 4 \neq 0$$

$$p^2+(q+1)^2=8084.$$

Длина отрезка AB равна $|x_1-x_2|$. Максимизировать её – это то же, что и максимизировать её квадрат, то есть $(x_1-x_2)^2=p^2-4q$

$$p^2=8084-(q+1)^2$$

$$p^2-4q \to max$$

$$8084-(q+1)^2-4q \to max.$$

$$-q^2-6q+8083 \to max$$

задаёт параболу ветвями вниз, максимум в вершине

$$q^*=\frac{-(-6)}{-2}=-3.$$

При $q=-3$ $AB^2=-9+18+8083=8092$

$$AB=\sqrt{8092}=2\sqrt{2023}$$

Заметим, что это значение достигается ~~Р~~ при $q=-3$, $|p|=\sqrt{8084-4}=\sqrt{8080}=4\sqrt{505}. \Rightarrow$

$p=\pm 4\sqrt{505}.$

При таких значениях все условия выполнены:

1) кривая пересекает ось Ox в двух точках – верно, так как дискриминант x^2+px+q

$$p^2-4q=8092>0.$$

2) сумма квадратов координат D равна 2021 и D равноудалена от A, B, C – верно, так как все переходы были равносильными.

Ответ: максимальная длина AB равна $2\sqrt{2023}$.

Чистовик

Задача 4 (часть 1)

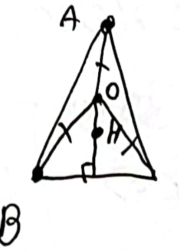
Сначала докажем лемму: в любом остроугольном треугольнике ABC площадь одного из треугольников AOH, BOH и COH равна сумме площадей двух других. ~~Да~~ ~~На~~

До-во:

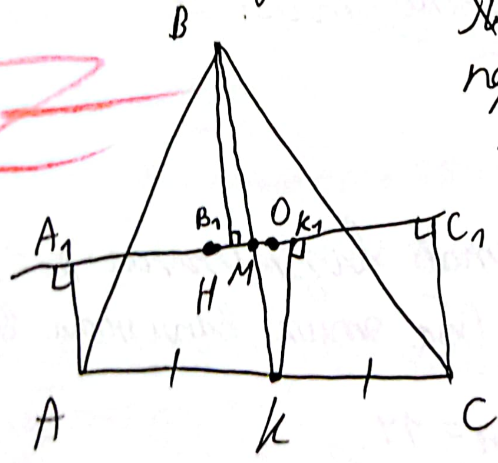
Так как треугольник остроугольный, то и O, и H лежат строго внутри него.

Если $O \equiv H$, то все три площади равны 0: $0+0=0$.

Если OH проходит через какую-то вершину, пусть A, то $S_{AOH}=0$, а $S_{BOH}=S_{COH}+0$, так как ~~В~~ $BO=OC$ и ~~высота~~ прямая AO содержит высоту $\triangle ABC$, то есть точки B и C симметричны относительно AO:



В остальных случаях OH пересекает две стороны треугольника, без ограничения общности будем считать, что AB и BC.



~~Н~~ Опустим из точек A, B, C перпендикуляры AA_1, BB_1, CC_1 на OH.

Проведём медиану BK.

Так как OH — прямая Эйлера $\triangle ABC$, то на ней лежит точка пересечения медиан M, причём $M \in BK$ и $\frac{BM}{MK}=\frac{2}{1}$.

Значит $M = BK \cap OH$.

Опустим перпендикуляр KK_1 на OH.

Чистовик

Задача 4 (часть 2)

$AA_1 \perp OH$, $CC_1 \perp OH \Rightarrow AA_1 \parallel CC_1 \Rightarrow AA_1C_1C$ – трапеция.

K – середина AC, $KK_1 \parallel AA_1 \parallel CC_1 \Rightarrow KK_1$ – средняя линия трапеции $AA_1C_1C \Rightarrow KK_1 = \frac{AA_1 + CC_1}{2}$.

$\triangle BMB_1 \sim \triangle KMK_1$, по двум углам:

$\angle BMB_1 = \angle KMK_1$, как вертикальные, $\angle BB_1M = 90° = \angle KK_1M$.

Значит, $\frac{BB_1}{KK_1} = \frac{BM}{KM} = 2 \Rightarrow BB_1 = 2KK_1 = AA_1 + CC_1$

Значит, $S_{BOH} = \frac{BB_1 \cdot OH}{2} = \frac{AA_1 \cdot OH}{2} + \frac{CC_1 \cdot OH}{2} =$

$= S_{AOH} + S_{COH}$. Лемма доказана.

Теперь вернёмся к задаче. $\triangle ABC$ в задаче остроугольный $\Rightarrow$ для него выполняется лемма.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} S_{AOH} = S_{BOH} + S_{COH} \\ S_{BOH} = S_{AOH} + S_{COH} \\ S_{COH} = S_{AOH} + S_{BOH} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 9 = 5 + S_{COH} & (1) \\ 5 = 9 + S_{COH} & (2) \\ S_{COH} = 5 + 9 & (3) \end{array}\right.$

(1) $S_{COH} = 4$

(2) $S_{COH} = -4$, что невозможно, так как S – площадь $\Rightarrow$
$\Rightarrow S_{COH} \geq 0$.

(3) $S_{COH} = 14$.

Итак, из трёх вариантов возможны 2 $\Rightarrow$
$\Rightarrow S_{COH} = 4$ или $S_{COH} = 14$. Оба этих варианта возможны.

Ответ: $S_{COH} = 4$ или $S_{COH} = 14$.

ЧИСТОВИК

Задача 3 (часть 2)

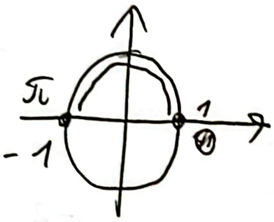
Итак, ~~если sin~~

$f'(x) \geq 0$ при $\cos x(2\sin x - \sin(2\sin x)) \geq 0$

Эта ~~вся~~ скобка имеет тот же знак, что и $2\sin x$

$2\sin x \cos x \geq 0.$

$\sin 2x \geq 0.$



$2x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in Z$.

$x \in [\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n]$, $n \in Z$.

Итак, при $x \in [\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n]$ функция $f(x)$ возрастает, а при $x \in [\cancel{\pi n;} \pi n + \frac{\pi}{2}; \pi n + \pi]$ функция $f(x)$ убывает.

Значит, на каждом из участков $[2\pi n; 2\pi n + \frac{\pi}{2}]$, $[2\pi n + \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \pi]$, $[2\pi n + \pi; 2\pi n + \frac{3\pi}{2}]$, $[2\pi n + \frac{3\pi}{2}; 2\pi n + 2\pi]$, ~~не~~ $n \in Z$ не больше одного корня.

Заметим, что если x - корень, то $x + 2\pi$ - тоже корень:

$$36 \sin(x + 2\pi + \sin(x + 2\pi)) \sin(x + 2\pi - \sin(x + 2\pi)) =$$
$$= 36 \sin(x + \sin x) \sin(x - \sin x) = \frac{\pi^2 - 9}{36},$$ поэтому

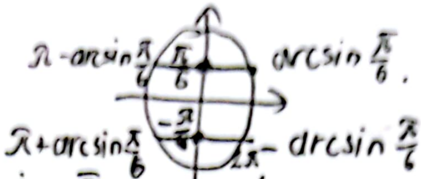
достаточно ~~рез~~ найти 4 корня от 0 до 2π.

~~$x_0 = \frac{\pi}{6} \in [0; \frac{\pi}{2}]$~~

~~$\sin(\sin^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2(\sin \frac{\pi}{6}) =$~~

ЧИСТОВИК

Задача 3 (часть 3).



• $x_1 = \arcsin\frac{\pi}{6}$ ~~$\in [0; \frac{\pi}{2}]$~~

$0 < \frac{\pi}{6} < \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow \arcsin\frac{\pi}{6}$ существует и $0 < \arcsin\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{2}$.

$\sin x_1 = \frac{\pi}{6}$

$\sin^2 x_1 - \sin^2(\sin x_1) = \frac{\pi^2}{36} - \sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi^2}{36} - \frac{1}{4} =$

$= \frac{\pi^2 - 9}{36}$.

• $x_2 = \pi - \arcsin\frac{\pi}{6} \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

$\sin x_2 = \frac{\pi}{6} = \sin x_1$

$\sin^2 x_2 - \sin^2(\sin x_2) = \sin^2 x_1 - \sin^2(\sin x_1) = \frac{\pi^2 - 9}{36}$.

• $x_3 = 2\pi - \arcsin\frac{\pi}{6} \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

$\sin x_3 = -\sin x_1 \Rightarrow \sin^2 x_3 = \sin^2 x_1$

$\sin^2 x_3 - \sin^2(\sin x_3) = \sin^2 x_1 - \sin^2(-\sin x_1) =$

$= \sin^2 x_1 - (-\sin(\sin x_1))^2 = \sin^2 x_1 - \sin^2(\sin x_1) = \frac{\pi^2 - 9}{36}$.

• $x_4 = \pi + \arcsin\frac{\pi}{6} \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

$\sin x_4 = \sin x_3$

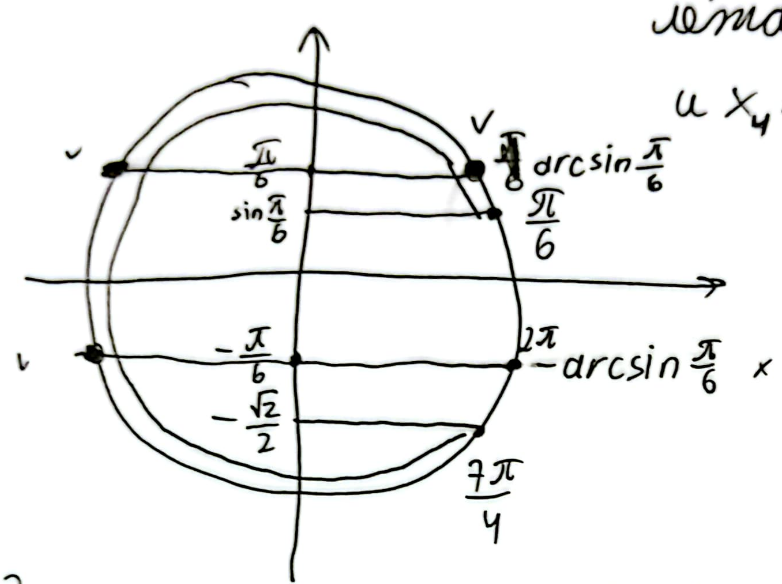
$\sin^2 x_4 - \sin^2(\sin x_4) = \sin^2 x_3 - \sin^2(\sin x_3) = \frac{\pi^2 - 9}{36}$.

Итак, $\left[\begin{array}{l} x = \arcsin\frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ n \in \mathbb{Z}; \\ x = \pi - \arcsin\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}; \\ x = \pi + \arcsin\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}; \\ x = 2\pi - \arcsin\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}. \end{array}\right.$

ЧИСТОВИК

Задача 3 (часть 4).

$x \in [\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{4}]$ – на этом отрезке почко лежат $x_2 = \pi - \arcsin\frac{\pi}{6}$ и $x_4 = \pi + \arcsin\frac{\pi}{6}$.



Заметим, что $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} < \frac{\pi}{6}$, поэтому

$$\frac{\pi}{6} = \arcsin(\sin\frac{\pi}{6}) < \arcsin\frac{\pi}{6} = x_1 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x_1 \in [\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{4}]$.

$-\frac{\pi}{6} > -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2} > \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 3\sqrt{2} > 3 \cdot 1,1 = 3,3 > \pi \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{\pi}{6} > \sin\frac{7\pi}{4}$.

Значит, $\arcsin(-\frac{\pi}{6}) > \arcsin(\sin\frac{7\pi}{4})$

$$\underset{-\arcsin\frac{\pi}{6}}{\parallel} \qquad \underset{-\frac{\pi}{4}}{\parallel} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ корень из интервала $[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$

ЧИСТОВИК

Задача 3.(часть 1)

$36\sin(x+\sin x)\sin(x-\sin x)+9=\pi^2$

$\sin(x+\sin x)\sin(x-\sin x)=(\sin x\cos(\sin x)+\cos x\cdot\sin(\sin x))\cdot$
$\cdot(\sin x\cos(\sin x)-\cos x\cdot\sin(\sin x))=\sin^2 x\cos^2(\sin x)-$
$-\cos^2 x\sin^2(\sin x)=\sin^2 x(1-\sin^2(\sin x))-(1-\sin^2 x)\cdot$
$\cdot\sin^2(\sin x)=\sin^2 x-\cancel{\sin^2 x\cdot\sin^2(\sin x)}-\sin^2(\sin x)+$
$+\cancel{\sin^2(\sin x)\cdot\sin^2 x}=\sin^2 x-\sin^2(\sin x).$

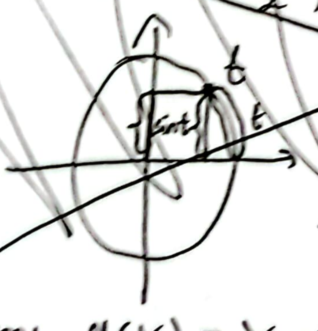
$36\sin^2 x-36\sin^2(\sin x)=\pi^2-9\,|:36\neq 0$

$\sin^2 x-\sin^2(\sin x)=\frac{\pi^2-9}{36}$ ← константа.

Пусть $f(x)=\sin^2 x-\sin^2(\sin x)$

$f'(x)=2\sin x\cos x-2\sin(\sin x)(\sin(\sin x))'=$
$=\cos x\cdot 2\sin x-2\sin(\sin x)\cdot\cos(\sin x)\cdot(\sin x)'=$
$=\cos x(2\sin x-2\sin(\sin x)\cdot\cos(\sin x))=$
$=\cos x(2\sin x-\sin(2\sin x))=\cos x(t-\sin t)$

~~Пусть $2\sin x=t$. Если $t\geq 1$, то $t-\sin t\geq 1-\sin t\geq 0$, если $0<t<1<\frac{\pi}{2}$, то t-длина дуги от точки 0 до t, а $\sin t$ расстояние точки от оси абсцисс до t $\Rightarrow$ $t\geq\sin t$ так как кратчайшее расстояние~~



Пусть $g(x)=x-\sin x$.

$g'(x)=1-\cos x\geq 0\Rightarrow$ функция $g(x)$ возрастает при $x\in R$.

При $x=0$ $g(0)=0-\sin 0=0\Rightarrow g(x)\geq g(0)=0$ при $x\geq 0$ и $g(x)\leq g(0)=0$ при $x\leq 0$.

ЧЕРНОВИК

$|2t+1|^{\frac{p}{q}} = t^2+2.$

$36\sin^2 x - 36\sin^2(\sin x) = \pi^2 - 9$

$t^2 - \sin^2 t = \frac{\pi^2 - 9}{36}$

$|2t+1|^p = (t^2+2)^q$

$t = \frac{\pi}{6}.$

$\frac{\pi}{36} -$

$2^q - 1 \; \vdots \; t$

$\sin x = \frac{\pi}{6}.$

$2t+1 = t^2+1$

$t^2+1 \geq 2t+1$

$1{,}000 \,|\, 1{,}14$

$0,$

$1000{,}0 \,|\, 1140$

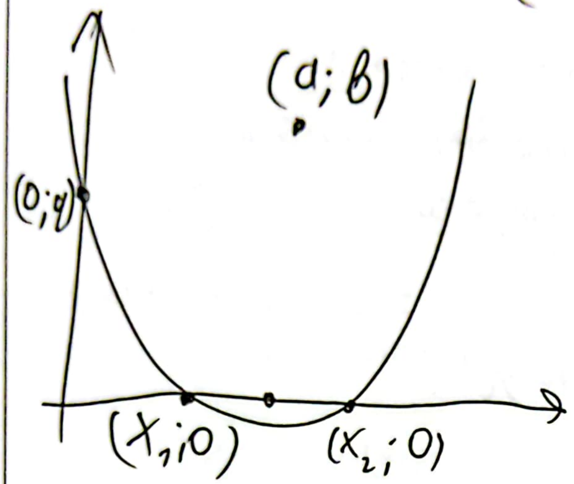
$0{,}7$

$-\frac{\pi}{6} > -\frac{1}{2}$

$\frac{3}{6} > \frac{\pi}{6}$

ЧЕРНОВИК

$\left(\frac{1-q}{2}\right)^2 + \frac{p^2}{4} = \frac{p^2-4q}{4} + \frac{(1+q)^2}{4}$



$x_1+x_2=-p$ $\cancel{\frac{1+q^2}{4}} - \cancel{\frac{q}{2}} + \cancel{\frac{p^2}{4}} = \cancel{\frac{p^2}{4}} - q$

$+\cancel{\frac{1}{4}} + \cancel{\frac{q^2}{4}} + \frac{q}{2}$

~~$x_2^2+x_1^2-4$~~

$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=p^2-4q$

$\cancel{\frac{p^2-4q}{4}}+\cancel{b^2}=\cancel{\frac{p^2}{4}}+\cancel{b^2}+q^2-2bq$

$q^2-2bq+q=0$

$q-2b+1=0.$

$b=\frac{q+1}{2}.$

$\frac{p^2}{4}+\frac{(1+q)^2}{4}=2021$

~~$a^2+(b-q)^2=(a-x_1)^2$~~

$a=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{p}{2}$

$\frac{p^2}{4}+(b-q)^2=\frac{(x_2-x_1)^2}{4}+b^2$

$\cancel{\frac{p^2}{4}}+\cancel{b^2}+q^2-2bq=\cancel{\frac{p^2}{4}}-q+\cancel{b^2}$

$q-2b=-1$

$b=\frac{q+1}{2}=-1$

1 2024
2048
4096
8192.

$\frac{p^2}{4}+\frac{q^2+2q+1}{4}=2021$

$p^2=8080$

$(p^2-4q)+q^2+6q+1=8083$

8092=

$p^2+(q+1)^2=8084$

$8084-(q+1)^2-4q\to\max$

8100-8

$-q^2-6q+8083\to\max$

$-2q-6=0$ $\quad -9+9+8083=8092$

$q=-3$ $\quad b=-1$

ЧЕРНОВИК

$|2t+1|^x = t^2+2$

$\sin^2\alpha - \sin^2\beta =$

$= (\sin\alpha - \sin\beta)(\sin\alpha + \sin\beta) =$

$= 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} =$

$= \sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$

$\cancel{36\sin^2\alpha - 36\sin^2}$

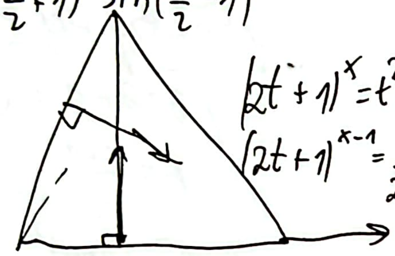
$36\sin^2 x$

$\sin x = t$

$36t^2 \cancel{+\sin} = 36\sin^2(t) + 9 = \pi^2.$

$x = \frac{\pi}{2}$

$36\sin(\frac{\pi}{2}+1)\sin(\frac{\pi}{2}-1)$



$|2t+1|^x = t^2+2$

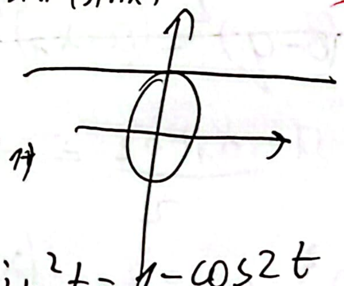
$|2t+1|^{x-1} = \frac{t^2+2}{2t+1}$

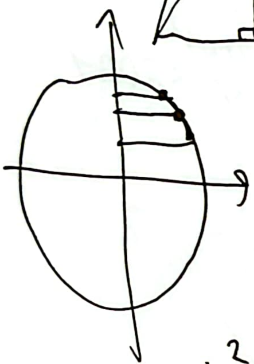
$\sin^2 x - \sin^2(\sin x)$

1

5

$36\sin^2(1)$

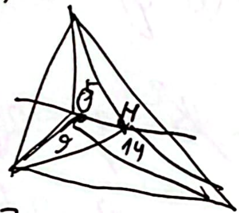




$t^2 > \sin^2(t)$

$|t| > |\sin t|$

$2\sin^2 t = 1 - \cos 2t$



$36t^2 \cancel{+} - \cancel{18} + 18\cos 2t \cancel{+9} = \pi^2$

-9

$\sin t = t.$

$9(2t)^2 + 18\cos 2t - 9 = \pi^2.$

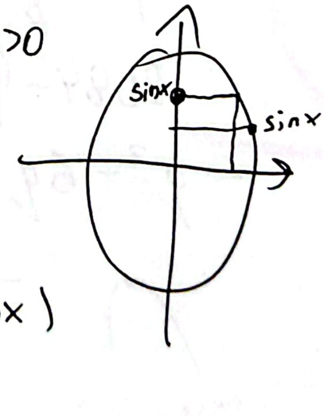
$(36\sin^2 x - 36\sin^2(\sin x)) = \pi^2 - 9$

$2\sin x\cos x - 2\sin(\sin x)\cos(\sin x)\cdot\cos x.$

$\sin 2x - \sin(2\sin x)\cos x$

$\cos x\,(\underbrace{2\sin x}_{} - \sin(\underbrace{2\sin x}_{})) > 0$

$\sin^2 t = \cancel{\pi^2 - 9} = \frac{36t^2 - \pi^2 + 9}{36.}$



$t^2 > \sin^2 t \quad \sin^2\cancel{x} - \sin^2(\sin x)$

Черновик

	скорость	время	расстояние
А – 1	v_1	$t - 400$	$(v_1 - 2)(t - 400)$
Б – 2	v_2	t	$(v_2 - 2)t$

$$v_1 t - \cancel{2t} + \cancel{800} - 400 v_1 = v_2 t - \cancel{2t} + \cancel{900}^{100}$$

$$\frac{36}{2}\cos(2\sin x) - \frac{36}{2}\cos 2x + 9 = \pi^2$$

$$18\cos^2(\sin x) - \sin^2(\sin x) - 18\cos^2 2x +$$

$$\left(\sin x\cos(\sin x) + \cos x\sin(\sin x)\right) \cdot -$$

$$(\sin x\cos(\sin x) - \cos x\sin(\sin x)) =$$

$$= \sin^2 x\cos^2(\sin x) - \cos^2 x\sin^2(\sin x) =$$

$$= \sin^2 x(1 - \sin^2(\sin x)) - \cos^2 x\sin^2(\sin x) =$$

$$= \cancel{\sin^2 x}$$

$$v_1 t - v_1 400 - v_2 t$$

$$\sin^2 x(1 - \sin^2(\sin x)) + (1 - \sin^2 x)(\sin^2(\sin x)) =$$

$$\cancel{= \sin^2 x - \sin^2 x\sin^2(\sin x) + \sin^2 x}$$

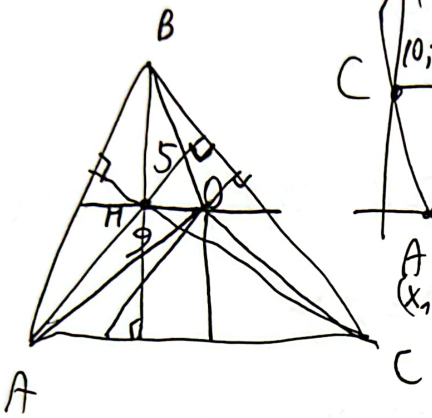
$$\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta) = (\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)(\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta) =$$

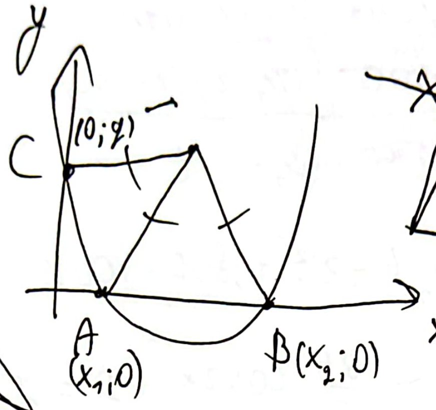
$$= \sin^2\alpha\cos^2\beta - \cos^2\alpha\sin^2\beta = \sin^2\alpha(1 - \sin^2\beta) - \cancel{\cos^2\alpha}(1 - \sin^2\alpha) \cdot$$

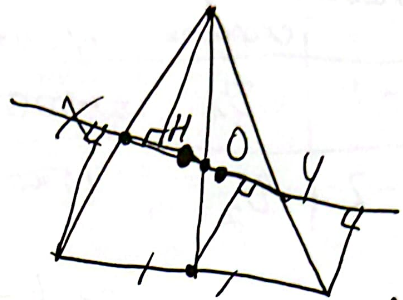
$$\cdot \sin^2\beta = \sin^2\alpha \cancel{- 2\sin^2\alpha\sin^2\beta} - \sin^2\beta =$$

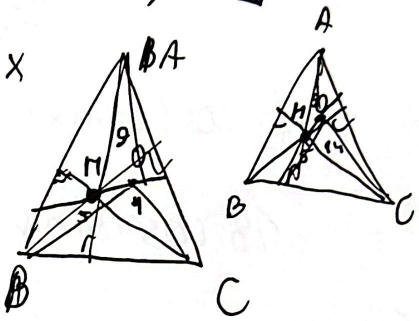
$$36\sin^2 x - 36\sin^2(\sin x) + 9 = \pi^2.$$

ЧЕРНОВИК









$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}$$

$\alpha = x+\sin x$
$\beta = x-\sin x$

$$36\sin(x+\sin x)\sin(x-\sin x) = \frac{36}{2}\cdot(\cos(2\sin x)-\cos(2x))$$

$x=-2$ $\quad$ $x=0$ $\quad$ $x=-1$

$2-4+7=5$ $\quad$ $4-2+7=9$ $\quad$ $1-1+7$

$f(-2)=5$ $\quad$ $f(0)=9.$ $\quad$ $f(-1)=7$

$f(1)-4\geq f(-1)$ $\quad$ $f(1)-6\leq f(-2)$

$f(1)\geq 11$ $\quad$ $f(1)\leq 5+6$

$8092 : 4 = 2023$

$f(1)=11$

$2x+9$
$2\cdot 2024+9=4048+9$
4057

$f(x)=2x+9$

~~$f(x+2)-4\geq 2x+9 \Rightarrow f(x+2)\leq$~~

$f(x+2)\leq 6+f(x-1)\leq 6+2x-2+9=2x+$

А-1 $\quad v_1 \quad t+400 \quad$ ~~$v_2t+900 \quad (v_2-2)t$~~

Б-2 $\quad v_2 \quad t \quad (v_2-2)t$

$v_1t-400v_1 = v_2t+900$