0 602756 950006

60-27-56-95
(161.4)

+1 мсо
Анна

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант А-3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Романюка Тимофея Вячеславовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«07» апреля 2024 года

Подпись участника

80 (восемьдесят)

60-27-56-95 (161.4)

Черновик

I $v_в = 3\frac{м}{с}$ $x-300$ сек $S+700$ v_A v t

II $v_в = 3\frac{м}{с}$ x S $v_Б$

Пусть v_A – скорость бегп. Альфа и $v_Б$ – скорость бегп. Бета

$$S+700 = (x-300)(v_A - v_в)$$

$$S = x\cdot(v_Б - v_в)$$

$\frac{3}{6}+\frac{2}{-1}$ $\frac{2+2}{6-1} = \frac{4}{5}$

$0,8$ $0,3$ $\frac{10+2}{3-1}$

$\frac{3+3}{6-1} = \frac{6}{5}$

$$v_Б - v_в = \frac{S}{x} \Rightarrow v_Б = \frac{S}{x} + v_в$$

$$v_A - v_в = \frac{S+700}{x-300} \Rightarrow v_A = \frac{S+700}{x-300} + v_в$$

из этого следует, что

$$v_A > v_Б$$

$$v_A(x-300) = v_A\cdot x - 300v_A$$

$$v_Б\cdot x$$

Найдем зависимость v_A от $v_Б$

$$v_Б - \frac{S}{x} = v_A - \frac{S+700}{x-300} \Rightarrow v_Б - v_A = \frac{S}{x} - \frac{S+700}{x-300} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_Б = \frac{S}{x} - \frac{S+700}{x-300} + v_A$$

тогда $v_A(x-300) = v_A x - 300v_A$

$$v_Б\cdot x = \left(\frac{S}{x} - \frac{S+700}{x-300} + v_A\right)\cdot x = S - \frac{Sx+700x}{x-300} + v_A x$$

$$-300v_A \vee S - \frac{(S+700)x}{x-300}$$

$$\frac{S(x-300)-(S+700)x}{x-300} = \frac{Sx-300S-Sx-700x}{x-300} = \frac{-300S-700x}{x-300}$$

отриц число.

$$v_A = \frac{S+700}{x-300} + 3 \vee \frac{-300S-700x}{x-300}$$

Черновик

$$\frac{S}{\vartheta t}$$

$$300 \cdot \frac{S+700+3(x-300)}{x-300} \vee \frac{-300S-700x}{x-300}$$

$$\frac{300S+300\cdot 700+900x-900\cdot 300}{x-300} \qquad \frac{-300S-700x}{x-300}$$

$$300S+900x-600 \vee -300S-700x$$

$$-300S-900x+600 \qquad -300S-700x$$

$$-200x+600 \vee 0$$

$$\vartheta_A-\frac{S+700}{x-300}=\vartheta_\delta-\frac{S}{x} \qquad \vartheta_\delta=\frac{S}{x}+3$$

$$\vartheta_A=\vartheta_\delta-\frac{S}{x}+\frac{S+700}{x-300}$$

$$\vartheta_A\cdot x(x-300)=\vartheta_\delta\cdot x(x-300)-S(x-300)+(S+700)x$$

$$\vartheta_A(x^2-300x)=\vartheta_\delta(x^2-300x)-\cancel{Sx}+300S+\cancel{Sx}+700x$$

$$\vartheta_A=\frac{\vartheta_\delta(x^2-300x)+300S+700x}{(x^2-300x)}=\vartheta_\delta+\frac{300S+700x}{x^2-300x}$$

$$\vartheta_\delta\cdot x$$

$$\vartheta_A\cdot(x-300) \qquad \left(\vartheta_\delta+\frac{300S+700x}{x(x-300)}\right)\cdot x-300$$

$$\vartheta_\delta(x-300)+\frac{(300S+700x)\cancel{(x-300)}}{x\cancel{(x-300)}}=\vartheta_\delta(x-300)+300S+700x$$

$$\frac{\vartheta_\delta x-300\vartheta_\delta+300S+700x}{x}$$

$$\frac{300S}{x}+900+\frac{300S+700x}{x}$$

60-27-56-95 (161.4)

Чистовик

Задача №2

Пусть скорость беспилотника Альфа ϑ_A; а беспилотника Бета ϑ_δ;

Тогда:

	Скорость ветра	Время в воздухе	Сколько пролетел	Скорость моделей
Альфа	3 м/с	$x-300$	$S+700$	ϑ_A
Бета	3 м/с	x	S	ϑ_δ

Пусть модель Бета продержалась в воздухе x секунд и пролетела S метров

Тогда с учётом скорости ветра скорость модели альфа во время испытания была $\vartheta_A-\vartheta_в$, а у модели бета: $\vartheta_\delta-\vartheta_в$

При этом получаем: $\begin{cases} S+700=(x-300)(\vartheta_A-\vartheta_в) \\ S=x(\vartheta_\delta-\vartheta_в) \end{cases}$

т.е. $\begin{cases} \vartheta_A-\vartheta_в=\dfrac{S+700}{x-300} \Rightarrow \vartheta_в=\vartheta_A-\dfrac{S+700}{x-300} \\ \vartheta_\delta-\vartheta_в=\dfrac{S}{x} \Rightarrow \vartheta_в=\vartheta_\delta-\dfrac{S}{x} \end{cases}$

или же $\begin{cases} \vartheta_A=\dfrac{S+700}{x-300}+\vartheta_в \\ \vartheta_\delta=\dfrac{S}{x}+\vartheta_в \end{cases}$ из данной системы видно, что скорость у модели Альфа больше чем скорость у модели Бета. т.к. $\vartheta_A-\dfrac{S+700}{x-300}=\vartheta_\delta-\dfrac{S}{x}$

$$\vartheta_A=\vartheta_\delta-\frac{S}{x}+\frac{S+700}{x-300}$$

$$\vartheta_A(x^2-300x)=\vartheta_\delta(x^2-300x)-Sx+300S+Sx+700x$$

$$\vartheta_A=\vartheta_\delta+\frac{300S+700x}{x^2-300x}=\frac{300S+700x}{x(x-300)}+\vartheta_\delta$$

Т.к. время в воздухе не зависит от погоды, то в безветренную погоду модели продержались в воздухе также x и $x-300$ сек.

Продолжение на след. стр!!!

Чистовик

Задача №1 Продолжение

Тогда расстояние пройденное беспилотником Альфа это $(v_A-3)(x-300)-(v_Б-3)x$ Бета пролетит $(v_Б-3)x$

~~Тогда $v_A(x-300) = \left(v_Б + \frac{300S+700x}{x(x-300)}\right)(x-300) =$~~

$(v_A-3)(x-300)-(v_Б-3)x=700$

~~$= v_Б(x-300)+\frac{(300S+700x)(x-300)}{x(x-300)} = v_Бx - v_Б\cdot 300 +$~~

$v_Ax - 3x - 300v_A + 900 - v_Бx + 3x = 700$

$+\frac{300S+700x}{x}$, т.к. $v_Б = \frac{S}{x}+v_Б = \frac{S}{x}+3$ то

$v_Бx - v_A(x-300) = 200$

получаем, что $v_A(x-300) = v_Бx - \frac{300S}{x} + 900 + \frac{300S+700x}{x}$

Заметим, что $\frac{300S}{x} < 900 + \frac{300S+700x}{x}$, а значит, что $v_A(x-300) = v_Бx$ + что-то, т.е. расстояние пройдено моделью Альфа больше чем расстояние пройденное моделью Бета, которое равно просто $v_Бx$.

Ответ: в безветренную погоду большее расстояние пролетит модель ~~Бета~~ на 200 ~~метров~~

Задача №3

$36\cos(x+\cos x)\cdot\cos(x-\cos x)+9=\pi^2$

Раскроем косинус суммы и косинус разности.

$36(\cos x\cdot\cos(\cos x)-\sin x\cdot\sin(\cos x))\cdot(\cos x\cdot\cos(\cos x)+\sin x\cdot\sin(\cos x))+9=\pi^2$

$36((\cos^2x\cdot\cos^2(\cos x))-(\sin^2x\cdot\sin^2(\cos x)))+9=\pi^2$

~~$36\left(\left(\cos x\frac{x}{\cos x}\right)^2-\left(\sin x\cdot\left(1-\frac{x^2}{\cos^2x}\right)^2\right)\right)+9=\pi^2$~~

Продолжение на след. стр.!!!

60-27-56-95
(161.4)

Чистовик

Задача №3 Продолжение.

~~$36\left(x^2-\left(\sin x-\frac{\operatorname{tg}x\cdot x^2}{\cos x}\right)^2\right)+9=\pi^2$~~

~~$36\left(x^2-\left(\sin x\cdot\frac{\operatorname{tg}x\cdot x^2}{\cos x}\right)^2\right)=\pi^2-9$~~

$36((1-\sin^2x)\cdot\cos^2(\cos x)-\sin^2x\cdot(1-\cos^2(\cos x)))+9=\pi^2$

$36(\cos^2(\cos x)-\sin^2x)+9=\pi^2$

$36\left(\frac{x^2}{\cos^2x}-(1-\cos^2x)\right)+9=\pi^2$

$36\left(\frac{x^2}{\cos^2x}-1+\cos^2x\right)+9=\pi^2$

~~Делим все уравнение на 2.~~

$18\left(\frac{2x^2}{\cos^2x}-2+2\cos^2x\right)+9=\pi^2$

Делим обе части на 9 и получаем:

$2\left(\frac{2x^2}{\cos^2x}-2+2\cos^2x\right)+1=\frac{\pi^2}{9}$

$2\left(\frac{2x^2}{\cos^2x}-1+\cos2x\right)+1=\frac{\pi^2}{9}$

$\frac{4x^2}{\cos^2x}-1+\cos2x+1-1=\frac{\pi^2}{9}$ => $(\cos^2x+1)^2-3=\frac{\pi^2}{9}$ => $\cos^2x+1=\sqrt{\frac{\pi^2}{9}+3}$

$\left(\frac{2x}{\cos x}-1\right)\left(\frac{2x}{\cos x}+1\right)+\cos2x=\frac{\pi^2}{9}$ $\qquad \cos^2x=\sqrt{\frac{\pi^2}{9}+3}-1$

$\left(\frac{2x}{\cos x}-1\right)\left(\frac{2x}{\cos x}+1\right)+\cos2x=\arccos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ $\qquad \cos x=\sqrt{\sqrt{\frac{\pi^2}{9}+3}-1}$

или

$\left(\frac{2x}{\cos x}-1\right)\left(\frac{2x}{\cos x}+1\right)+\cos2x=\arccos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ $\qquad x=\pm\arccos\left(\sqrt{\sqrt{\frac{\pi^2}{9}+3}-1}\right)+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$36\left(\frac{\cos2x}{2}+\frac{\cos(2\cos x)}{2}\right)+9=\pi^2$

$2\cos^2x-1+\cos(2\cos x)=\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}$, $t=\cos x$

$2t^2-1+\cos2t=\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}$

$f'(t)>0$ при $t>0$

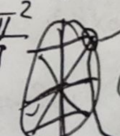
<0 $\quad t<0$

=> $\exists$ 2 корня, подбор

$\cos x=\frac{\pi}{6}$ $\quad \cos x=-\frac{\pi}{6}$

– подходит

$x=\pm\arccos\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$



Сумма тогда: $\arccos\frac{\pi}{6}+2\pi$

Ответ: $x=\pm\arccos\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$; промежутку $\left[\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{3}\right]$ принадлежат корни с суммой $\arccos\frac{\pi}{6}+2\pi$

Чистовик Задача №2

Т.к. неравенства выполняются при всех целых значениях x, то $\begin{cases} f(2027) \le f(2024)+6 \Rightarrow f(2024) \ge f(2027)-6 \\ f(2026) \ge f(2024)+4 \Rightarrow f(2024) \le f(2026)-4 \end{cases}$

Т.е. $f(2027)-6 \le f(2024) \le f(2026)-4$

Рассмотрим ситуацию при $-2; -1; 0$.

$f(-2) = |-4+3| - |-4+1| + 4 = 2$, 1 не принадлежит промежутку $[-2;0]$ посчитать не можем т.к.

$f(-2+3) = \cancel{|-2+3|-|-2+1|+4=4}$ ~~т.е. $4 \le 2+6$ и $6 \ge 2+4$ Все верно.~~

$f(-2+2) = |3| - |1| + 4 = 6$

$f(-1) = |-2+3| - |-2+1| + 4 = 4$

$\cancel{f(-1+3) = |4+3| - |4+1| + 4 = 6}$

$\cancel{f(-1+2) = |2+3| - |2+1| + 4 = 6}$

~~$6 \le 4+6$ и $6 \ge 4+4$~~

$f(-1+3)$ и $f(-1+2)$ посчитать также не можем.

$f(0) = |3| - |1| + 4 = 6$

$f(0+3)$ и $f(0+2)$ посчитать тоже не возможно.

Получается, что
$f(1) \le 2+6$
$f(2) \le 4+6$ — повтор
$f(1) \le 4+4$
$f(3) \le 6+6$ — повтор
$f(2) \le 6+4$

$\Rightarrow f(1) \le 8$, $f(2) \le 10$, $f(3) \le 12$

При этом $f(0)=6$; $f(-1)=4$. т.е. можно заметить закономерность что каждый следующий x увеличивает значение на 2

Тогда $f(2024) = 6 + 2 \cdot 2024 = 6 + 4048 = 4054$

Ответ: $f(2024) = 4054$

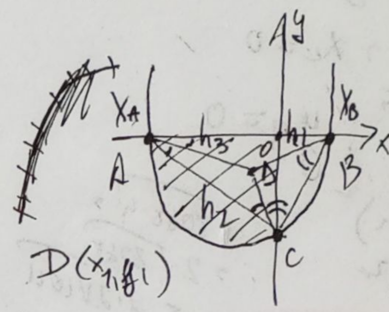
60-27-56-95 (161.4)

Чистовик
Задача №5

Заметим, что функция $y = x^2 + px + q$ – парабола с вершиной в точке с координатой $x = \frac{-p}{2}$

Также заметим, что координаты точки C т. $x=0; y=q$

а координаты A и B это $A(x_A;0)$ и $B(x_B;0)$



Чтобы иметь сумму координат −2022 и при этом длина отрезка AB была минимальной, то точка D должна находится в четверти где и координаты x и координаты y будут отрицательные. т.е. в закрашеной на картинке области. Мы имеет △ABC и точка равноудаленная от всех его вершин это точка ~~пересечения~~ которая делит треугольник на 3 равнобедренных. нам нужен минимальный отрезок AB, но $DC = DB = AD$ точку D выгоднее расположить на оси Oy. т.к. если ее расположить в другом месте закрашеной области, то DB будет гарантированно больше DC. Тогда точка D встает в точку $(0; -2022)$ и длина отрезка AB будет $2\sqrt{4044} \approx 64.2$

Ответ: $2\sqrt{4044}$ (см. след. стр.)

$x_1 + x_2 = -2022$

$h_1 = h_2 = h_3$

AB_{min} - ?

$\triangle ADB$ - р/б

x_1 - середина $AB \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(x_A, x_B) \Rightarrow 2x_1 = x_A + x_B$

$h_1 = \sqrt{(x_B - x_1)^2 + (y_B - y_1)^2}$; $y_B = 0$

$h_2 = \sqrt{(x_C - x_1)^2 + (y_C - y_1)^2}$; $x_C = 0$

$h_3 = \sqrt{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2}$; $y_A = 0$

$\Rightarrow (x_B - x_1)^2 + y_1^2 = x_1^2 + (y_C - y_1)^2$

$x_1^2 + (y_C - y_1)^2 = (x_A - x_1)^2 + y_1^2$

$\sqrt{8088 - 4} = 2\sqrt{8088} = 2 \cdot 2\sqrt{1011}$

$x_B^2 - 2x_Bx_1 + x_1^2 + y_1^2 = x_1^2 + y_C^2 + y_1^2 - 2y_Cy_1$

$x_B^2 - 2x_Bx_1 = y_C^2 - 2y_Cy_1 \Rightarrow x_B^2 - x_B(x_A + x_B) =$

$= y_C^2 - 2y_Cy_1 \Rightarrow x_B^2 - x_Bx_A - x_B^2 = y_C^2 - 2y_Cy_1$

$y_C^2 - 2y_Cy_1 + x_Bx_A = 0$ также $\begin{cases} x_A + x_B = -p \\ x_Ax_B = q \\ y_C = q \end{cases}$

$q^2 - 2qy_1 + q = 0 \mid : q \neq 0$ $\quad q - 2y_1 + 1 = 0$ $\quad y_1 = \frac{q+1}{2}$

$2x_1 = x_A + x_B = -p \Rightarrow x_1 = -\frac{p}{2}$

$x_1 + y_1 = -2022$ $\quad -\frac{p}{2} + \frac{q+1}{2} = -2022$ $\quad -p + q + 1 = -4044$

$q - p = -4043$

Нужно AB_{max} $\quad AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + 0^2} = |x_B - x_A| =$

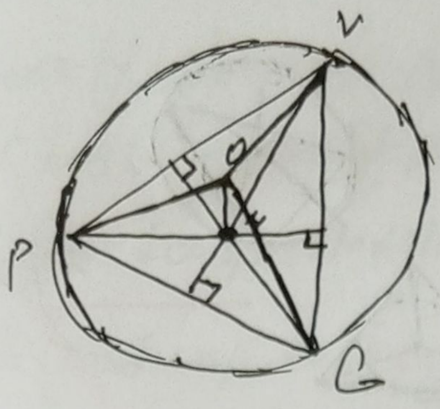
$= \sqrt{p^2 - 4q}$; $p^2 - 2pq + q^2 = 4043^2 \Rightarrow p^2 = 4043^2 + 2pq - q^2$

$p^2 - 4q = 4043^2 + 2pq - q^2 - 4q = 4043^2 + q^2 + (8086 - 4)q$

$\Rightarrow AB = \sqrt{4043^2 + q^2 + 8082q}$ $\quad AB_{min}$ — верш. $= -\frac{b}{2a} = -4041$

$AB_{min} = \sqrt{4043^2 + 4041^2 - 8082 \cdot 4041} = \sqrt{4043^2 - 4041^2} = 4\sqrt{1011}$

Чистовик задачи №4



$S_{\Delta} OHP = 25$

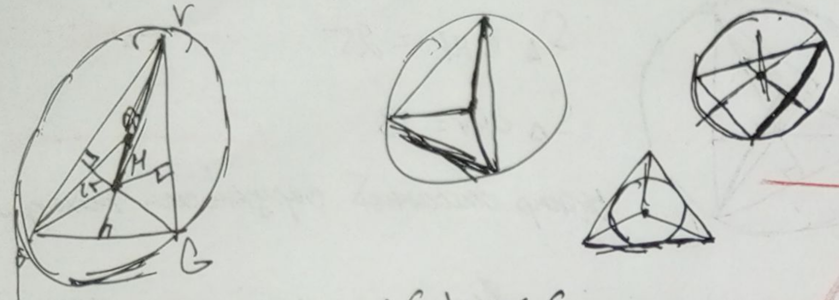
$S_{\Delta} OHV = 13$

~~ц~~центр описанной окружности находит

в точке пересечения ~~высот~~. серединных перпендикуляров сторон треугольника.

Получаем, что в площадь ΔOHG входит часть площади треугольника OHV. Это будет $\frac{1}{3} S_{\Delta} OHV => \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$

Черновик



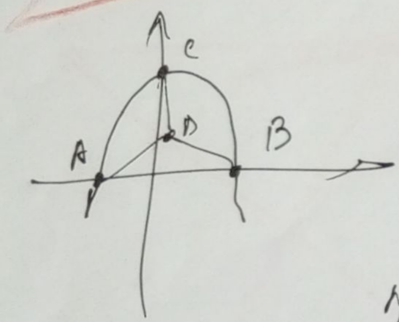
$f(1)-2\le 6$

$f(-2+3)\le 2+6$

$f(0)\ge 2+4$

$6\ge 6$

$63\cdot 63 = 189 + 378 = 3969$

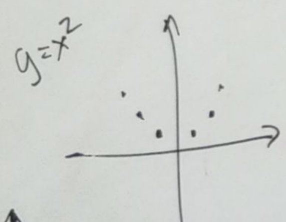


Заметим, что y — парабола.

Сумма будет такой при x и y отриц.

$64\cdot 64 = 256 + 384 = 4096$

$80\cdot 80 = 6400$

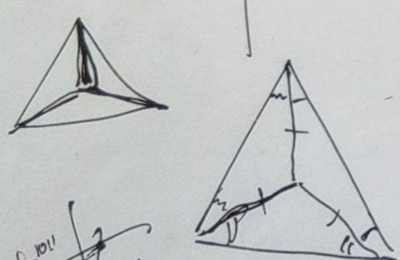


$y = 1+\cancel{2}+3 = 6$

$y = 4+4+3 = 9$

$40\cdot 40$ $\quad$ $60\cdot 60$

y



$2023\cdot 2023 = 6069 + 4046 + 0000 + 4046 = 4092529$

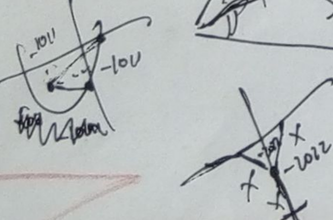
$2022\cdot 2022 = 4044 + 4044 + 0000 + 4044 = 4088484$

$70\cdot 70 = 4900$

$65\cdot 65 = 325 + 390 = 4225$

$x^2 - 2022$

$4092529 - 4088484 = 0004045$



Черновик

$36\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)+9=\pi^2$

$36\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\pi^2-9$

$36(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)=\pi^2-9$

$36=(\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta+\cancel{\cos\alpha\cdot\cos\beta\sin\alpha\sin\beta}-\cancel{\sin\alpha\sin\beta\cos\alpha\cos\beta}-$

$-\sin\alpha\sin\beta\sin\alpha\sin\beta)=\pi^2-9$

$36(\cos^2\alpha\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta)=\pi^2-9$

$36((1-\sin^2\alpha)\cdot\cos^2\beta-\sin^2\alpha(1-\cos^2\beta))=\pi^2-9$

$36(\cos^2\beta-\cancel{\sin^2\alpha\cos^2\beta}-\sin^2\alpha+\cancel{\cos^2\beta\sin^2\alpha})=\pi^2-9$

$36(\cos^2\beta-\sin^2\alpha)=\pi^2-9$

$36\left(\frac{x^2}{\cos^2x}-\sin^2x\right)=\pi^2-9$

$36\left(\frac{x^2}{\cos^2x}-(1-\cos^2x)\right)=\pi^2-9$

$36\left(\frac{x^2}{\cos^2x}-1+\cos^2x\right)=\pi^2-9$

$36\left(\frac{x^2-\cos^2x+\cos^4x}{\cos^2x}\right)=\pi^2-9$

$36\left(\frac{x^2}{\cos^2x}-1+\cos^2x\right)+9=\pi^2$

$\frac{36x^2}{\cos^2x}-27+36\cos^2x=\pi^2$

$18\left(\frac{2x^2}{\cos^2x}-\underbrace{1-1+2\cos^2x}_{\cos 2x}\right)+9=\pi^2$

$18\left(\frac{2x^2}{\cos^2x}+\cos2x-1\right)+9=\pi^2$

$2\left(\frac{2x^2}{\cos^2x}+\cos2x-1\right)+1=\frac{\pi^2}{9}$

$\frac{4x^2}{\cos^2x}+2\cos2x-2+1=\frac{\pi^2}{9}$

$\frac{4x^2}{\cos^2x}+\cos2x-1$

$(\cos^2x+1)^2-3=\frac{\pi^2}{9}$

$\frac{4x^2}{\cos^2x}+2\cos^2x-1+1-1-1$

$\cos^2x=\cos^4x$

$\frac{2x}{\cos x}\cdot 2=\frac{4x}{\cos x}$

$(\cos^2x+1)^2=\frac{\pi^2}{9}+3$

$\cos^2x+1=\sqrt{\frac{\pi^2}{9}+3}$

$2\cos^2x-1$

$\frac{\pi^2}{9}$ $\cos^2x$

$\left(\frac{\pi}{3}\right)^2$

$\cos^2x$

$1-\frac{1}{\cos^2x}$

$2\cos2x\cdot2=4\cos2x$

$\frac{2x}{\cos x}-1$

$\frac{4x^2}{\cos^2x}-1+2\cos2x=\frac{\pi^2}{9}$

$\cos^2 2x$

$1-2\cos^2x$

$\left(\frac{2x^2}{\cos^2x}-2+2\cos^2x\right)\cdot2+1=\pi^2$

$2\left(\frac{2x^2}{\cos^2x}-1+\cos2x\right)+1$

$\left(\frac{4x^2}{\cos^2x}-1-\cancel{1}+\cos2x+\cancel{1}\right)$

$\left(\frac{2x}{\cos x}-1\right)\left(\frac{2x}{\cos x}+1\right)+\cos2x=\frac{\pi^2}{9}$

$\frac{2x-\cos x}{\cos x}$

Черновик

$36\left(x^2 - \sin x + \frac{tgx\cdot x^2}{\cos x}\right)\left(x^2 + \sin x - \frac{tgx\, x^2}{\cos x}\right) = (\pi-3)(\pi+3)$

$36\left(x^2 - (\ )^2\right) = 1(\pi^2 - 3^2)$

$(x^2 - \sin x)^2$

$x^2 - (\ )^2 = \frac{\pi^2 - 3^2}{6^2}$

$x^2 - 2\sin x\cdot x + \sin^2 x$

$(1 - \cos^2 x)$

$x^2 - 2\sin x\cdot x + 1 - \cos^2 x$

$f(x+3) \le f(x) + 6$

$f(x+2) \ge f(x) + 4$

$f(x+3) = |2(x+3)+3| - |2(x+3)+1| + 4 = |2x+9| - |2x+7| + 4$

$|2x+9| - |2x+7| + 4 \le |2x+3| - |2x+1| + 6$

$5 \le 6$

$\begin{cases} f(x) \ge f(x+3) - 6 & 0 \\ f(x) \le f(x+2) - 4 & 2 \end{cases}$

$2024 + 3 = 2027$

$2024 + 2 = 2026$

$2027 \times 2 = 4054$

$4054 + 3 = 4057$

$|2027\cdot 2 + 3| - |2027\cdot 2 + 1| + 4 - 6 =$

$\underbrace{4057 - 4055}_{2} + 4 - 6 = 0$

$2026 \times 2 = 4052$

$4055 - 4053 = 2$

$f(2024) \in [0;2]$

$1 \quad -1$

$-2 + 3 \quad -2 + 1$

$f(2024)$

$(\cos^2 x - 2x\cos x + x^2)(\cos^2 x + 2x\cos x + x^2)$

$\begin{cases} f(2027) \le f(2024) + 6 \\ f(2026) \ge f(2024) + 4 \end{cases}$

Черновик

$\sin 30 = \frac{1}{2}$ $\quad \cos(60) = \frac{1}{2}$ $\quad \cos(60) = \frac{1}{2}$

$\sin\frac{1}{2} = 1 - \cos^2 x$ $\quad \cos\frac{1}{2} = \frac{x}{\cos x}$

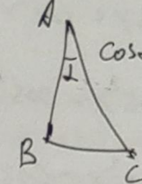
$\cos\left(\frac{1}{2}\right) =$

$1 - \left(\frac{x}{\cos x}\right)^2 = \sin(\cos x)$

$\cos(\cos x) = \frac{x}{\cos x}$

$\sin\alpha = \frac{BC}{AC}$

$\cos\alpha = \frac{AB}{AC}$



$1 - \frac{x^2}{\cos^2 x}$

$36\left(x^2 - \left(\sin x - \frac{\sin x\cdot x^2}{\cos^2 x}\right)^2\right) + 9 = \pi^2$

$tg = \frac{BC}{AB}$

$9\left(4x^2 - 4\left(\sin x - \frac{\sin x\cdot x^2}{\cos^2 x}\right)^2 + 1\right) = \pi^2$

$\frac{\frac{BC}{AB}}{\frac{AB}{AC}} = \frac{BC\cdot AC}{AB^2}$

$9\left(4x^2 - 4\left(\sin x - \frac{tgx\cdot x^2}{\cos x}\right)^2 + 1\right) = \pi^2$

$\cos(60 - 30)\cdot\cos(60 + 30) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 0 = 0$

$\cos(37{,}5 - 7{,}5)\cdot\cos(37{,}5 + 7{,}5) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

$tg = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\quad \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\cos x} = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ $\quad \pi^2 - 9 = (\pi - 3)(\pi + 3)$

$36\left(x^2 - \left(\sin x - \frac{\sin x\cdot x^2}{\cos^2 x}\right)\right)$

$x^2 - \sin x + \frac{tgx\, x^2}{\cos x}$

$\sin^2 x + \frac{2tg\cdot x^2\cdot\sin x}{\cos x} + \frac{tg^2 x\cdot x^4}{\cos^2 x} =$

$x^2 + \sin x - \frac{tgx\, x^2}{\cos x}$

$= \sin^2 x + 2tg^2 x\cdot x^2 + \frac{tg^2\cdot x^4}{\cos^2 x}$

$\sin x - \frac{\sin x\cdot x^2}{\cos^2 x}$

$tg^2 x\cdot x^2\left(2 + \frac{x^2}{\cos^2 x}\right) + \sin^2 x$

$\frac{\sin x\cdot\cos^2 x - \sin x\cdot x^2}{\cos^2 x} = \frac{\sin x(\cos^2 x - x^2)}{\cos^2 x} = \frac{\sin x^2(\cos x - x)^2(\cos x + x)^2}{\cos^2 x}$

черновик

$36\cos(x+\cos x)\cdot\cos(x-\cos x)+9=\pi^2$

$36(\cos x\cdot x+\cos^2 x)\cdot(\cos x\cdot x-\cos^2 x)+9=\pi^2$

$36(x\cos x+\cos^2 x)(x\cos x-\cos^2 x)+9=\pi^2$

$36(x^2\cos^2 x-\cos^4 x)+9=\pi^2$

$9((4x^2\cos^2 x-\cos^4 x)+1)=\pi^2$

$9(4x^2\cos^2 x-\cos^4 x+1)=\pi^2$

$\cancel{9(4x^2\cos^2 x-\cos^4 x+\cos^2 x+\sin^2 x)=\pi^2}$

$9(\cos^2 x(4x^2-\cos^2 x)+1)=\pi^2$

$9(\cos^2 x(2x-\cos x)(2x+\cos x)+1)=\pi^2$

$(a+b)(a-b)=$

$=a^2-b^2$

$a^2-ab+ab-b^2$

$2x^2$

$(\cos^2 x+1)^2$

$\cos^4 x+4x^2\cos^2 x$

$2\cos^2\alpha-1=\cos 2\alpha$

$1=\cos^2 x+\sin^2 x$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$36\cos(x+\cos x)\cdot\cos(x-\cos x)+9=\pi^2$

$36(\cos x\cdot\cos(\cos x)-\sin x\cdot\sin(\cos x))\cdot(\cos x\cos(\cos x)+\sin x\cdot\sin(\cos x))+9=$
$=\pi^2$

$36((\cos x\cos(\cos x))^2+\cancel{\sin x\cdot\cos x\cdot\cos(\cos x)\sin(\cos x)-\sin\cdot\cos x\cdot\cos(\cos x)\sin(\cos x)}-$
$-(\sin x\sin(\cos x))^2)+9=\pi^2$

$36((\cos x\cos(\cos x))^2-(\sin x\sin(\cos x))^2)+9=\pi^2$

$\frac{36(\ )}{4}+\frac{9}{4}=\frac{\pi^2}{4}$

$36\left(\cos x\cdot\frac{x}{\cos x}\right)^2-\left(\sin x\cdot\left(1-\left(\frac{x}{\cos x}\right)^2\right)^2\right)+9=\pi^2$

$9(\ )+2{,}25=\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$

$36\left(x^2-\left(\sin x-\frac{\sin x\cdot x^2}{\cos^2 x}\right)^2\right)+9=\pi^2$

$36\left(x^2-\cancel{\left(\sin^2 x+\frac{\sin^2 x\,x^4}{\cos^4 x}\right.}\left(\sin x-\frac{\sin x\,x^2}{\cos^2 x}\right)\right)\left(x+\sin x-\frac{\sin x\,x^2}{\cos^2 x}\right)\Big)+9=\pi^2$