0 666826 760001

66-68-26-76
(162.3)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант А-4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Якупова Динара Эмиларовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«6» апреля 2024 года

Подпись участника

75 (семьдесят пять)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

66-68-26-76
(162.3)

Черновик

1

$\xleftarrow{v_{теч}}$

$$\begin{cases} t_2 = t_1 + 400 \\ S_2 = S_1 - 900 \end{cases}$$

~~$v_1 = \frac{S_1}{t_1} - 2;$~~

~~$v_2 = \frac{S_1 - 900}{t_1 + 400} - 2;$~~

Пусть даны v_1 и v_2.

$$\begin{cases} S_1 = t_1(v_1 - 2) \\ S_2 = t_2(v_2 - 2) \\ t_2 = t_1 + 400 \\ S_2 = S_1 - 900 \end{cases}$$

$S_1 - S_2 = 900$

$$\begin{cases} S_1 = t_1(v_1 - 2) \\ S_1 - 900 = (t_1 + 400)(v_2 - 2) \end{cases}$$

По факту надо найти $S_2' - S_1'$ — ?

$S = vt$

$t_1 v_1 - \cancel{2t_1} = t_1 v_2 - \cancel{2t_1} + 400 v_2 - 800;$

$t_1 v_1 = t_1 v_2 + 400 v_2 - 800;$

$t_1(v_1 - v_2) = 400(v_2 - 2);$

$$t_1 = \frac{400(v_2 - 2)}{v_1 - v_2}$$

$$\begin{cases} S_1' = t_1 v_1 \\ S_2' = t_2 v_2 \end{cases}$$

$S_2' - S_1' = t_2 v_2 - t_1 v_1$

$t_2 = t_1 + 400;$ $(t_1 + 400) v_2 - t_1 v_1 = 400 v_2 + t_1 v_2 - t_1 v_1$

$S_2' - S_1' = 400 v_2 + t_1(v_2 - v_1) = 400 v_2 - 400(v_2 - 2)$

$= \underline{800 м}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик.

1) Пусть скорость А-1 $= v_1$, скорость Б-2 $= v_2$.

Тогда $\begin{cases} S_1 = (v_1 - 2)t_1 \\ S_2 = (v_2 - 2)t_2 \end{cases}$, где $\begin{cases} S_2 = S_1 - 900, \\ t_2 = t_1 + 400. \end{cases}$

$\begin{cases} S_1 = (v_1 - 2)t_1 \\ S_1 - 900 = (v_2 - 2)(t_1 + 400) \end{cases}$ ⇔ Найдем t_1 через v_1 и v_2.

$900 = v_1 t_1 - \cancel{2t_1} - v_2 t_1 - 400 v_2 + \cancel{2t_1} + 800;$

$t_1(v_1 - v_2) = 400 v_2 + 100;$

$$\boxed{t_1 = \frac{400 v_2 + 100}{v_1 - v_2}}.$$

Пусть теперь $\begin{cases} S_1' = v_1 t_1 \\ S_2' = v_2 t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S_1' = v_1 t_1 \\ S_2' = v_2(t_1 + 400). \end{cases}$

Найдем $S_2' - S_1'$: $S_2' - S_1' = v_2 t_1 + 400 v_2 - v_1 t_1 =$
$= t_1(v_2 - v_1) + 400 v_2 = 400 v_2 - (400 v_2 + 100)$
$= -100$ м.

Значит, $S_1' - S_2' = 100$ м.

Ответ: А-1 проедет на 100 м больше.

66-68-26-76
(1623)

2) Черновик

$f(x) = |3x+4| - |3x+2| + 7$ при $x \in [-2; 0]$

$f(x+3) - 6 \le f(x) \le f(x+2) - 4;$

$f(x+3) - 6 \le f(x+2) - 4;$ $f(x+2) \ge f(x+3) - 2;$

$f(x) \ge f(x+1) - 2;$ $\boxed{f(x+1) \le f(x) + 2}$

$f(-2) = |-6+4| - |-6+2| + 7 = 2 - 4 + 7 = 5.$

$f(-1) = |1| - |-1| + 7 = 7.$ ~~$\sin(t^2 + \arcsin(\frac{\pi}{6})^2)$~~

$f(0) = |4| - |2| + 7 = 9.$ $t^2 = \alpha$, $\arcsin(\frac{\pi}{6}) = \beta$.

$f(x+2) \ge f(x) + 4;$ $\sin(\alpha+\beta) = (\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha).$

$f(x+2) \le f(x+1) + 2 \le f(x) + 4$ $\sin^2\alpha + \frac{\pi}{6}$

$t^2 (\frac{\pi}{6})^2 = \sin^2(t) - \arcsin^2(\frac{\pi}{6})$

$f(x+2) - f(x) = 4$ $t^2 - \sin^2 t = (\frac{\pi}{6})^2 - \arcsin(\frac{\pi}{6})^2$

$f(-2) = 5$

$f(0) = 9$

1) $f(2) = f(0) + 4$ $f(k) = f(m).$

$\alpha = t^2$, $\beta = \arcsin(\frac{\pi}{6})$

2) $f(4) = f(2) + 4$

$t^2 + \arcsin^2(\frac{\pi}{6}) =$
$= \sin^2(t) + \sin^2(\arcsin(\frac{\pi}{6}))$

3) $f(6) = f(4) + 4$

$\alpha^2 + \beta^2 = \sin^2(\alpha) + \sin^2(\beta)$

4) $f(8) = f(6) + 4$

$f(-k) = k.$

$\alpha^2 - \sin^2\alpha = -\beta^2 + \sin^2\beta$
$= -(\beta^2 - \sin^2\beta).$

1011) $f(2022) = f(2020) + 4$

1012) $f(2024) = f(2022) + 4$

$f(k) = -f(m).$ $f(k) + f(m) = 0.$

~~$f(2) + f(4) + \ldots$~~ $+ f(2024) =$ ~~$f(2022) + \ldots$~~ $+ f(2) + f(0) + 4 \cdot 1012;$

$f(2024) = f(0) + 4 \cdot 1012 =$
$= 9 + 2024 \cdot 2 = 9 + 4048$
$= \boxed{4057}$

$t^2 - \sin^2(t) = (\frac{\pi}{6})^2 - (\frac{1}{2})^2$

$t^2 + (\frac{1}{2})^2 = \sin^2(t) + (\frac{\pi}{6})^2.$

$\begin{cases} t^2 = \frac{\pi^2}{36} \\ \sin^2 t = (\frac{1}{2})^2 \end{cases}$

$t \Leftrightarrow \sin t.$ $f(k) = \sin^2 k + \sin($

$[0; \frac{5}{4}]$

$t^2 + \arcsin(\frac{\pi}{6})^2 = \sin^2(t) + (\frac{\pi}{6})^2.$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha + \sin\beta \Rightarrow \cos\alpha = 1;$

Чистовик

② Найдём $f(-2)$: $f(-2)=|-2|-|-4|+7=5$.

Найдём $f(0)$: $f(0)=|4|-|2|+7=9$.

По условию $f(x+3)-6 \le f(x) \le f(x+2)-4$;

$f(x+3)-6 \le f(x+2)-4$; $f(x+3) \le f(x+2)+2$;

или $\boxed{f(x+1) \le f(x)+2}$.

$f(x+2) \le f(x+1)+2 \le f(x)+4$;

но $f(x+2) \ge f(x)+4$.

Тогда $\boxed{f(x+2)=f(x)+4}$.

1) $f(2)=f(0)+4$

2) $f(4)=f(2)+4$

3) $f(6)=f(4)+4$

⋮

1011) $f(2022)=f(2020)+4$

1012) $f(2024)=f(2022)+4$

Сложим все уравнения. Получим $f(2)+f(4)+\ldots+f(2022)+f(2024)=f(0)+f(2)+\ldots+f(2022)+1012\cdot 4$

В итоге $f(2024)=f(0)+4048=9+4048=$

$\boxed{f(2024)=4057}$

Ответ: 4057.

66-68-26-76 (1623)

Черновик.

$2\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=?$

$\begin{cases}\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta\\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta\end{cases}$

$2\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)$

$\begin{cases}a=\alpha+\beta\\ b=\alpha-\beta\end{cases}$ + $\begin{cases}a+b=2\alpha\\ a-b=2\beta\end{cases}$ $\begin{cases}\alpha+\beta=k\\ \alpha-\beta=m\end{cases}$ $\begin{cases}k+m=2\alpha\\ k-m=2\beta\end{cases}$

$2\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\cos(2\beta)-\cos(2\alpha)$.

$18(\cos(2\sin x)-\cos(2x))=\pi^2-9$; $0<\pi^2-9<1$.

$\boxed{\cos(2\sin x)-\cos(2x)}=\frac{\pi^2-9}{18}$; $0<\frac{\pi^2-9}{18}<\frac{1}{18}$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha$

$\cos(2\sin x)=2\cos^2(\sin x)-1$; $\cos(2x)=2\cos^2 x-1$;

$36(\cos^2(\sin x)-\cos^2(x))=\pi^2-9$;

$36(1-\sin^2(\sin x)-1+\sin^2(x))=\pi^2-9$;

$\sin x=t$; $36(t^2-\sin^2(t))=\pi^2-9$;

$-1\le 0\le 1$; $t^2-\sin^2(t)=\frac{\pi^2-9}{36}=\left(\frac{\pi}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$2\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\cos(2\beta)-\cos(2\alpha)$

$\cos 2\beta-\cos 2\alpha=1-2\sin^2\beta-1+2\sin^2\alpha$

$=2(\sin^2\alpha-\sin^2\beta)$; $36(\sin^2\alpha-\sin^2\beta)=\pi^2-9$.

$\sin^2(x)-\sin^2(\sin x)=\left(\frac{\pi}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $\begin{cases}\sin^2(x)=\left(\frac{\pi}{6}\right)^2\\ \sin^2(\sin x)=\left(\frac{1}{2}\right)^2\end{cases}$

$x=\pm\arcsin\left(\frac{\pi}{6}\right)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$.

Чистовик.

(3) Пусть $x=\alpha$, $\sin x=\beta$.

$2\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\cos(2\beta)-\cos(2\alpha)=$
$1-2\sin^2\beta-1+2\sin^2\alpha=2(\sin^2\alpha-\sin^2\beta)$.

То есть $36\sin(x+\sin x)\sin(x-\sin x)=36(\sin^2 x-\sin^2(\sin x))$
$=\pi^2-9$; Сделаем замену $t=\sin x$, $-1\le 0\le 1$.

$t^2-\sin^2(t)=(\frac{\pi}{6})^2-(\frac{1}{2})^2$.

Заметим, что если t_0 — корень, то $-t_0$ — тоже корень, поэтому будем считать, что $t_0>0$, т.к. $t_0=0$ — не корень ($0\ne(\frac{\pi}{6})^2-(\frac{1}{2})^2$).

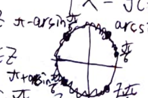
Рассмотрим $f(k)=k^2-\sin^2 k$.

$f'(k)=2k-\sin 2k$. Но из курса мат. анализа известно, что $2k-\sin 2k>0$ при $k>0$, поэтому при $0\le k\le 1$ $f(k)$ возрастает монотонно $\Rightarrow$ ~~если~~ если имеет корень, то единственный.

Заметим, что $t=\frac{\pi}{6}$ (и $t=-\frac{\pi}{6}$) подходит.

Откуда $\left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{\pi}{6}\\ \sin x=-\frac{\pi}{6}\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}x=\arcsin(\frac{\pi}{6})+2\pi n, n\in Z\\ x=\pi-\arcsin(\frac{\pi}{6})+2\pi n, n\in Z\\ x=-\arcsin(\frac{\pi}{6})+2\pi n, n\in Z\\ x=\pi+\arcsin(\frac{\pi}{6})+2\pi n, n\in Z\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\arcsin(\frac{\pi}{6})+2\pi n\\ x=\pi\pm\arcsin(\frac{\pi}{6})+2\pi n\end{array}\right.$



Т.к. $\arcsin\frac{\pi}{6}>\frac{\pi}{6}$, но $2\pi-\arcsin\frac{\pi}{6}>\frac{7\pi}{4}$, подходят только корни $\arcsin\frac{\pi}{6}$, $\pi\pm\arcsin\frac{\pi}{6}$. Их сумма: $2\pi+\arcsin\frac{\pi}{6}$.

Ответ: $\left[\begin{array}{l}x=\pm\arcsin(\frac{\pi}{6})+2\pi n\\ x=\pi\pm\arcsin(\frac{\pi}{6})+2\pi n\end{array}\right.$ $n\in Z$, сумма $=2\pi+\arcsin\frac{\pi}{6}$.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик.

$\sin x=\frac{\pi}{6}$

$t^2+\sin^2(\frac{\pi}{6})=\sin^2 t+(\frac{\pi}{6})$

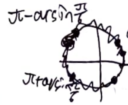
$t^2-(\frac{\pi}{6})^2=\sin^2(t)-\sin^2(\frac{\pi}{6})$. $0\le\sin(t)\le\sin(1)$.

$0\le t\le\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{6}<t\le 1$.

$t^2-\sin^2(t)$; $f(t)=t^2-\sin^2(t)$. $f'(t)=2t-\sin 2t\ge 0$.

$g(k)=\sin^2 k$; $g'(k)=2\sin k\cos k=\sin 2k$.

$t=\sin t$. $-1\le t\le 0$ — убывает; $0\le t\le 1$ — возрастает.



$\frac{\pi}{6}\overset{<}{\vee}\arcsin(\frac{\pi}{6})$; $\sin t\vee t$;

$t-\sin t>0$ при $t>0$.

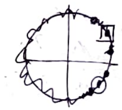
$\sin(\frac{\pi}{6})\underset{<}{\vee}\frac{\pi}{6}$

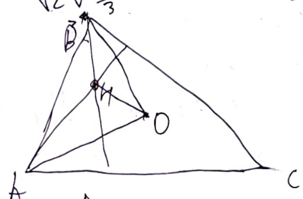
$1\vee\arcsin(1)=\frac{\pi}{2}$.

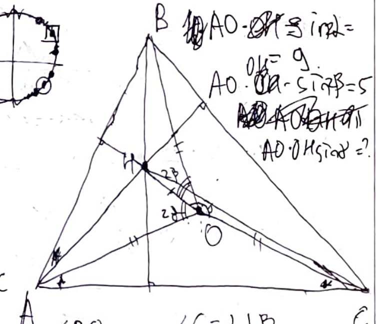
$\frac{\pi}{4}\underset{>}{\vee}\arcsin(\frac{\pi}{6})$;

$\frac{\sqrt2}{2}\underset{>}{\vee}\frac{\pi}{6}$

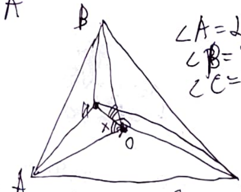
$\sqrt2\vee\frac{\pi}{3}$







$AO\cdot OH\sin\alpha=$
$OH=9$
$AO\cdot OH\cdot\sin\beta=5$
$AO\cdot OH\sin\alpha=?$



$\angle A=\alpha$
$\angle B=\beta$
$\angle C=\gamma$.

$\angle BOC=2\alpha$ $\angle C=\alpha+\beta$.
OH
$\angle AOC=2\beta$
$\angle AOB=2\gamma$.
$\angle AOH=x$. $\angle BOH=2\gamma-x$
$\angle HOC=2\alpha+2\gamma-x=360-2\beta-x$.

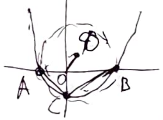
$\frac{\sin(x)}{\sin(2\gamma-x)}=\frac{9}{5}$

$\sin(2\beta+x)$?

ЧЕРНОВИК

(5) $x^2+px+q=y$.

$f(A)=0$, $f(B)=0$, $f(0)=c$.



$A(x_1;0)$ $B(x_2;0)$, $C(0,q)$.

$AC=\sqrt{x_1^2+q^2}$; $BC=\sqrt{x_2^2+q^2}$.

$AB=x_2-x_1$; $Ф(x_0,y_0)$.

$Ф=\left(\frac{x_1+x_2}{2}, y_0\right)$

$x_1-\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{x_1-x_2}{2}$.

$AФ^2=\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2+y_0^2=\left(\frac{x_2+x_1}{2}\right)^2+(q-y_0)^2$

$\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2-\left(\frac{x_2+x_1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\left(x_2^2-2x_1x_2+x_1^2-x_2^2-2x_1x_2-x_1^2\right)$

$=-x_1x_2$; $\boxed{\cancel{x_1x_2=y_0^2-q^2}}$, $\boxed{\cancel{y_0^2=x_1x_2+q^2}}$

$\cancel{ОФ^2=\frac{x_1^2+2x_1x_2+x_2^2}{4}+x_1x_2+q^2=2021}$.

$x_1x_2=y_0^2-(y_0-q)^2=y_0^2-y_0^2+2y_0q-q^2=2y_0q-q^2$

$x_1x_2=2y_0q-q^2$; $2y_0q=x_1x_2+q^2$;

$y_0=\frac{x_1x_2+q^2}{2q}=\frac{x_1x_2}{2q}+\frac{q}{2}$.

$a-\frac{a+b}{2}=\frac{2a-a-b}{2}=\frac{a-b}{2}$.

$\frac{x_1^2+2x_1x_2+x_2^2}{4}+\frac{x_1x_2+q^2}{2q}=2021$; $x_2-x_1=\sqrt{D}$. $D=p^2-4q$.

A, B, C лежат на параболе! $x^2+px+q=y$

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2=\left(-\frac{p}{2}\right)^2=\frac{p^2}{4}$; $x_1x_2=-q$. $p=2\sqrt{2020}$

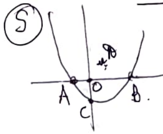
$\frac{q^2-q}{2q}=\frac{q-1}{2}$.

$\frac{p^2}{4}+\frac{q-1}{2}=2021$.

$p^2+2q-2=8084$; $p^2-4q=?$ $p^2+4=8084$; $p^2=8080$;

Чистовик.

(5)



Пусть $A(x_1,0)$, $B(x_2,0)$, $C(0,q)$. Тогда абсцисса т. $Ф=\frac{x_1+x_2}{2}$; ординату пусть равна y_0.

$AФ^2=BФ^2=\left(x_1-\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2+y_0^2=\left(\frac{x_1-x_2}{2}\right)^2+y_0^2$.

$CФ^2=\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2+(y_0-q)^2$.

$CФ^2=BФ^2=AФ^2$: $\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2-\left(\frac{x_1-x_2}{2}\right)^2=y_0^2-(y_0-q)^2$.

$x_1x_2=\cancel{y_0^2}-\cancel{y_0^2}+2y_0q-q^2$; $2y_0q-q^2=x_1x_2=-q$,

$q\neq 0$; $2y_0-q=-1$; $y_0=\frac{q-1}{2}$.

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2=\frac{p^2}{4}$; $\frac{p^2}{4}+\frac{(q-1)^2}{4}=2021$;

$p^2+(q-1)^2=8084$; $p^2+q^2-2q+1=8084$;

$p^2-4q=8083-q^2-2q=8084-(q+1)^2$.

Заметим, что $AB=x_2-x_1=\sqrt{D}=\sqrt{p^2-4q}$.

Тогда $\max(x_2-x_1)=\sqrt{8084}=2\sqrt{2021}$ при $q=-1$, $p=2\sqrt{2020}$.

Ответ: $2\sqrt{2021}$.

Чистовик.

⑥ Пусть $[ctg\,\alpha] = k$. Тогда $|2k+1|^x = k^2+2$, $k\in\mathbb{Z}$.

$\boxed{k\neq 0;\ k\neq -1;}$ $x=\log_{|2k+1|}(k^2+2)$.

если x рационально, то $\begin{cases} k^2+2=m^\beta \\ |2k+1|=m^\gamma \end{cases}$ причем $m\in\mathbb{N}$, т.к. $k\in\mathbb{Z}$.

тогда $k^2+2 \,\vdots\, |2k+1|$. Рассмотрим случаи

$k\geq 1$. $\frac{k^2+2}{2k+1}$ – целое. $\frac{k^2+2}{2k+1}-2+2 = \frac{k^2-4k}{2k+1}+2 = \frac{k(k-4)}{2k+1}+2$. $\boxed{k=1}$ подходит,

$k=2$ и $k=3$ не подходит, $\boxed{k=4}$ подходит.

при $k\geq 5$ k и $2k+1$ взаимно просты $\Rightarrow$ $k-4 \,\vdots\, 2k+1$. Но $2k+1 > k-4$ – такого не бывает.

~~Рассмотрим теперь $k=-1$~~

Рассмотрим теперь $k\leq -1$: $\frac{k^2+2}{-2k-1}$ – целое.

$\frac{k^2+2}{-2k-1}+2-2 = \frac{k^2-4k}{-2k-1}-2 = \frac{k(k-4)}{-(2k+1)}-2$.

k и $2k+1$ взаимно просты $\Rightarrow k-4 \,\vdots\, 2k+1$.

~~Это возможно только при $k=-1$~~

Это возможно только при $\boxed{k=-5}$

Итого:

$\left[\begin{array}{l} [ctg\,\alpha]=1 \\ [ctg\,\alpha]=4 \\ [ctg\,\alpha]=-5 \end{array}\right.$ тогда $\left[\begin{array}{l} 1\leq ctg\,\alpha < 2 \\ 4\leq ctg\,\alpha < 5 \\ -5\leq ctg\,\alpha < -4 \end{array}\right.$

См. продолжение.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Продолжение №6:

$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{4}+\pi n \leq \alpha < arcctg(2)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z} \\ arcctg(4)+\pi n \leq \alpha < arcctg(5)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z} \\ arcctg(-5)+\pi n \leq \alpha < arcctg(-4)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}. \end{array}\right.$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{4}+\pi n \leq \alpha < arcctg(2)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z} \\ arcctg(4)+\pi n \leq \alpha < arcctg(5)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z} \\ arcctg(-5)+\pi n \leq \alpha < arcctg(-4)+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}. \end{array}\right.$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

6) ЧЕРНОВИК.

$[ctg\alpha]=t.$ $|2t+1|^x=t^2+2,\ t\in\mathbb{Z}.$

$0\le|2t+1|^x$ $\log_{|2t+1|}(|2t+1|^x)=\boxed{x=\log_{|2t+1|}(t^2+2)}$

$x=\log_{|2t+1|}(t^2+2)$. когда x рациональнo?

$\log_{|2t+1|}(t^2+2)=\frac{p}{q}.$ $\begin{cases}|2t+1|=k^q\\(t^2+2)=k^p\end{cases}$ $\boxed{t=1}$ $\boxed{t=4}$

$t=1$
$t=-1$
$t=$

$t=2:\ \log_5 6$
$t=-2:\ \log_3 6$
$t=3:\ \log$

$\boxed{\frac{t^2+2}{2t+1}}=$

$t^2+2\underset{2t+1}{\equiv}0;\ t^2\underset{2t+1}{\equiv}-2\underset{2t+1}{\equiv}4t+2-2\equiv4t;$

$\frac{t^2+2}{2t+1}\in\mathbb{Z}$

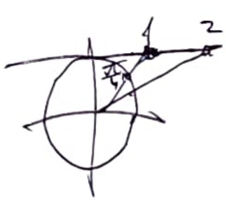
$\frac{t^2+2}{2t+1}-2t=\frac{t^2-4t+2}{2t+1}=\frac{t(t-4)}{2t+1}+2$

t и 2t+1 нет общих мн. $t-4$ и $2t+1$;

$t-4\underset{p}{\equiv}2t+1;\ 2t\underset{p}{\equiv}-5.$ $t-4:2t+1$

нет.

k^2-4 $2k+1=k-4;\ k=-5;$



1) $\left[\begin{array}{l}1\le ctg\alpha<2;\\4\le ctg\alpha<5\\-6\le ctg\alpha<-5\end{array}\right.$ $[k]=-5;$ $[k]+6=1;$ $1\le[k]+6<2;$ $-5\le[k]<-4$

$\frac{\pi}{4}+\pi n\le\alpha\le arcctg\,2.$