0 237017 000000

23-70-17-00
(178.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант А-3

Место проведения Пенза
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьевы горы"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

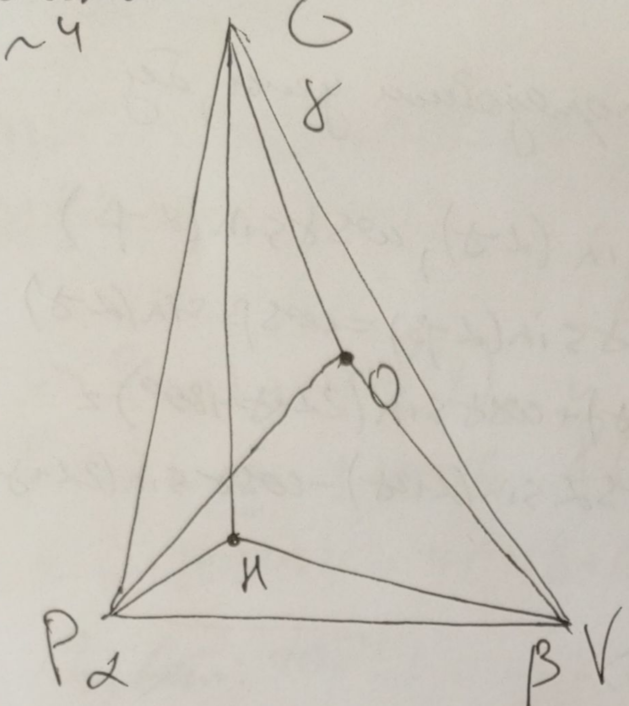
Мясникова Романа Павловича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«07» апреля 2024 года

Подпись участника
Мясников

106(сто)

Чистовик
~4



Покажем, что

$S_{POH} + S_{GOH} = S_{OHV}$

площади $\triangle POH$, $\triangle GOH$, $\triangle VOH$ обладают свойством: $S_1 + S_2 = S_3$

То есть одна из них равна Σ двух других;

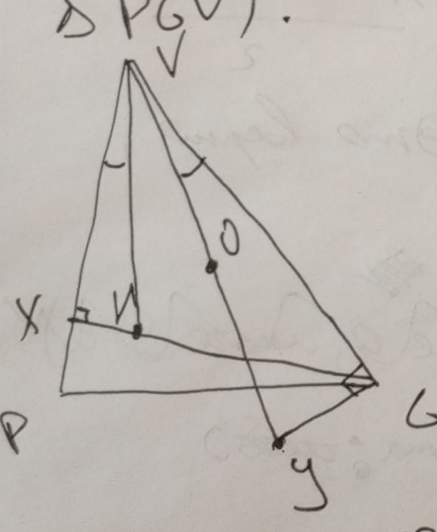
$S_{POH} = \frac{PO \cdot PH \cdot \sin\angle OPH}{2}$

$S_{HGO} = \frac{GO \cdot GH \cdot \sin\angle OGH}{2}$

$S_{OVH} = \frac{OV \cdot HV \cdot \sin\angle OVH}{2}$; $PO = GO = OV$; как радиусы

Тогда достаточно показать, что среди выражений $HV \cdot \sin\angle OVH$, $HP \sin\angle OPH$, $HG \cdot \sin\angle OGH$ одно равно Σ двух других; Отметим углы $\triangle PGV$; $\angle P = \alpha$ $\angle V = \beta$, $\angle G = \gamma$;

Покажем, что $HV = 2R\cos\beta$ ($2R$ – диаметр окр опис около $\triangle PGV$):

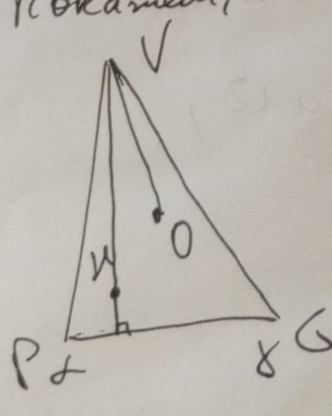


Как известно VH и VO изогонали в угле PVG. Тогда если отметить основание высоты из т G на PV и пересечение VO с окр. опис. около $\triangle PVG$, то $\triangle VXH \sim \triangle VGY$ (оба прямоугольные и $\angle XVH = \angle GVY$) $\Rightarrow \frac{VH}{VY} = \frac{VX}{VG}$

$\frac{VX}{VG} = \cos\beta$ из $\triangle XVG \Rightarrow VH = VY \cdot \cos\beta = 2R \cdot \cos\beta$

Тогда достаточно показать, что среди выражений $\cos\beta \cdot \sin\angle OVH$, $\cos\alpha \sin\angle OPH$, $\cos\gamma \sin\angle OGH$ одно равно Σ двух других;

Покажем, что $\angle OVH = |\alpha - \gamma|$:



$\angle PVH = 90° - \alpha \Rightarrow \angle OVG = 90° - \alpha$

$\angle HVG = 90° - \gamma \Rightarrow \angle HVO = |\angle OVG - \angle HVG| = |\alpha - \gamma|$;

Тогда хотим получить тождество на следующие величины:

$\cos\beta \sin|\alpha - \gamma|$, $\cos\alpha \sin|\beta - \gamma|$, $\cos\gamma \sin|\alpha - \beta|$;

Чистовик

№4

Для доказательства факта упорядочим углы, б/у ограничения общности:

$\alpha \ge \beta \ge \gamma$: $\cos\alpha \sin(\beta-\gamma)$, $\cos\beta \sin(\alpha-\gamma)$, $\cos\gamma \sin(\alpha-\beta)$

Покажем, что $\cos\alpha \sin(\beta-\gamma) + \cos\gamma \sin(\alpha-\beta) = \cos\beta \sin(\alpha-\gamma)$

$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma \Rightarrow \cos\alpha \sin(180^\circ - \alpha - 2\gamma) + \cos\gamma \sin(2\alpha + \gamma - 180^\circ) =$

$= \cos(180^\circ - \alpha - \gamma) \sin(\alpha - \gamma) \Leftrightarrow \cos\alpha \sin(\alpha + 2\gamma) - \cos\gamma \sin(2\alpha + \gamma) =$

$= -\cos(\alpha+\gamma) \sin(\alpha - \gamma)$

$\sin x \cos y = \dfrac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2} \Rightarrow$

$\sin(\alpha+2\gamma)\cos\alpha = \dfrac{\sin 2\gamma + \sin(2\alpha+2\gamma)}{2}$

$\sin(2\alpha+\gamma)\cos\gamma = \dfrac{\sin(2\alpha+2\gamma) + \sin 2\alpha}{2}$

$\sin(\alpha-\gamma)\cos(\alpha+\gamma) = \dfrac{\sin 2\alpha + \sin(-2\gamma)}{2} = \dfrac{\sin 2\alpha - \sin 2\gamma}{2}$

$\Updownarrow$

$\dfrac{\sin 2\gamma + \sin(2\alpha+2\gamma)}{2} - \dfrac{\sin(2\alpha+2\gamma) + \sin 2\alpha}{2} = \dfrac{\sin 2\gamma - \sin 2\alpha}{2}$

Это верно;

3

Вернемся к задаче:

$S_{OHP} = 25$, $S_{OHV} = 13 \Rightarrow S_{OHP} > S_{OHV}$

~~[illegible]~~ (равные не 0, иначе $S=0$)

~~[illegible]~~ и из доказаного факта:

$S_{OHG} = S_{OHP} + S_{OHV} \Rightarrow 38$ или $S_{OHP} = S_{OHV} + S_{OHG} \Rightarrow 12$

Можно подобрать такие α, β, γ для нужного порядка углов, тогда 38 и 12 достигается;

Ответ: 38 и 12;

23-70-17-00 (178.3)

Чистовик

№2

(1) $f(x+3) \le f(x) + 6$

(2) $f(x) + 4 \le f(x+2)$

сложим $\Rightarrow f(x+3) \le f(x+2) + 2$ (3)

$f(x-1) + 4 \overset{(2)}{\le} f(x+1) \overset{(3)}{\le} f(x) + 2$

$\Rightarrow f(x-1) + 2 \le f(x)$ и $f(x) \overset{(3)}{\le} f(x-1) + 2 \Rightarrow f(x) = f(x-1) + 2$

$f(0) = 3 - 1 + 4 = 6$, $f(1) = 6+2$, $f(2) = 6 + 2\cdot 2$, ..., $f(2024) =$

$= 6 + 2024 \cdot 2 = 4048 + 6 = 4054$

Ответ: 4054;

7

№6

Пусть $\{\operatorname{tg} a\} = m \Rightarrow |2m+1|^x = m^2 + 2$

Пусть $x = \frac{k}{t}$, где k, t - целые, $t > 0 \Rightarrow$

$\sqrt[t]{|2m+1|^k} = m^2 + 2 \Rightarrow |2m+1|^k = (m^2+2)^t$

Если $k \le 0$, то $|2m+1|^k \le 1$, т.к. натур. число возводим в степень ≤ 0, но $(m^2+2)^t \ge 2^t \ge 2$, т.к. $t \in \mathbb{N}$;

$\Rightarrow k, t \in \mathbb{N}$;

Пусть $m^2 + 2 \,\vdots\, p$, где p - простое, тогда $2m+1 \,\vdots\, p$

$\Rightarrow m \underset{p}{\equiv} -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} + 2 \underset{p}{\equiv} 0$ ($p \ne 2$, т.к. $2m+1$ - нечетное)

$\Rightarrow 1 + 8 \underset{p}{\equiv} 0 \Rightarrow p = 3$, то есть $|2m+1| = 3^x$, где $x \ge 1$, если $x \le 0$, то $|2m+1| \le 1$, но $2m+1$ целое и не равно 1, т.к. $(m^2+2)^t > 1$; и $m^2 + 2 = 3^y$, где $y \ge 1$

Если $m > 0$, то $\begin{cases} 2m+1 = 3^x \\ m^2 + 2 = 3^y \end{cases} \Rightarrow m = \frac{3^x - 1}{2} \Rightarrow \left(\frac{3^x-1}{2}\right)^2 + 2 = 3^y$

$\Rightarrow 3^{2x} - 2\cdot 3^x + 1 + 8 = 4 \cdot 3^y \Rightarrow 3^{2x} - 2 \cdot 3^x + 9 = 4 \cdot 3^y$, если $x, y \ge 3$, то $3^{2x} - 2\cdot 3^x \,\vdots\, 27$ и $4 \cdot 3^y \,\vdots\, 27$, но $9 \not\vdots\, 27$ противоречие

Если $x \le 2$, то $\begin{cases} 2m+1 = 3 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow y = 1 \\ 2m+1 = 9 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow m^2 + 2 = 18 \ne 3^y, \text{ т.к. } \vdots 2 \end{cases}$

Если $y \le 2$, то $\begin{cases} m^2 + 2 = 3 \Rightarrow m = 1 \\ m^2 + 2 = 9 \Rightarrow m^2 = 7 \text{ — противоречие;} \end{cases}$

$m \ne 0$, т.к. $2m+1 \ne 1$

Если $m < 0$, то $m \ne -1$, т.к. $|2m+1| \ne 1$ $\Rightarrow m \le -2$

Чистовик

№6

$m \le -2$ $\quad |2m+1| = 3^x$ $\quad$ Пусть $m = -q \Rightarrow q \ge 2$

$m^2+2 = 3^y$

$$\begin{cases} 2q-1 = 3^x \Rightarrow q = \frac{3^x+1}{2} \Rightarrow \left(\frac{3^x+1}{2}\right)^2 + 2 = 3^y \\ q^2+2 = 3^y \end{cases}$$

$$3^{2x} + 2\cdot 3^x + 9 = 4\cdot 3^y$$

Если $x, y \ge 3$, то $9 \,\vdots\, 27 \Rightarrow$ противоречие

Если $x \le 2$: $\left[\begin{array}{l} 2q-1 = 3 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow q^2+2 = 6 \ne 3^y, \text{ т.к. } \vdots 2 \\ 2q-1 = 9 \Rightarrow \boxed{q = 5} \Rightarrow q^2+2 = 27 \end{array}\right.$

Если $y \le 2$: $\left[\begin{array}{l} q^2+2 = 3 \Rightarrow q^2 = 1, \text{ но } q \ge 2 \\ q^2+2 = 9 \Rightarrow q^2 = 7 \text{ противоречие} \end{array}\right.$

Значит, либо $m = -5$, либо $m = 1$;

$m = -5$: $\quad 9^x = 27 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

$m = 1$: $\quad 3^x = 3 \Rightarrow x = 1$

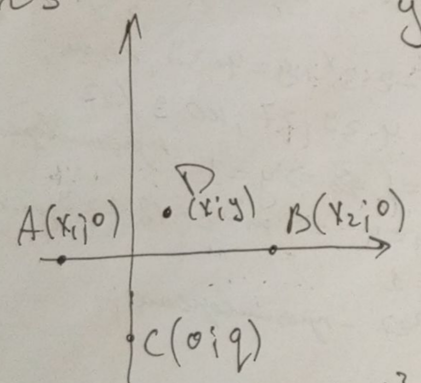
$[\operatorname{tg} a] = -5 \Rightarrow -5 \le \operatorname{tg} a < -4 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10^{-5} \le a < 10^{-4}$ $\quad 10 \le a < 100$

$[\operatorname{tg} a] = 1 \Rightarrow 1 \le \operatorname{tg} a < 2 \Rightarrow$

Ответ: $a \in [10^{-5}; 10^{-4})$ и $a \in [10; 100)$

№5



$y = x^2 + px + q = (x-x_1)(x-x_2)$

По Виету $x_1x_2 = q$ $\quad -p = x_1+x_2$

D – центр опис. окр $\triangle ABC$

$\Rightarrow$ т D – един. на плоскости;

$x + y = -2022$

$\min(x_2 - x_1)$ – ?

$R^2 = y^2 + (x-x_2)^2 = y^2 + (x-x_1)^2 =$

$= x^2 + (y-q)^2$

$x^2 - 2xx_2 + x_2^2 = x^2 - 2xx_1 + x_1^2 \Rightarrow x_2^2 - x_1^2 - 2x(x_2-x_1) = 0$ $\quad x_2 \ne x_1$

$\Rightarrow x_1 + x_2 = 2x$ и $y^2 + (x-x_1)^2 = x^2 + (y-q)^2$

23-70-17-00 (178.3)

Чистовик

№5

$x_2 > x_1$

$q = x_1x_2$ $\quad x = \frac{x_1+x_2}{2}$ $\quad y = -2022 - x$ $\quad \min(x_2-x_1)$ – ?

$y^2 + (x-x_1)^2 = x^2 + (y-q)^2 \Leftrightarrow (2022+x)^2 + (x-x_1)^2 = x^2 +$

$+ (2022+x+q)^2 \Rightarrow \left(2022 + \frac{x_1+x_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2 = \left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2 +$

$+ \left(2022 + \frac{x_1+x_2}{2} + x_1x_2\right)^2 \quad \Big| \cdot 4$

$(4044 + x_1 + x_2)^2 + (x_2 - x_1)^2 = (x_2+x_1)^2 + (4044 + x_1 + x_2 + 2x_1x_2)^2$

$(x_2-x_1)^2 - (x_2+x_1)^2 = (4044 + x_1 + x_2 + 2x_1x_2)^2 - (4044 + x_1 + x_2)^2$

$2x_2 \cdot (-2x_1) = 2x_1x_2(8088 + 2x_1 + 2x_2 + 2x_1x_2) \Rightarrow$

$-x_1x_2 = x_1x_2(4044 + x_1 + x_2 + x_1x_2)$

Если x_1 или x_2 равно 0, то $A = C$ или $B = C$, но по условию A, B, C различны;

$\Rightarrow x_1x_2 \ne 0$, поделим на $x_1x_2 \Rightarrow 4045 + x_1 + x_2 + x_1x_2 = 0$

Пусть $x_2 - x_1 = a \Rightarrow x_2 = a + x_1$ $\quad (a > 0)$

$\Rightarrow (a+x_1)x_1 + a + 2x_1 + 4045 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 + (a+2)x_1 + a + 4045 = 0$

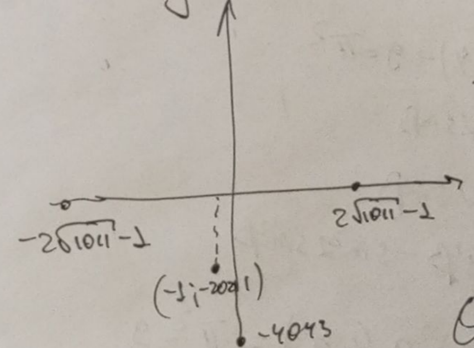
$D \ge 0$: $(a+2)^2 - 4\cdot(a+4045) \ge 0 \Rightarrow a^2 + 4a + 4 \ge 4a + 4\cdot 4045$

$a^2 \ge 4\cdot 4044 = 16\cdot 1011 \Rightarrow a \ge 4\sqrt{1011}$

При $a = 4\sqrt{1011}$: $x_1 = \frac{-a-2}{2}$ $(D = 0) \Rightarrow x_1 = \frac{-4\sqrt{1011}-2}{2} =$

$= -2\sqrt{1011} - 1$; $\quad x_2 = 2\sqrt{1011} - 1$ $(x_1 + a) \Rightarrow q = -4043$

$x = -1$ $\quad y = -2021$



$R^2 = \cancel{1} \, 2021^2 + (2\sqrt{1011})^2 =$

$= 1^2 + 2022^2$

$2021^2 + 4044 = 2022^2 + 1$

$4043 = (2022 - 2021)\cdot 4043$

верно;

Ответ: $4\sqrt{1011}$;

Чистовик
№1

1 М(А) 2 М(Б)

t_0 t_0+300(с) t

v_1-v_0 v_2-v_0 v $v_0=3$ м/с

S_0+700(м) S_0 S

$t_0(v_1-v_0)=S_0+700$ $t_0(v_1-3)=(t_0+300)(v_2-3)+700$

$(t_0+300)(v_2-v_0)=S_0$ $v_1\cdot t_0-3t_0=v_2(t_0+300)-3(t_0+300)+700$

Без ветра: $\underbrace{3(t_0+300)-3t_0-700}_{200}=v_2(t_0+300)-v_1t_0$

1 М(А) 2 М(Б)

t_0 t_0+300(с) t

v_1 v_2 v

S_1 S_2 S

$200=v_2(t_0+300)-v_1t_0$, то есть 2 модель(Б) пролетит большее расстояние на 200 метров

Ответ: 200 метров

~~Чистовик~~
№3

$36\cos(x+\cos x)\cos(x-\cos x)+9=\pi^2$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha\cos^2\beta-\sin^2\alpha\sin^2\beta$

$\boxed{\cos x=a}$ $\cos^2 a\cdot a^2-\sin^2 a(1-a^2)=\frac{\pi^2-9}{36}$

$\sin^2 x=1-a^2$ $(\cos^2 a+\sin^2 a)a^2-\sin^2 a=\frac{\pi^2-9}{36}$

$a^2-\sin^2 a=\frac{\pi^2-9}{36}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Чистовик
№3

$a^2-\sin^2 a=\frac{\pi^2-9}{36}$ $-1\le a\le 1$ $(a=\cos x)$

$\sin^2 a=\sin^2(-a)$ ~~при~~ и $a^2=(-a)^2 \Rightarrow$

если $f(a)=a^2-\sin^2 a$, то $f(a)$ – четная ~~ф~~

и $f(0)=0$; $\Rightarrow$ если $0<a\le 1$ и $f(a)=\frac{\pi^2-9}{36}$, то

$f(-a)=\frac{\pi^2-9}{36}$ и наоборот; тогда рассмотрим $0<a\le 1$

$f(a)=a^2-\sin^2 a$

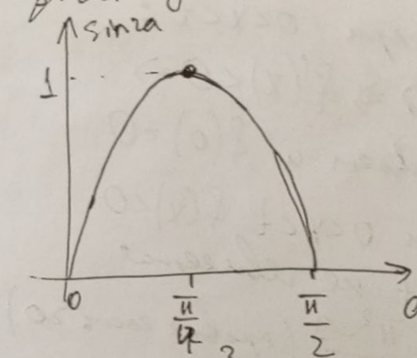
~~$f'(a)=2a-2\sin a\cos a=2a-\sin 2a$~~

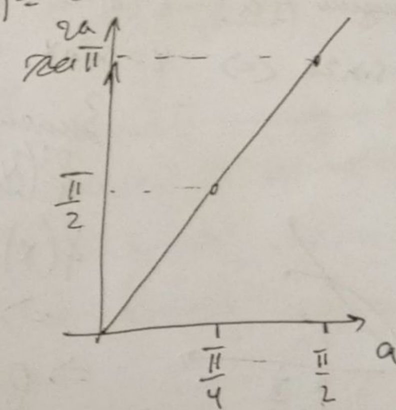
~~$2a$ – по~~ ~~f(a) возрастающая функция при $0<a\le 1$;~~

~~Заметим, что f(a) возрастающая функция при $0<a\le 1$~~

~~a^2 – возрастающая~~ $f'(a)=2a-2\sin a\cos a=2a-\sin 2a$

~~$\sin^2 a$ – убывающая~~





$\frac{\pi^2-9}{36}<\frac{3{,}15^2-9}{36}=\frac{9{,}9225-9}{36}=\frac{0{,}9225}{36}$

При $a\ge\frac{\pi}{4}$ $f'(a)\nearrow$, т.к. $2a\nearrow$, $\sin 2a\searrow$ $\le a\le\frac{\pi}{2}$, т.к. $a\le 1$

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}-1>0$

$\Rightarrow f'(a)>0$ при $\frac{\pi}{4}\le a\le 1 \Rightarrow f(a)\nearrow$ при $a\ge\frac{\pi}{4}$

и $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi^2}{16}-\frac{1}{2}=\frac{\pi^2-8}{16}>\frac{\pi^2-8}{36}>\frac{\pi^2-9}{36}\Rightarrow$

при $a\ge\frac{\pi}{4}$ $f(a)>\frac{\pi^2-9}{36}\Rightarrow 0<a<\frac{\pi}{4}$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

№3

Заметим, что $a=\frac{\pi}{6}$ подходит:

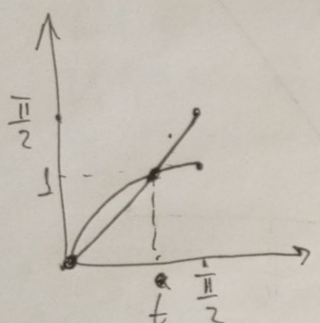
$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi^2}{36} - \sin^2\frac{\pi}{6} = \frac{\pi^2}{36} - \frac{1}{4} = \frac{\pi^2-9}{36}$$

~~Покажем, что $f(a)$ монотонная на промежутке от 0 до $\frac{\pi}{4}$, точнее возрастающая, тогда покажем, что $f'(a)>0$ при $0<a<\frac{\pi}{4}$:~~

$f'(a) = 2a - \sin 2a$; Мы уже знаем, что $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)>0$,

пусть $\exists\, a\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$: $f'(a)<0$, то в силу непрерывности функции $\exists\, a$: $f'(a)=0$ и $0<a<\frac{\pi}{4}$, тогда

$2a=\sin 2a \iff x=\sin x$ при $0<x<\frac{\pi}{2}$



Значит, при $0<x<t$:

~~$f'(x)>0$~~ $\Rightarrow f'(x)<0 \Rightarrow$

$f(x)$ убывает и $f(0)=0$

$\Rightarrow$ при $0<x<t$ $f(x)<0$

$\Rightarrow 0\le x<t$ не является решением уравнения $f(x)=\frac{\pi^2-9}{36}$ (правая часть >0)

а при $\frac{\pi}{2}>x>t$ $f'(x)>0 \Rightarrow f(x)$ возрастает $\Rightarrow$ на этом промежутке максимум одно решение и оно есть $\Rightarrow$ решений всего 2: $\frac{\pi}{6}$ и $-\frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \pm\arccos\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z} \\ \cos x = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow \cancel{x = \cos}\ x = \pm\arccos -\frac{\pi}{6} + 2\pi t,\ t\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$\arccos\frac{\pi}{6} \approx \arccos\frac{1}{2} \approx \frac{\pi}{3} \Rightarrow \arccos -\frac{\pi}{6} \approx \frac{2\pi}{3}$

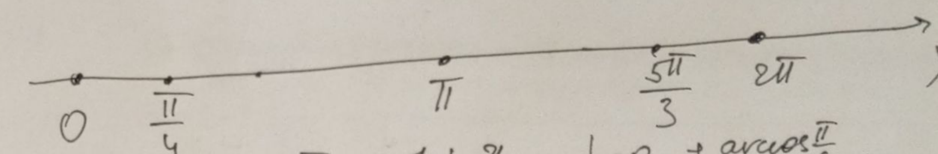
$x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{3}\right]$

$\frac{\pi}{6} > \frac{1}{2} \Rightarrow \arccos\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3}$

и $\arccos -\frac{\pi}{6} > \frac{2\pi}{3}$

Чистовик

№3



$x = \pm\arccos\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$k=0$ $\pm\arccos\frac{\pi}{6}$

$k=1$ $2\pi \pm \arccos\frac{\pi}{6}$

$x = \pm\underbrace{\arccos -\frac{\pi}{6}}_{\pi-\arccos\frac{\pi}{6}} + 2\pi t,\ t\in\mathbb{Z}$

$-\arccos\frac{\pi}{6} < 0$

$2\pi + \arccos\frac{\pi}{6} > 2\pi$

$\arccos\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3}$, но точно больше, чем $\frac{\pi}{4} \Rightarrow \arccos\frac{\pi}{6}$ входит в промежуток

$2\pi - \arccos\frac{\pi}{6} > 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow$ не входит;

$x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{\pi}{6}\right) + 2\pi t,\ t\in\mathbb{Z}$

$t=0$ $\pm\left(\pi - \arccos\frac{\pi}{6}\right)$ $\nearrow$ $\pi - \arccos\frac{\pi}{6}$ − подходит; $\rightarrow$ $\arccos\frac{\pi}{6} - \pi$ не подходит

$t=1$ $2\pi \pm \left(\pi - \arccos\frac{\pi}{6}\right)$ $\rightarrow$ $3\pi - \arccos\frac{\pi}{6}$ − не подходит; $\searrow$ $\pi + \arccos\frac{\pi}{6}$ − подходит

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \pm\arccos\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z} \\ \pm\arccos -\frac{\pi}{6} + 2\pi t,\ t\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$

корни $\in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{3}\right]$: $\pi - \arccos\frac{\pi}{6}$, $\pi + \arccos\frac{\pi}{6}$, $\arccos\frac{\pi}{6}$;

$\forall x \in \mathbb{Z}: \ f(x+3) \le f(x)+6$ $\qquad f(x+3)+f(x)+4 \le f(x+2)+f(x)+6$

$f(x+2) \ge f(x)+4$ $\qquad f(x+3) \le f(x+2)+2$

$f(a-1)+4 \le f(a+1) \le f(a)+2$

$\cancel{f(a-1)} \le f(a-1)+2 \le f(a) \le f(a-1)+2$

$f(a)=f(a-1)+2$

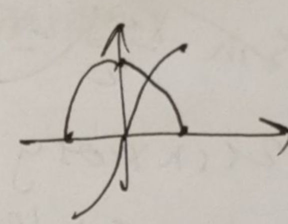
$f(-2)=|3-6|-|1-4|+4=4$

$f(-1)=|3-2|-|1-2|+4=4$

$f(0)=6$

$a-?\ \ \exists\, x \in \mathbb{Q}: \ |2[tg\, a]+1|^x = [tg\, a]^2+2$

$[tg\, a]=m$ $\qquad |2m+1|^x = m^2+2$



$x=\frac{k}{t}$ $\qquad \sqrt[t]{|2m+1|^k} = m^2+2$

$|2m+1|^k = (m^2+2)^t$ $\qquad k,t \ge 0$

$2m+1 \vdots p$ $\qquad m \underset{p}{\equiv} -\frac{1}{2}$ $\qquad \frac{1}{4}+2 \vdots p$

$m^2+2 \vdots p$ $\qquad \frac{1}{4}+2 \underset{p}{\equiv} 0$

$$\begin{array}{r} \times\ 3,15 \\ 3,15 \\ \hline 1575 \\ 315\ \\ 945\ \ \\ \hline 99225 \end{array}$$

$9 \underset{p}{\equiv} 0$ $\qquad p=3$

$m^2 \underset{9}{\equiv} 7$

0	0
1	1
2	4
3	
4	
5	
6	
7	
8	

7

$m^2+2 \vdots 9$

$m^2+2=3^x$

$|2m+1|=3^y$

$m=3k+1$ $\qquad (9k+4)^2+2 \vdots 27$

$2m+1=3^y$ $\qquad 81k^2+8\cdot 9k+18 \vdots 27$

$-2m-1=3^y$ $\qquad 8k+2 \vdots 9$

$m=-x$

$2x-1=3^y$ $\qquad x=\frac{3^y+1}{2}$ $\qquad \left(\frac{3^y+1}{2}\right)^2+2=3^x$

$2x+1=3^y$ $\qquad x=\frac{3^y-1}{2}$

$(3^y+1)^2+8=3^x$

$3^{2y}+2\cdot 3^y+9=4\cdot 3^x$ $\qquad \cancel{x,y\ge 0}$ $\ x,y \ge 3$

$\cos\alpha \sin|\beta-\gamma|$, $\cos\beta \sin|\alpha-\gamma|$, $\cos\gamma \sin|\alpha-\beta|$

$\alpha \geq \beta \geq \gamma$

90 60 30

$\cos 90^\circ \sin 30^\circ$ $\cos 60 \sin 60$ $\cos 30 \sin 30$

0

$\sin(x-180^\circ) = \sin(360^\circ - x) = -\sin x$

$\sin 90^\circ$ $\sin 270^\circ$

$$\sin x \cos y = \frac{\sin\left(\frac{x+y}{2}\right) + \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)}{2}$$

2sin

2sin

$\cancel{\sin 2x = \sin x - \cos}$

$\cancel{\sin \frac{x+y}{2} = \sin\frac{x}{2}\cos\frac{y}{2} + \sin\frac{y}{2}\cos\frac{x}{2}} +$

$2\sin x \cos y = \sin x\cos y + \cos x \sin y + \sin x \cos y - \cos x \sin y$

$$\frac{\cos\alpha \sin|\beta-\gamma|}{\cos\beta \sin|\alpha-\gamma|} = \frac{25}{13} \qquad \gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$\frac{\cos\alpha \sin|180^\circ - \alpha - 2\beta|}{\cos\beta \sin|180^\circ - 2\alpha - \beta|} = \frac{25}{13} \qquad \frac{\cos^2\alpha \sin^2(\alpha+2\beta)}{\cos^2\beta \sin^2(2\alpha+\beta)} = \frac{625}{169}$$

$$\frac{(\sin(2\alpha+2\beta) + \sin 2\beta)^2}{(\sin(2\alpha+2\beta) + \sin 2\alpha)^2} = \frac{625}{169}$$

$$\left(1 + \frac{\sin 2\beta - \sin 2\alpha}{\sin(2\alpha+2\beta) + \sin 2\alpha}\right)^2 = \frac{625}{169}$$

$$\left|1 + \frac{\sin 2\beta - \sin 2\alpha}{\sin(2\alpha+2\beta) + \sin 2\alpha}\right| = \frac{25}{13}$$

$$\frac{\sin 2\beta - \sin 2\alpha}{\sin(2\alpha+2\beta) + \sin 2\alpha} = \frac{12}{13}$$

$$-1 + \frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin(2\alpha+2\beta) + \sin 2\alpha} = \frac{25}{13}$$

$$\frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin(2\alpha+2\beta) + \sin 2\alpha} = \frac{38}{13} \qquad 13\sin 2\beta + 25\sin 2\alpha + 38\sin(2\alpha+2\beta) = 0$$