0 379901 680001

37-99-01-68

(155.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы Горы"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Толстова Егора Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«07» 04 2024 года

Подпись участника

Шифр работы:	37-99-01-68									М
Задача	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**∑**	**∑ прописью**
Оценка	15	15	15	15	5	5	–	-	70	семьдесят

70 (семьдесят) М. Вор Н. Кул

37-99-01-68
(155.1)

Черновик

№3

999
+ 99
1098

2, 4, 5

7

78 · 2 = 156

8

78n =

979
+ 22
1001

979
+ 22
1001

39

7 8 1001

40

~~7n + 8n~~
3

.24

~~2, 4,~~

1, 2, 4

~~12,~~ 4, 8, 10

46
28

78

24.11.24

2 · 13 · 3 = 78

12
11

24.11.24

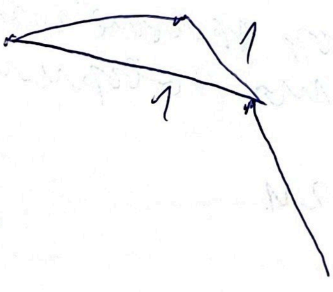
78
× 5
390

~~220~~

2022
× 18
16176
2022
36396

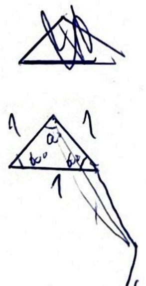
156	2
78	2
39	3
13	13
1	

1
1
1



36396

2024
× 6
127440



1 1
1

180(n−2)

312	2
156	2

390	2
195	5
39	

127440
363960

363960

156
156 · 2

156 = 39 · 4
312 = 39 · 8
390 = 39 · 10

1+1+3 = 5

Чистовик

№2

1) Предположим, что ~~это~~ эта дата будет в 2024 году" (тогда мы должны использовать цифры „2" и „4"). Тогда в записи этой даты не может быть цифры „0", т.к. не бывает месяцев с номерами 40 00 и 20, а месяц 02 был позади месяца 04.

2) Из 1) следует, что месяцы от 01 до 10 не подходят (т.к. в их записи есть ~~0~~ цифра „0"). Остаются только месяцы 11 и 12. Месяц 11 идёт раньше чем месяц 12 и месяц 11 подходит, т.к. в нём есть две „1".

3) Остаются только цифры „2" и „4". Из них мы можем составить число 24 или 42. Но 42 дней в месяце не бывает => остаётся только 24.

4) Из предыдущих пунктов следует, что дата будет 24.11.24 и это будет ближайшая дата, т.к. беря цифры не „2" или не „4" будет уже другой год дальше 2024 года, а с месяцами и ~~дат~~ числами месяца мы говорили ранее.

Ответ: 24.11.24

страница 2

Чистовик

№3

Да, ~~такое~~ такие 2 палиндрома существуют!

Пример: возьмём числа 22 и 979 (из условия следует, что эти числа палиндромы, т.к. справа налево и слева направо они читаются одинаково)

22 + 979 = 1001

1001 - палиндром, т.к. справа налево и слева направо читается одинаково

Ответ: да, существуют.

Страница 3

черновик

~~n(n~~

$\cancel{\frac{(n+1)n(n-1)}{3!} = \frac{(n^2+n)(n-1)}{6} = \frac{n^3-n^2+n^2-n}{6}} =$

$= \frac{n^3-n}{6} = \cancel{\frac{n(n^2-1)}{}}$

$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2} = 4$

10% 10%

10% 10%

5% 5%

$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2} = 10$

$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2} = 10$

$n(n-1)(n-2)$

1 2 3 4

50%

1 2 3

1 2 4

$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \cdot 3 = n+m$

$\frac{n(n-1)(n-2)}{2} = n+m$

1 2 3

1 2 4

1 3 4

2 3 4

$\cancel{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}$

н п

$n(n-1)(n-2)$

н

$\frac{n(n-1)}{2}$

0, 1, 2

2+2=4

6 7

6n+7m

$n(n-1)(n-2) = 2n+2m$

~~2+1+1~~

2n+2m

3 3 3 3

3 1 1 1

1

6n+7m

1 2 3

1 2 4

1 3 4

2 3 4

1 4 5

1 2 5

1 3 5

2 3 5

3 4 5

2 4 5

$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$

1 2 3

1 $\xrightarrow{п}$ 3

н 2

12 – н

13 – н

23 – п

п

1 2 3

п 4

н

н 1 $\xrightarrow{п}$ 2

1 $\xrightarrow{п}$ 3

6 н 5 п

+1

1

1 3 4

1 3 5

н

н

1 2 4

н

1 2 5

н

1 2 н

1 3

6

4 5 н

37-99-01-68 (155.1)

Черновик

363960 360 363960

36396

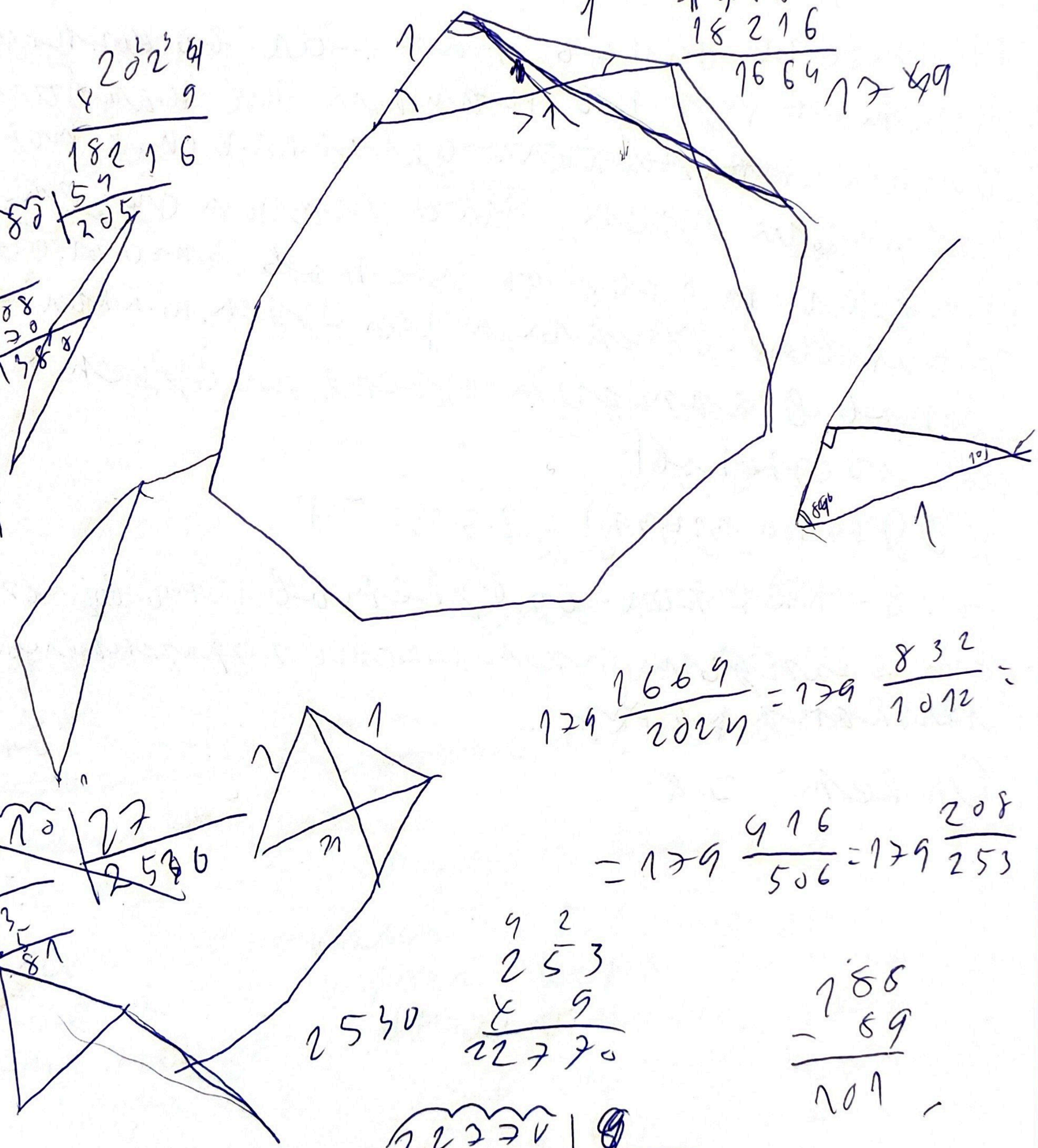
90°

2024 170 270°

$$\begin{array}{r|l} 363960 & 2024 \\ -2024 & \hline \\ 16156 & 179 \\ -14168 & \\ \hline 19880 & \\ 18216 & \\ \hline 1664 & \end{array}$$

1 1 1

$2024 \times 9 = 18216$



17729

111288 | 54 ; 205

108 ; 308 ; 270 ; 1388

27549

$179\frac{1664}{2024} = 179\frac{832}{1012} =$

$= 179\frac{416}{506} = 179\frac{208}{253}$

1

683190 | 27 ; 2530

54 ; 143

2530

$253 \times 9 = 22770$

$188 - 89 = 101$

22770 | 9 ; 25 ; 18 ; 47

$\frac{101}{2} =$

22770 | 15

683190 | 54 ; 1 ; 54 ; 143

$22770 \times 4 = 111080$

$22570 \times 3 = 65310$

Чистовик

№1

1) Разложим на простые множители числа хризантем, тюльпанов и роз:

$156 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$

$312 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$

$390 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 13$

2) Чтобы было max кол-во одинаковых букетов нужно найти их наибольший общий ~~знаменатель~~ делитель (т.к. тогда в каждый букет ~~мы~~ б Маша будет класть min кол-во цветов, чтобы были одинаковые букеты, а раз будет min кол-во цветов в каждом букете, то будет max кол-во букетов).

НОД (156, 312, 390) = $2 \cdot 3 \cdot 13 = 78$.

=> 78 – max кол-во букетов (это возможно, если в каждый букет класть 2 хризантемы, 4 тюльпана и 5 роз).

Ответ: 78

Страница 1

~~№5~~

Чистовик

№4

1) Пусть будем нумеровать игроков как 1, 2, 3, 4, ...

2) Возьмём игроков 1, 2, 3 и пусть ~~игрок~~ игра 1с2 и 1с3 окончились победой кого-то ~~1-ого~~. Тогда игроки 2 и 3 сыграли вничью.

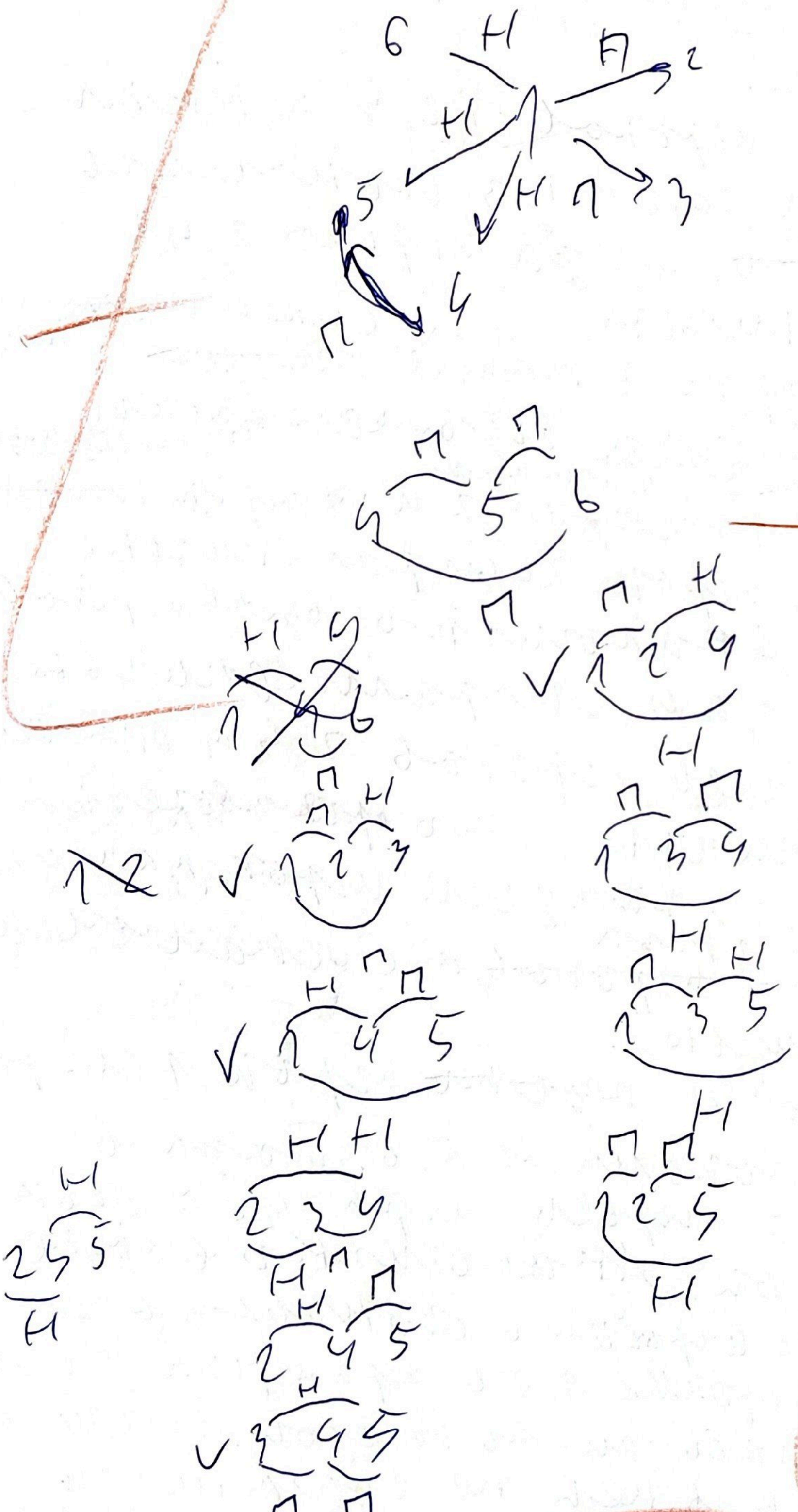
3) Пусть игрок 1 также ~~победил~~ с игроком 4 сыграл с кем-то победой. Тогда возьмём тройку ~~игрока 4~~. ~~Тогда~~ 1 2 4. Раз игрок 1 ~~возможно~~ победил игрока ~~победил~~ 2 и 4 игрок 1 кого-то победил ~~победил~~ игрока 4, то игрок 2 сыграл вничью с игроком 4. Аналогично, взяв игроков 1, 3, 4 игрок 3 и 4 сыграли вничью. Но тогда взяв игроков 2, 3, 4 они все сыграли вничью, что противоречит с условием. => каждый игрок мах мог ~~победить 2-х игроков~~ играть с победившим 2 раза, а с остальными сыграть вничью.

4) Исходя из 2) и 3) ~~пусть~~ игрок 1 сыграл вничью с игроками 4, 5, 6. Тогда в тройке 1 4 5 игроки игра 4 с 5 окончилась чей-то победой. Аналогично в тройке 1 4 6 игра 4 с 6 окончилась чей-то победой и в тройке 1 5 6 игра игрока 5 с игроком 6 окончилась чей-то победой. Тогда, взяв тройку 4 5 6, в ней не будет ничьи, что противоречит условию => игроков меньше 6 => мах кол-во игроков это 5

Пример: 1с2 - ~~Н~~П, 1с3 - П, 1с4 - Н, 1с5 - Н, 2с3 - Н, 2с4 - Н, 2с5 - П, 3с4 - П, 3с5 - Н, 4с5 - П

Ответ: 5

Черновик



Чистовик

№5

~~А~~ Пусть такое невозможно.
Тогда, взяв 4 королевства, мы всегда получим, что либо они произвели менее 50% золота или алмазов, либо оба одновременно. Но тогда взяв оставшиеся 3 королевства, то в них будет либо они произвели более 50% золота или алмазов, либо они произвели более 50% и золота и алмазов.
Тогда получаем, что такое возможно, а мы предположили обратное. Противоречие. => такое возможно

Ответ: да, возможно

страница 5

№ 6

1) Посчитаем сумму углов этого 2024-угольника:

$180 \cdot (2024-2) = 363960°$.

2) Посчитаем, сколько будет составлять угол в правильном 2024-угольнике:

$363960 : 2024 = 179\frac{208}{253}$.

3) Чтобы сторона равнялась 1, нужно чтобы смежный с этой стороной угол был острым, чтобы диагональ была меньше (см. рис. 1)

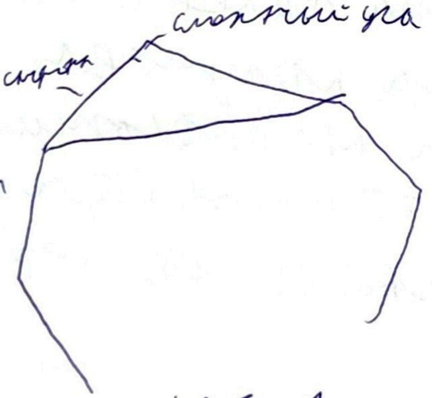


рис. 1

4) Чтобы угол был острый, нужно ~~чтобы~~ из $179\frac{208}{253}$ вычесть примерно 90° => эти девяносто градусов ~~распределить~~ распределятся по всем остальным углам

5) Если острых углов – 4, то 360 распредели на равное гр. меньше на кол-во углов:

$\frac{360 \cdot 253}{54} \approx 2150$

=> острых углов ~~не может быть~~ меньше 4 => их max 3 (уменьшаем гр. кол-ва, а увел. не сильно, т.к. тогда 808+54 уже больше чем 253)

Ответ: 3