0 556656 700004

55-66-56-70
(162.2)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант А - 4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробъёвы горы!"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Зайцевой Софьи Олеговны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«7» апреля 2024 года

Подпись участника
Зайц

55-66-56-70
(162.2)

Черновик 70 ([illegible])

~~$\sin a \cdot \sin\beta$~~

$2\sin(a)\cdot\sin\beta = $

$\cos(a-b) - \cos(a+b)$

№3

$36\sin(x+\sin x)\cdot\sin(x-\sin x) + 9 = a^2$

$18(\cos(x+\sin x - x + \sin x) - \cos(2x)) + 9 = a^2$

~~18 cos~~

$18\cos(2\sin x) - 18\cos(2x) + 9 = a^2$

$18\cdot(1-2\sin^2(\sin x)) - 18(1-2\sin^2 x) + 9 = a^2$

~~$18 - 36\sin^2(\sin x) - 18 + 36\sin^2 x + 9 = a^2$~~

~~$36\sin^2 x - 36\sin^2(\sin x) = a^2 - 9$~~

~~$36\sin x - 36 s$~~

~~$6\sin x - 6\sin(\sin x)$~~

$9(4\sin^2 x - 4\sin^2(\sin x)) = a^2$
$+1$

$a =$

$18(\cos^2(\sin x) - \sin^2(\sin x)) - 18(\cos^2 x - \sin^2 x) + 9 = a^2$

$18\cos^2(\sin x) - 18\sin^2(\sin x) - 18\cos^2 x + 18\sin^2 x = a^2 - 9$

$-18+9$

$18\cos^2(\sin x) - 18\sin^2(\sin x) - 18\cos^2 x + 18\sin^2 x = a^2 - 18(\sin^2(\sin x) + \cos^2(\sin x)) +$
$+9(\sin^2 x + \cos^2 x)$

~~$36\cos^2(\sin x)$~~

~~S_1, V_1, t_1~~ $\overset{t}{x},\ \overset{t+400}{y}$

~~$(x-2)\cdot t = (t+400)\cdot(y-2) + 900$~~

$(x-2)\cdot t = (y-2)(t+400) + 900$

$xt - 2t = yt - 2t + 400y - 800 + 900$

$t(x-y) = 400y + 100$

$tx = yt + 400y + 100$

$tx = y(t+400) + 100$ ✓

Черновик

$$\begin{cases} f(x+3)-6 \le f(x) \\ f(x+2)-4 \geq f(x) \end{cases}$$

$f(3)-6 \le f(0) \le f(2)-4$

Заменим: $\sin x = t$, $t \in [-1;1]$

$36\sin(x+t)\sin(x-t)+9=\pi^2$

$18(\cos(x+t-x+t)-\cos(x+t+x-t))+9=\pi^2$

$18\cos(2t)-18\cos(2x)+9=\pi^2$

$18(2\cos^2 t-1-2\cos^2 x+1)+9=\pi^2$

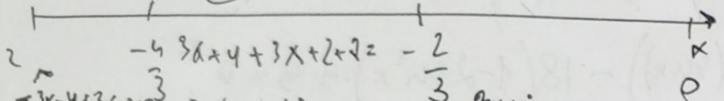
$18(2\cos^2 t-2\cos^2 x)+9=\pi^2$

$36\cos^2 t-36\cos^2 x+9=\pi^2$

$t\in[-1;1] \Rightarrow \cos t > \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

$f(x)=36\cos^2(\sin x)-36\cos^2 x+9$

$f'(x)=-36\cdot 2\cos(\sin x)\cdot\sin(\sin x)\cdot\cos x+$
$+36\cdot 2\cdot\cos x\cdot\sin x$ ②



$3x+4+3x+2+7=$

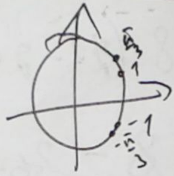
$-3x-4+3x+2+7=6x+13$

$=5$

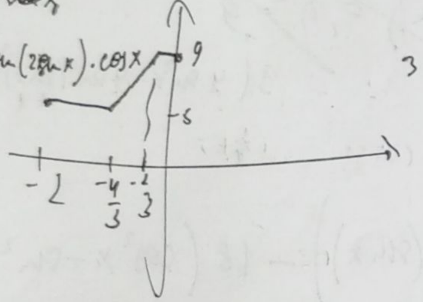
~~$3x+$~~

$3x+4-3x-2+7=$

$=9$



② $36\cdot 2\cdot\cos x\sin x$
$=36\sin(2x)-36\sin(2\sin x)\cdot\cos x$



$$\left[\begin{array}{l} -\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4} \\ -\frac{3\pi}{4}<x<\frac{3\pi}{4} \end{array}\right.$$

$-\frac{\pi}{2}<2x<\frac{\pi}{2}$

$\cos>0$

~~$\sin x = \frac{\pi}{2}$ нет реш.~~

$36\cos^2 t-36\cos^2 x+9 > 18-36\cos^2 x \geq 0$

$\cos^2 x \le \frac{1}{2}$

$\cos x \le$

$\cos^2 x \le \frac{18}{36}$

$\boxed{-\frac{1}{\sqrt{2}} \le \cos x \le \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{нет реш.}}$

$f(x+3)=|3x+13|-|3x+11|+7$

$|3x+13|-|3x+11|+7-6 \le |3x+4|-|3x+2|+7$

$\overset{\geq 0}{|3x+13|}-\overset{\geq 0}{|3x+11|} \le |3x+4|-|3x+2|+6$

$3x+13-3x-11 \le |3x+4|-|3x+2|+6$

$|3x+4|-|3x+2|+4 \geq 0$

$\boxed{|3x+4|+4 \geq |3x+2|}$ — для $x=-2;-1;0$ (1)

$|3x+6+4|-|3x+6+2|-4+7 \geq |3x+4|-|3x+2|+7$

$|3x+10|-|3x+8| \geq |3x+4|-|3x+2|+3$

$x=0;-1$: $3x+10-3x-8 \geq |3x+4|-|3x+2|+3$;

55-66-56-70
(162.2)

Чистовик

№1

Пусть скорость модели А-1 $= x$ (м/с); скорость Б-2 $= y$ (м/с), пусть А-1 продержалась в воздухе t (с), тогда по условию: Б-2 продержалась в воздухе $(t+400)$ (с). Скорость А-1 при встречном ветре $= x-2$ (м/с), Б-2: $y-2$ (м/с)

Запишем ур-ние в соотв. с усл.:

$(x-2)\cdot t=(y-2)\cdot(t+400)+900$ (р-во на расстояние)

$xt-2t=yt-2t+400y-800+900$

$xt=y(t+400)+100$ (1)

По усл. время в воздухе для моделей зависит только от техн. параметров ⇒ равенство (1) показывает, что за время t модель А-1 в безветренную погоду пролетает $x\cdot t$ (м), тогда Б-2 пролетает $y(t+400)$ (м). Из р-ва (1) ⇒ что А-1 пролетает на 100 м больше, чем Б-2.

Ответ: А-1 на 100 м больше.

№2

$f(x)=|3x+4|-|3x+2|+7$ для $x\in[-2;0]$ (1)

Для всех $x\in\mathbb{R}$: $f(x+3)-6 \underset{(2)}{\le} f(x) \underset{(3)}{\le} f(x+2)-4$

$f(2024)$ — ?

~~Из (1); (2); (3):~~

~~$f(0)=4-2+7=9 \geq f(3)-6$; ⇒ $f(3)\le 15$~~

~~$f(-2)=2-4+7=5 \le 9-4=5$; $f(0)=9\le f(2)-4$~~

~~$f(2)\geq 13$ (6)~~

~~$f(1)-6$; $f(1)\le 11$ (4)~~

~~$f(-1)=1-1+7=7\le f(1)-4$; $f(1)\geq 11$ (5)~~

$f(-1)=7\geq f(2)-6$; $f(2)\le 13$

Чистовик

Из (1), (2), (3):

1. $f(0) = 4 - 2 + 7 = 9$

$f(3) - 6 \le f(0) = 9 \le f(2) - 4$; $f(2) \geqslant 13$

$f(3) \le 15$ (0)

2. $f(-1) = 1 - 1 + 7 = 7$

$f(2) - 6 \le f(-1) = 7 \le f(1) - 4$; $f(2) \le 13$

$f(1) \geqslant 11$

3. $f(-2) = 2 - 4 + 7 = 5$

$f(1) - 6 \le f(-2) = 5 \le \underbrace{f(0)}_{9} - 4$; $f(1) \le 11$

Из 1., 2., 3. : $\left.\begin{matrix} 13 \le f(2) \le 13 \\ 11 \le f(1) \le 11 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} f(2) = 13 \\ f(1) = 11 \end{matrix}$ (2)

Тогда $\underset{11}{f(1)} \le f(3) - 4$

$f(3) \geqslant 15$ (1)

Из (0) и (1) получаем, что $f(3) = 15$

Д-м, что для всех $n \in N$: $f(n) = 2 \cdot (n+4) + 1 = 2n + 9$

1. База: $n = 1$: $f(1) = 11 = 2 \cdot 1 + 9$ - верно

$n = 2$: $f(2) = 13 = 2 \cdot 2 + 9$ - верно из (2)

2. Шаг. Пусть верно для всех $k \le n$, $k \in N$, что $f(k) = 2k + 9$.

Д-м, что $f(n+1) = 2(n+1) + 9 = 2n + 11$.

По условию:

(I) $\begin{cases} f(n-1) \le f(n+1) - 4 \\ f(n+1) - 6 \le f(n-2) \end{cases}$

По предположению индукции:

$\begin{cases} f(n-1) = 2(n-1) + 9 = 2n - 2 + 9 = 2n + 7 \\ f(n-2) = 2(n-2) + 9 = 2n - 4 + 9 = 2n + 5 \end{cases}$

Чистовик

55-66-56-70
(162.2)

Тогда подставим это в (I):

$\begin{cases} f(n+1) \geqslant 4 + 2n + 7 = 2n + 11 \\ f(n+1) \le 2n + 5 + 6 = 2n + 11 \end{cases}$;

значит, $f(n+1) = 2n + 11$ - доказано.

Тогда $f(2024) = 2 \cdot 2024 + 9 = 4048 + 9 = 4057$

Ответ: 4057

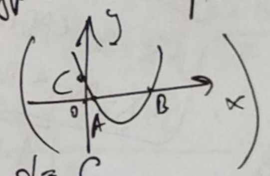
№3

~~$36 \sin(x + 8\sin x) - \sin(x - \sin x) + 9 = a^2$~~ ~~Найти сумму корней $\in [\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{4}]$.~~

№5

$y = x^2 + px + q$ - ур-ние параболы, ветви ↑

$\overset{\parallel}{f(x)}$



Пусть $C(0; C)$

$A(A; 0)$

$B(B; 0)$

По усл: $f(0) = q = C$

$f(x) = 0$ при $x = A$; $x = B$.

По т. Виета для $f(x) = 0$ $\begin{cases} A + B = -p \\ A \cdot B = q = C \end{cases}$

Пусть точка D ~~[illegible]~~ $(x; y)$. По усл.: $\rho(A; D) = \rho(B; D) \overset{\shortparallel}{=} \rho(C; D)$

$\Rightarrow$ равны и квадраты расстояний:

$\begin{cases} (x-A)^2 + y^2 = (x-B)^2 + y^2 \\ (x-A)^2 + y^2 = x^2 + (y-C)^2 \end{cases}$; $\begin{cases} (x-A)^2 = (x-B)^2 \\ (x-A)^2 + y^2 = x^2 + (y-C)^2 \end{cases}$. т.к. $A \neq B$, то

$\begin{cases} x = \frac{A+B}{2} \\ \left(\frac{B-A}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{A+B}{2}\right)^2 + y^2 - 2yC + C^2 \end{cases}$; $\begin{cases} x = \frac{A+B}{2} \\ 2yC = \frac{(A+B-B+A)(A+B+B-A)}{4} + C^2 \end{cases}$;

~~$\begin{cases} x = \frac{A+B}{2} \\ y = \frac{AB + C^2}{2C} \end{cases}$. т.к. $AB = C$, то: $x = \frac{A+B}{2}$, $y = \frac{1+C}{2}$ $(C \neq 0, т.к.$~~

$\boxed{\text{Черновик}}$

$f(t) = 72\cos t\cdot\sin t + 72t = 8092$ $\quad 8092 \,|\, 4 \quad 2023$ $\quad -8,\ 09,\ -8,\ 12$

$f'(t) = 72\cos\ldots$

$= 72t - 36\sin 2t$ $\quad S_{AOH} = 9$

$t > 0$: $f(t) \nearrow$ $\quad S_{BOH} = 5$

$-1 < t < 0$

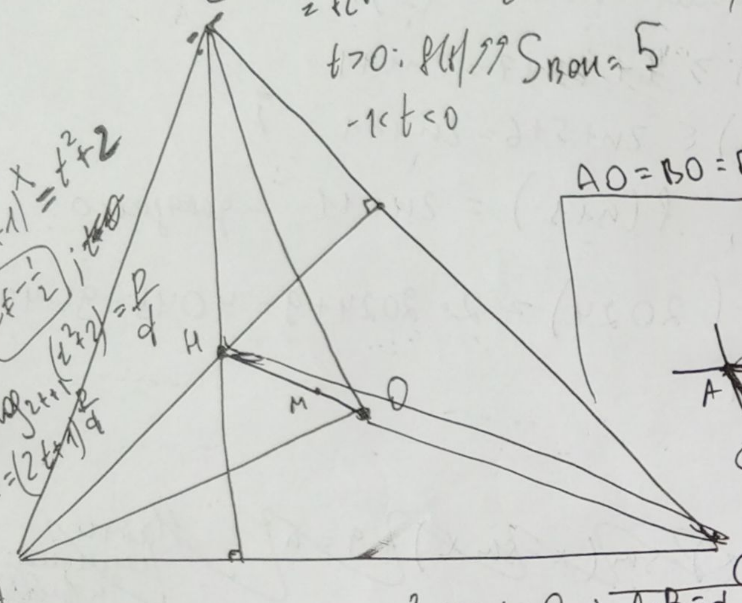
$|2t+1|^x = t^2+2$

$\boxed{t \neq -\frac{1}{2}}$; ~~$t \neq 0$~~

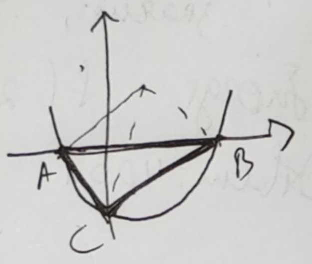
$(t^2+2) = \frac{p}{q}$

$x = \log_{2t+1}(t^2+2) = \frac{p}{q}$

$t^2+2 = (2t+1)^{\frac{p}{q}}$



$AO = BO = r$



$x^2 + px + q = 0$ $\quad \boxed{\begin{matrix} A\cdot B = q \\ A+B = -p \end{matrix}}$; $q = C$

$C(0;C)$

$A(A;0)$

$B(B;$

$S(AOH) = S_A$

$S(BOH) = S_B$

$S(COH) = S_C$

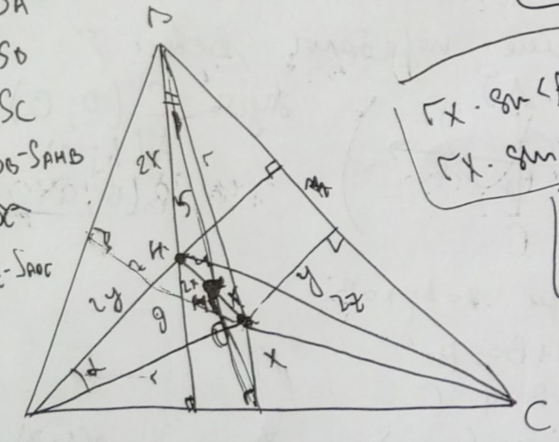
$S_A + S_B = S_{AOB} - S_{AHB}$

~~$S_B + S_C = S_{BOC}$~~

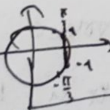
$S_A + S_C = S_{AHC} - S_{AOC}$

$\boxed{\begin{matrix} rx\cdot\sin\angle AOH = 18 \\ rx\cdot\sin\angle BOH = 10 \end{matrix}}$

$\boxed{\begin{matrix} A\cdot B = C \\ A+B = -p \end{matrix}}$



1) $\cos^2(\sin x) - \cos^2 x \geq 0$



$\boxed{\cos(\sin x) > \frac{1}{2}}$

$$18\left(\cos(2\sin x) - \cos(2x)\right) + 9 = \pi^2$$

$$18\cdot\left(2\cos^2(\sin x) - 1 - 2\cos^2 x + 1\right) + 9 = \pi^2$$

$$36\left(\cos^2(\sin x) - \cos^2 x\right) + 9 = \pi^2$$

$$36\,(\cos(\sin x) - \cos x)\,(\cos(\sin x) + \cos x) + 9 = \pi^2$$

~~$36\left(1 - 2\sin\frac{\sin x + x}{2}\cdot\sin\frac{\sin x - x}{2}\right)\cdot 2\cdot\cos\frac{\sin x + x}{2}\cos\frac{\sin x - x}{2} + 9 = \pi^2$~~

$36\left(\cos^2(\sin x) - \cos^2 x\right) + 9\pi^2 \geq$

$\frac{36}{2} - 36\cos^2 x + 9 - \pi^2 =$

$= 27 - 36\cos^2 x - \pi^2$

Черновик

$[\operatorname{ctg} a] = t$; $\quad |2t+1|^x = t^2+2$

$t = 0$: нет реш

$t \neq 0$: $x = \log_{2t+1} t^2+2$

$O(x;y)$

$$\begin{cases} (x-A)^2 + y^2 = (x-B)^2 + y^2 \\ (x-A)^2 + y^2 = x^2 + (y-C)^2 \end{cases};$$

$x - A = \pm(x-B)$

1) $x - A = x - B$; $A = B$ — ✗

2) $x - A = B - x$

$\boxed{x = \frac{A+B}{2}}$

$(2t+1)^{\frac{p}{q}} = t^2+2$

$(2t+1)^p = (t^2+2)^q$

$(2t+1)^p = (t+1)^2 - 2t + 2$

$(2t+1)^p = \left((t-1)^2 + 2t + 1\right)^q$

$(2n+1)^p = \left((n-1)^2 + 2n + 1\right)^q$

$\vdots 2$ $\quad \vdots 2$

$\Rightarrow n$ — не четное

$$\left(\frac{A+B}{2} - A\right)^2 + y^2 = \left(\frac{A+B}{2}\right)^2 + (y-C)^2$$

$$\left(\frac{B-A}{2}\right)^2 + \cancel{y^2} = \left(\frac{A+B}{2}\right)^2 + \cancel{y^2} - 2yC + C^2$$

$$2yC = \frac{(A+B)^2 - (B-A)^2}{4} + C^2 = \frac{(A+B-B+A)(A+B+B-A)}{4} + C^2$$

$\boxed{n = 2k+1}$

$$2yC = 2AB + C^2 = C + C^2$$

$(4k+3)^p = (4k^2+4k+3)^q$

$(4k+1)^p = (2k-1)^2 + 2k + 1$

$(4k+1)^p =$

$$\boxed{y = \frac{1+C}{2}}$$

по усл: $2021 = \left(\frac{A+B}{2}\right)^2 + \frac{(1+C)^2}{4} =$

$$= \frac{A^2 + 2AB + B^2 + 1 + 2C + C^2}{4} = \frac{p^2 + (1+q)^2}{4} = 2021$$

$p^2 + 1 + q^2 + 2q = 4\cdot 2021$; $\quad p^2 =$

~~$B - A \to \max$?~~

$|B-A| \to \max$.

$x_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = A$ $\quad A - B = \sqrt{D} \to \max$

$x_2 = B = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = B$;

$D = p^2 - 4q \to \max$?

$D = 8084 - (q+1)^2 - 4q = 8084 - q^2 - 2q - 1 - 4q =$

Чистовик (продолжение №5)

~~т. С≠0: x=~~

т.A(0;0) или т.B(0;0) ; т.C(0;0)

1. $C=0 \Rightarrow A\cdot B=0 \Rightarrow A=0$ или $B=0$ – противоречие, т.к. по усл. три точки различны.

2. $C\neq0$:

$$\begin{cases} x=\frac{A+B}{2} \\ y=\frac{AB+C^2}{2C} \overset{\text{т.к. } AB=q=C}{=} \frac{1+C}{2} \end{cases}$$

$$D\left(\frac{A+B}{2};\frac{1+C}{2}\right)=\left(-\frac{p}{2};\frac{1+q}{2}\right)$$

Тогда по условию: $\left(-\frac{p}{2}\right)^2+\left(\frac{1+q}{2}\right)^2=2021$

$p^2+(1+q)^2=8084$

$p^2=8084-(1+q)^2$ (1)

$AB=|A-B|$ (т.A(A;0); т.B(B;0))

~~Из уравн~~ т.к. $f(A)=0=f(B)$,

то В.Т.О: $A=\frac{-p-\sqrt{D}}{2}$; $B=\frac{-p+\sqrt{D}}{2}$, где $D=p^2-4q$,

тогда $AB=|A-B|=\left|\frac{-p-\sqrt{D}+p-\sqrt{D}}{2}\right|=\sqrt{D}=\sqrt{p^2-4q}$

т.к. $g(x)=\sqrt{x}\uparrow\uparrow$ на $x\geq0$

$AB\to max \Leftrightarrow \sqrt{p^2-4q}\to max. \Leftrightarrow p^2-4q\to max.$

Из (1): $0\leq p^2-4q=8084-(1+q)^2-4q=$

$=8084-1-2q-q^2-4q=8083-6q-q^2=8083-(q+3)^2+9=$

$=8092-(q+3)^2\leq 8092$, р-во достигается при $q=-3$;

$p^2=8084-4=8080$

($p^2-4q\geq0$ - верно)

Тогда ~~AB→max~~ $max(AB)=\sqrt{8092}=2\sqrt{2023}$ ↗

Ответ: $2\sqrt{2023}$.

Чистовик

№3

$36\sin(x+\sin x)\cdot\sin(x-\sin x)+9=\pi^2$ Найти сумму реш на $\left[\frac{\pi}{6};\frac{7\pi}{4}\right]$

~~18~~ Пусть $\sin x=t$, $t\in[-1;1]$.

~~36~~ $18\cos(2t)-18\cos(2x)+9=\pi^2$

$36\cos^2t-18-18+36\sin^2x+9=\pi^2$

$36\cos^2t-36+36t^2+9=\pi^2$

$36\cos^2t+36t^2-27=\pi^2$

$f(t)=36\cos^2t+36t^2-27=\pi^2$ (1)

$f'(t)=-36\cdot2\cos t\cdot\sin t+36\cdot2\cdot t=72t-36\sin(2t)$

при $1\geq t\geq0$: $f'(t)\geq0 \Rightarrow f(t)\uparrow\uparrow$

при $-1\leq t<0$: $-72\leq72t<0$

$-2\leq2t<0$; $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$

$\sin2t<0$

$\frac{1}{2}>-36\sin2t>0$

$-72<f'(t)=72t-36\sin(2t)<\frac{1}{2}$

Тогда при $0\leq t\leq1$: $f(t)\uparrow\uparrow \Rightarrow f(t)=\pi^2$ имеет не более 1 реш.

Заметим, что $-\frac{\pi}{3}<t<\frac{\pi}{3}$, значит, $\frac{1}{2}<\cos t\leq1$,

тогда $f(t)=36\cos^2t+36t^2-27<36+\frac{36\pi^2}{9}-27=$
$=9+4\pi^2$

$<$

$\frac{36}{4}-27$ при $t\geq0$

~~при~~ ~~$\pi^2<9+\pi^2$~~

При $t<0$: $f(t)<36-27=9$

$\pi^2<9$ – X

$\Rightarrow$ реш у уравнения (1) есть только при $1\geq t\geq0$

Чистовик

$0 \le t \le 1$: $\quad f(t) = 36\cos^2 t + 36t^2 - 27 = \pi^2$ имеет ≤ 1 реш.

$$36(\cos^2 t + t^2) = \underbrace{\pi^2 + 27}_{\overset{\vee}{36}} \qquad (2)$$

~~$\Rightarrow \cos^2 t + t^2 \le 1$~~

~~т.к. $t \in [0;1]$, то $\cos\frac{\pi}{3} < \cos t \le 1 \Rightarrow \frac{1}{4} \le \cos^2 t \le 1$~~

~~$t = \frac{\pi^2}{36}$~~ ~~$t = \frac{\pi}{6}$~~

Подставим $t = \frac{\pi}{6}$, тогда:

$$36 \cdot \left(\cos^2\frac{\pi}{6} + \frac{\pi^2}{36}\right) = \pi^2 + 27$$

$36 \cdot \frac{3}{4} + \pi^2 = \pi^2 + 27$ - верно

$\Rightarrow$ единственным корнем уравнения (2) является $t = \frac{\pi}{6}$. Вернёмся к замене:

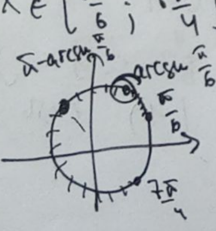
$\sin x = \frac{\pi}{6}$, тогда $\left[\begin{array}{l} x = \arcsin\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \arcsin\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$ - реш. ур-ния

т.к. $\frac{\pi}{6} > \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, то $\arcsin\frac{\pi}{6} > \arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$

~~arcsin+ 2π~~ и ~~$\frac{\pi}{6} + 2\pi > \frac{\pi}{6}$~~

~~т.к. $\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{13\pi}{6} \vee \frac{7\pi}{4}$; $5\pi > 4\pi$~~, ~~то~~ на промежутке

$x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{4}\right]$: $x = \arcsin\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$, $\underline{\underline{n = 0}}$; ед. корень



тогда сумма корней на промежутке $= \arcsin\frac{\pi}{6} + \pi - \arcsin\frac{\pi}{6} = \pi$

Чистовик

Ответ: реш: $\arcsin\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; $\pi - \arcsin\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; сумма $= \pi$.

№ 6

$|2[\mathrm{ctg}\,\alpha] + 1|^x = [\mathrm{ctg}\,\alpha]^2 + 2$ имеет рац. реш. α - ?

Пусть $[\mathrm{ctg}\,\alpha] = t$, $t \in \mathbb{Z}$.

$|2t + 1|^x = t^2 + 2$

Пусть $x = \frac{p}{q}$, $q \in \mathbb{N}$, $p \in \mathbb{Z}$.

$|2t + 1|^{\frac{p}{q}} = t^2 + 2$

$|2t+1|^p = (\underbrace{t^2 + 2}_{})^q \ge 2 \Rightarrow 2^q \ge 2 \Rightarrow |2t+1|^p \ge 2$

$$|\underbrace{2t+1}_{\not\vdots 2}|^p = \left((t-1)^2 + \underbrace{2t+1}_{\not\vdots 2}\right)^q$$

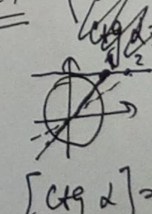
если $p > 0$: $(t-1)^2 \vdots 2 \Rightarrow t = 2k+1$, $k \in \mathbb{Z}$

$$|\underbrace{4k+3}_{3 \not\vdots k}|^p = (\underset{k^2}{\underset{3 \vdots}{4k^2}} + \underbrace{4k+3}_{3 \vdots k})^q$$

1) $t \ge 1$: $2t + 1 \ge 3$
$t^2 + 2 \ge 3$

При $t = 1$; ~~подбер~~ $|3|^x = 3$ $\underline{\underline{x = 1}}$

При $t > 1$: $2t + 1 > 3$
$t^2 + 2 > 3$

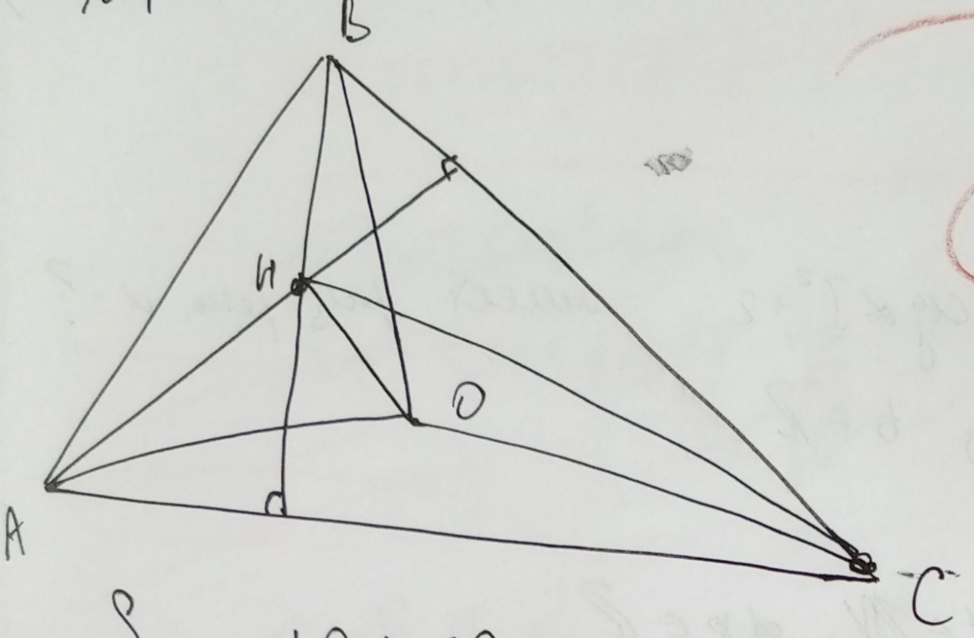


$t = 1$; $[\mathrm{ctg}\,\alpha] = 1$;

Точно есть рац. реш. при $\boxed{\alpha \in \left[\frac{\pi}{4} + \pi n; \mathrm{arcctg}\,2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}\right).}$ — Ответ:

Чистовик

№4



$S_{AOH} = \frac{1}{2} OH \cdot AO \cdot \sin\angle AOH$

$S_{BOH} = \frac{1}{2} OH \cdot BO \cdot \sin\angle BOH$