0 335953 530008

33-59-53-53

(155.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ______________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы Горы
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Анисимова Константина Павловича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Работа сдана в 14^{00}

Дата «07» 04 2024 года

Подпись участника

Шифр работы: 33-59-53-53										М
Задача	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**Σ**	**Σ прописью**
Оценка	15	15	15	0	5	15			65	шестьдесят пять

65 (шестьдесят пять) М. Вор... ЛИСТ-ВКЛАДЫШ Н. Куз...

33-59-53-53 (155.1)

1 лист, черновик

1. $x \cdot a = 156$ $156 = 2 \cdot \underline{78}$
$x \cdot b = 312$ $312 = 4 \cdot \underline{78}$ НОД$(156; 312; 390) = \underline{78}$
$x \cdot c = 390$ $390 = 5 \cdot 78$

$x \cdot (a+b+c) = 11 \cdot 78 = 11 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$

$\cancel{78 = 2 \cdot 3 \cdot 9} = 2 \cdot 3 \cdot 13$

$a = \min 1$
$b = \min 1$ $\Rightarrow a+b+c = \min 3$
$c = \min 1$

Ответ: 78

3. $\overline{aa} + \overline{bcb} = 11a + 101b + 10c$

$b = 9$ $\overline{aa} + \overline{9c9}$

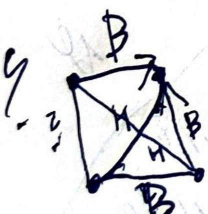
$a = 2$ $\overline{22} + \overline{9c9}$

$22 + 9?9 =$

$= 22 + 979$

$c = 7$ $10?1$ 7

979 + 22 = 1001

4. 

$C_x^2 \geq 2 \cdot C_x^3$

$\frac{x \cdot (x-1)}{2} \geq 2 \cdot \frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)}{3 \cdot 2}$

$\cancel{\frac{1}{2} \geq \frac{2(x-2)}{3}}$

$\cancel{\frac{1}{1} \geq \frac{4x-8}{3}}$

$\frac{1}{2} \geq \frac{2 \cdot (x-2)}{3 \cdot 2}$

$\frac{1}{2} \geq \frac{x-2}{3}$

$1 \geq \frac{2x-4}{3}$

$3 \geq 2x-4$

$7 \geq 2x$

$x \leq 3{,}5 \Rightarrow x \leq 3$

2 лист, черновик

5. ~~Всего 100% = 5~~

$S = 100 \cdot 20 = 2000$

$C_6^4 = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 15$

$C_6^3 = \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}$

$C_7^3 = \frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1} = 30$

$C_7^4 = \frac{7\cdot\cancel{6}\cdot5\cdot4}{4\cdot3\cdot2\cdot1}$

123	234
124	235
125	236
126	245
134	246
135	256
136	345
145	346
146	356
156	456

$C_6^3 = \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} = 20$

$\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 35$

$k = \frac{2000}{15} = \frac{400}{3} = 111$

???

Если не найдётся: найдётся тройка, где договорятся $\geq 50\%$ или, или $\geq 50\%$ зол.

6.

$2\gamma > \beta$

$\alpha > \beta$

$\boxed{29.11.24}$

20.04.24

$\frac{1000}{7}$

$\frac{100}{7} = 14$

$\frac{2}{27}$ $\times 3$ = 81

В месяце $m+1$ цифры (одни 1) которые нужно „закрыть" либо в мес. (ед.), либо в дне

только в м месяце

$\frac{100\cdot15}{35} = \frac{300}{7} = 42\%$

$\frac{100\cdot20}{35} = \frac{400}{7} = 57\%...$

$<50\%$ зол
$>50\%$ ал

$<50\%$ ал
$>50\%$ зол

27 27 27

11 11 11 11

14 14 14 14

$\frac{14}{11}$ $\frac{14}{11}$ $\frac{14}{11}$

50 $\frac{200}{7} = 28 + 4$

33-59-53-53
(155.1)

3 лист, черновик

б.

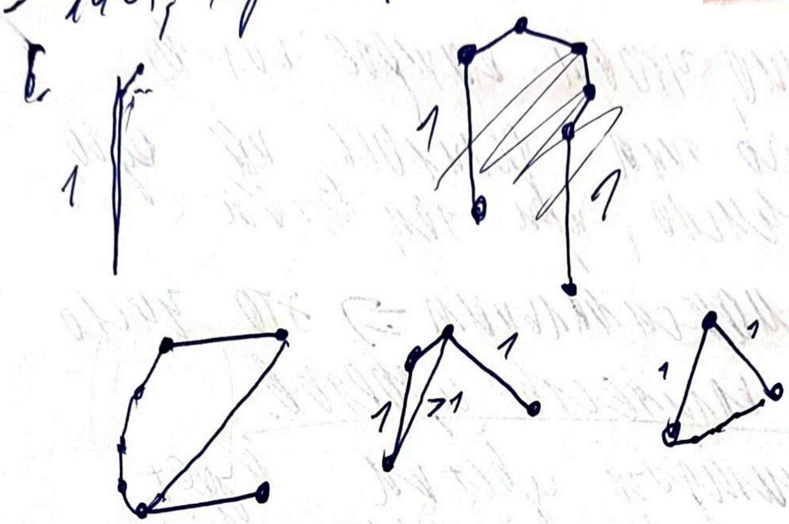
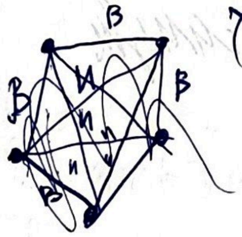


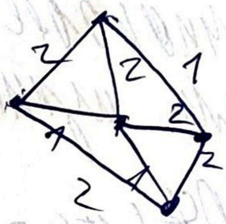
рис 2

и,



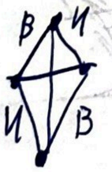
X ⇒ ~~min~~ C_X^3 В

min C_X^3 И

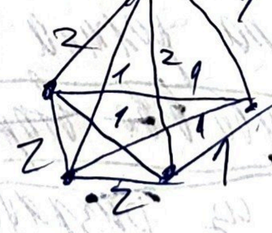


≥ 14%

или:



1, 2

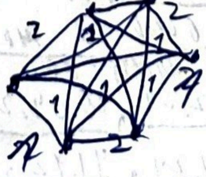


≥ 12,5% опт.

1 → 2 по 2

$\frac{n\cdot(n-1)}{2}$

X



≥ 50% опт.
< 50% зол.

≥ 50% зол.
< 50% опт.

≥ 12,5% зол

4 лист, чистовик

1. Нам нужно, чтобы каждое кол-во цветов каждого типа делилось на одно и то же число, при том, чтобы оно было максимальным ⇒ это число будет НОД количеств цветов.

Так как каждого цветка будет одинаковое кол-во в каждом букете, и нам нужно получить максимум.

НОД(156; 312; 390) = 78.

Пример: 78 букетов с 2 хр.
4 тюл.
5 розами

Ответ: 78

2. Мы можем понять, что в месяцах из разряда дес. добавляется ~~число~~ цифра, которая в 24 году не состоит (0 или 1) (пока что не дойдём след. года). Тогда эта цифра должна быть либо в месяце (ед.), ~~либо в во второй цифре~~ дес. (в одном из разрядов).

1) _ _ . 11.24 ⇒ $\boxed{24.11.24}$, т.к. 42.11.24 быть не может (т.к. 00 месяца быть не может)

2) _ 0. 0 _ .24 ⇒ 40.02.24 (не может быть), 20.04.24 (они и есть)
_ 1. 1 _ .24 ⇒ 21.14.24 (не может быть), 11.12.24

Ответ: 24.11.24.

33-59-53-53 (155.1)

3. Представим двузнач. как $\overline{aa}$, а ~~трёхзнач.~~ трёхзнач. как $\overline{bcb}$, четырёхзнач. $\to \overline{deed}$

$\overline{aa}+\overline{bcb}=\overline{deed}$

Можно понять, что $b=9$ т.к. должен быть переход через десяток, т.к. $b+a=\overline{yz}$

Тогда $d=1$, так как max, что можно получить при слож. двух цифр — $\boxed{18}$

Тогда $a+b=\_1 \Rightarrow a+9=\_1 \Rightarrow a=2$

$22+909+10c=1001+11e$

$10c=70+11e$

$10c-70=11e$

$10(c-7)=11e$

~~$c-7 \vdots 11$~~

$e \vdots 10$ и e — цифра $\Rightarrow e=0$

$10(c-7)=0$

$c-7=0$

$c=7$

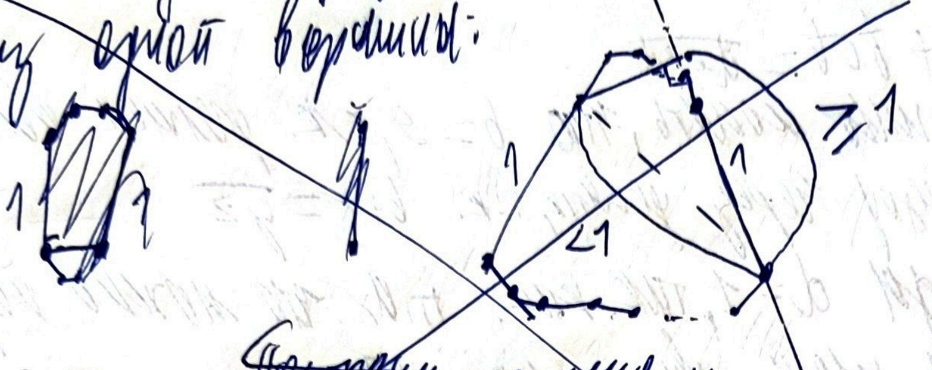
Тогда $22+979=1001$

Ответ: существует

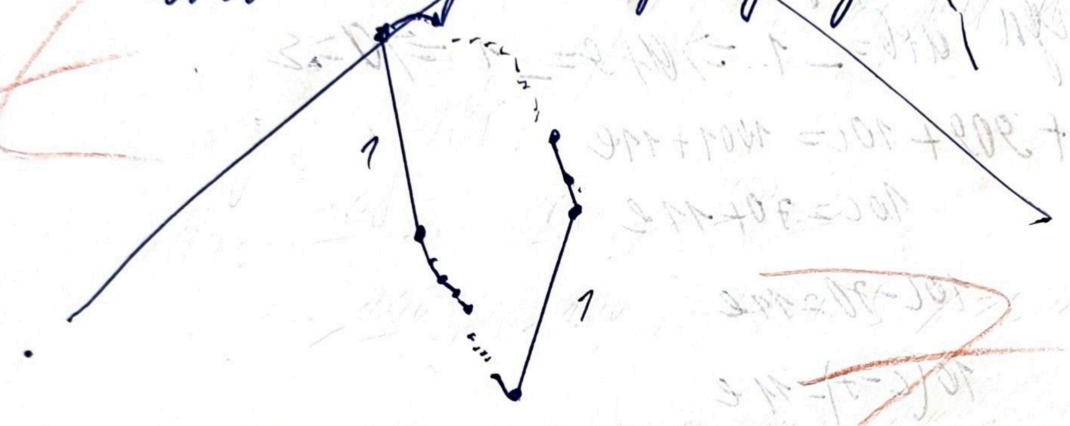
5 лист, чистовик

6 лист, чистовик

~~6. Если две ~~отрезка~~ стороны длины 1 выходят не из одной вершины:~~

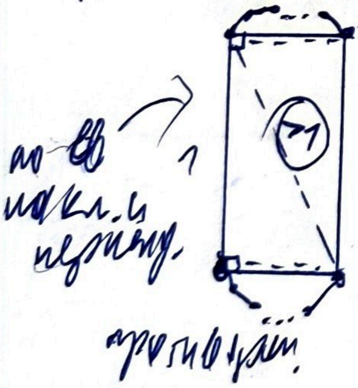


~~Или ~~Построим перпенд. из~~~~

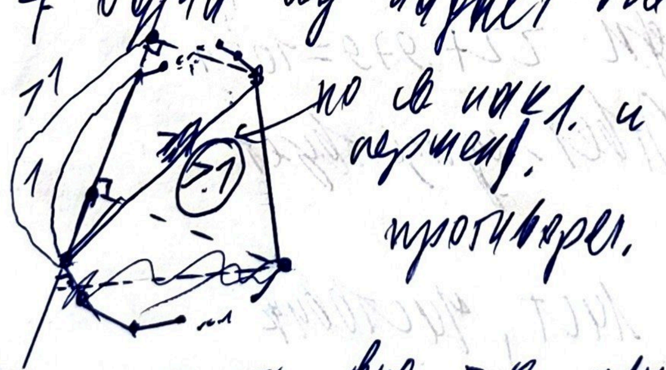


Предположим, что две стороны длины 1 выходят не из одной вершины:

1) они перпенд. падают в отрезок;



2) один из падает вне:



Оба перпенд. не могут упасть вне, т.к. длина одного из сторон должна быть больше 1.

Тогда две стороны длины 1 выходят из 1 верш.

тогда стороны Ответ: 2

где нет ещё одной стороны длины 1, иначе будет 2 стороны длины 1, выходящ. не из 1 верш ⇒ будет длин. ≥ 1.

4, ~~8~~

Мы можем понять, что когда людей >3, кол-во ничьей $=$ кол-ву выигрышей, потому что так получается.

Тогда, когда кол-во игр будет нечётным, такого кол-ва человек быть не может: $\frac{6\cdot5}{2}=15.\Rightarrow 6-1=5$

$\frac{5\cdot4}{2}=10$

Ответ: 5

5. Мы можем понять, что найдётся четвёрка, где произойдётся $\geq$ ~~57 ...~~ ~~$\frac{400}{2}$~~

т.к. $\frac{100\cdot C_6^3}{C_7^4}=\frac{100\cdot\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}}{\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4\cdot3\cdot2\cdot1}}=\frac{400}{7}$ ~~=...~~

тогда в этой четвёрке в среднем 1 король.

7 лист, чистовик

преизводит > половины. $\frac{\frac{400}{7}}{\cancel{7}\,4} = \cancel{\frac{400}{49}}\ \frac{100}{7}$

Остальные три производят в среднем* $< \frac{100 - \frac{400}{7}}{3}$ " $\frac{\frac{700}{7}-\frac{400}{7}}{3} = \frac{\frac{300}{7}}{3} = \frac{100}{7}$ Тогда, если предположить, что противополож. мат. перемешается в одном котле ( ), то если выбрать два из первой четвёрки и два из второй:

~~1 мат: $\frac{100}{7}\cdot 2 + \frac{100}{7}\cdot 2 = \frac{400}{7} = 5$~~

$> \frac{100}{7}\cdot 2 + < \frac{100}{7}\cdot 2 = \frac{100}{7}\cdot 4 = 58\% > 50\%$

чем здесь меньше, на столько же здесь больше

Аналогично со вторым.

Ответ: да.

8 лист, Чистовик