



0 339736 040005

33-97-36-04

(181.1)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 8 класс

Место проведения Ростов-на-Дону  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников Токори Воробьёвы горы  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Панкрашина Диана Андреевна  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«07» апреля 2024 года

Подпись участника

Шифр работы: 33-97-36-04 (181.1)

М

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	$\Sigma$	$\Sigma$ прописью
Оценка	15	15	15	15	0	5	-	-	65	шестьдесят пять



33-97-36-04  
(181.1)

Черновик 1

N1) ~~НОД~~ (156; 312; 390) = 2 · 3 · 13 = 78



156 = 2 · 2 · 3 · 13  
312 = 2 · 2 · 2 · 3 · 13  
390 = 2 · 3 · 5 · 13

Т.е. по 2 хризантемы, 4 тюльпана и 5 роз.

N2) ~~05.02.25~~  
24.11.24

1) 24: 04-лет  
05-лет  
06, 07, 08, 09, 10, 12



24 год: 04 - можно только 04, но оно уже было

05 - 4 цифры

06  
07  
08  
09  
10

11: 24.11.24

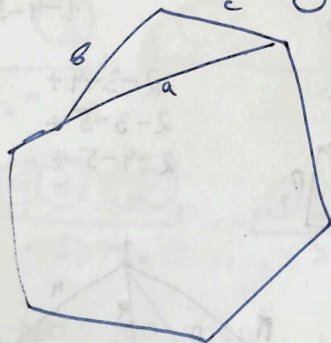
N3) 
$$\begin{array}{r} \overline{aa} \\ \underline{bcb} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{r} 999 \\ \underline{99} \\ \hline 1008 \end{array} + \begin{array}{r} \overline{bcb} \\ \underline{aa} \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} bcb \\ \underline{aa} \\ \hline \end{array}$$

Трехзн. + двузн. < 2000 => 1111 - невозможно

N6)



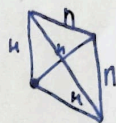
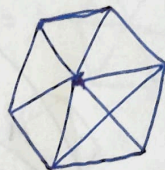
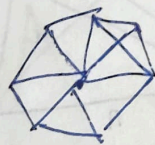
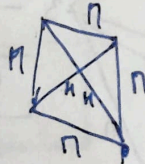
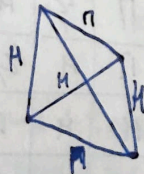
всеза



b ≤ a + c



N4)



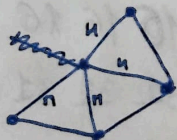
1) У каждого есть ≥ 1 победы  
У каждого ≥ 1 победы

2) Каждой сыгран n-1 игру

Каждый < 3 побед и < 3 поражений => ≤ 6 игр!

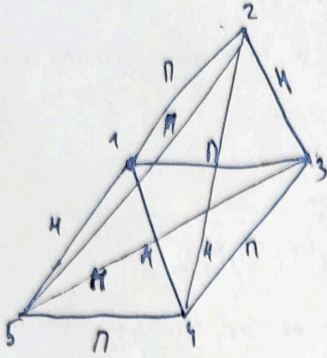
5 игроков

4 игры каждой





Черновик 2:



- 1-2-3+
- 1-2-4+
- 1-2-5+
- 1-3-4+
- 1-3-5+
- 1-4-5+
- 2-3-4+
- 2-3-5+
- 2-4-5+
- 3-4-5

nnnn

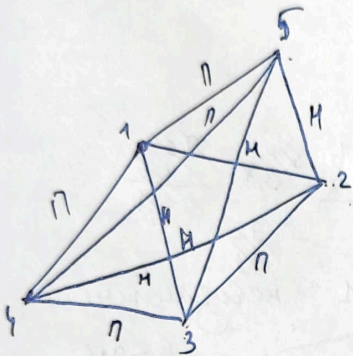
2 2 2 2 2,5 2,5 2,5

a b c d e f g

$50a \geq a+b+c+d \geq 50z$

$50z \geq e+f+g \geq 50a$

$50a \geq c+d$



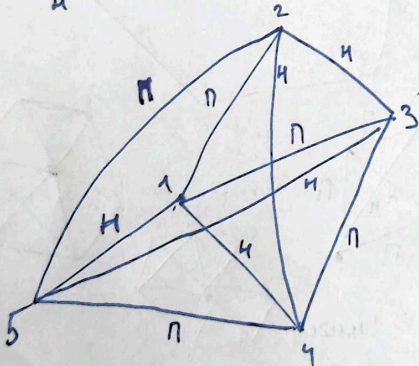
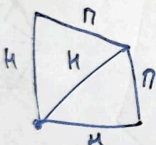
1-2-3 +

1-2-4+	1	1	1	1	1	1	1
1-2-5+	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
1-3-4+							
1-3-5+	4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

1-4-5+ 12,5 12,5 12,5 12,5

$\frac{50}{3} \frac{50}{3} \frac{50}{3}$

- 2-3-4+
- 2-3-5+
- 2-4-5+
- 3-4-5+



	1	2	3	4	5
1	н	п	п	н	н
2	п	н	н	н	п
3	п	н	н	п	н
4	н	н	п	н	п
5	н	п	н	п	н

5

- ~~1-2-3+~~
- ~~1-2-4+~~
- ~~1-2-5+~~
- ~~1-3-4+~~
- ~~1-3-5+~~
- ~~1-4-5+~~
- ~~2-3-4+~~
- ~~2-3-5+~~
- ~~2-4-5+~~
- ~~3-4-5+~~

24

24 24

24 25  
10 16 16 2 1 1 1

31 31 31 4 1 1 1



Черновик 3.

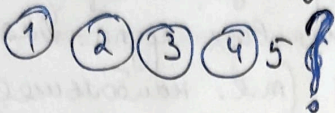
$$\begin{array}{r} + \text{всб} \\ \text{аа} \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 202 \\ 99 \\ \hline 01 \end{array}$$

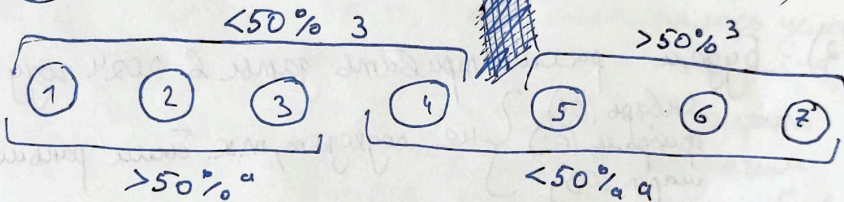
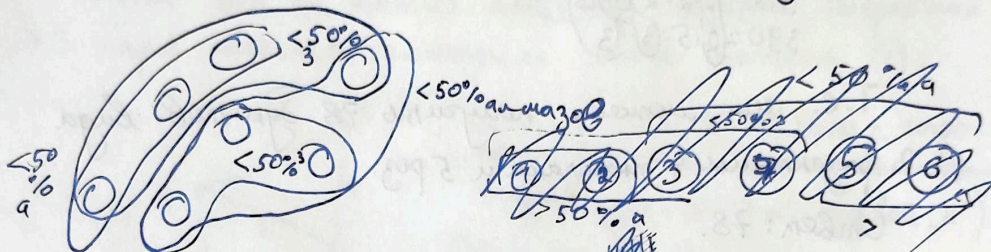
$$\begin{array}{r} \text{с+а+1=10} \\ \text{с+а=9} \\ 999 \\ 22 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$979+2=981$$

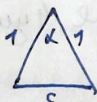
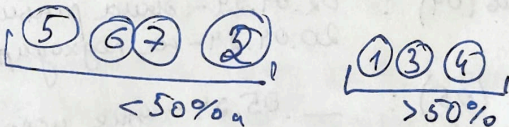
$$\begin{array}{r} 979 \\ 22 \\ \hline 1001 \end{array}$$



№5 Пусть ~~какие бы~~ ~~и королевства~~ ~~не выбрали~~ ~~они в ду.~~  
какие бы и королевства <sup>не выбрали</sup> они производят < 50% злата/алмазов



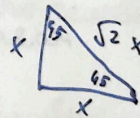
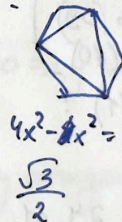
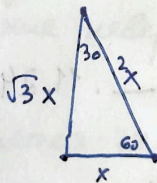
$$\begin{aligned} 2024 - 60 &= \\ &= \frac{2024 \cdot 180}{3} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 180 \cdot 2024 - 360 &= 180 \cdot 2022 = \\ &= \frac{180 \cdot 2011}{2012} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} c^2 &= 1 + 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \alpha \\ c^2 &= 2 - 2 \cos \alpha > 1 \\ -2 \cos \alpha &> -1 \\ 2 \cos \alpha &< 1 \\ \cos \alpha &< 0,5 \end{aligned}$$

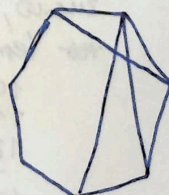
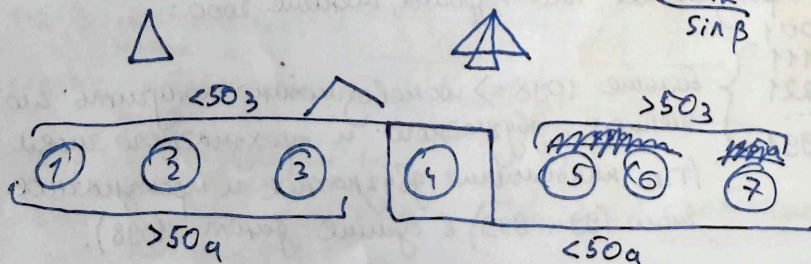


$$\begin{aligned} &= \frac{90 \cdot 1011}{506} = \\ &= \frac{45 \cdot 1011}{253} \end{aligned}$$

$$\cos 60^\circ = 0,5$$

$$\begin{aligned} \frac{c}{\sin \alpha} &= \frac{1}{\sin \beta} \\ c &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{2}$$





Чистовик 1.

№1) Нужно разделить все цветы на  $n$  одинаковых букетов, т.е. каждую из групп цветов (хризантемы, тюльпаны и розы) на  $n$  одинаковых групп. Для этого найдём НОД 156, 312 и 390 (т.е. наибольшее число, на которое делится каждая из этих чисел).

$$\text{НОД}(156, 312, 390) = 2 \cdot 3 \cdot 13 = 78$$

$$\begin{aligned} 156 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13 \\ 312 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13 \\ 390 &= 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 13 \end{aligned}$$

Т.е. мы можем получить 78 букетов вида 2 хризантемы, 4 тюльпана и 5 роз.

Ответ: 78.

№2) Будем рассматривать даты в 2024 году:

январь (01), февраль (02), март (03) } не подходит, т.к. были раньше 20.04.24.

апрель (04) : 02.04.24 - была раньше 20.04.24  
20.04.24 - не подходит, нужна следующая за ней дата

май (05) : — .05.24 - уже используется 4 цифры, это противоречит условию.

июнь (06), июль (07), август (08), сентябрь (09), октябрь (10) }

ноябрь (11) : — .11.24 - нужна ещё одна 2 и одна 4  $\Rightarrow$  24.11.24.

Ответ: 24.11.24. Ближайшая дата

№3) 1) Двухзначное и трехзначное число в сумме дают число, меньшее 2000 ( $99 + 999 = 1098 < 2000$ ). Единственно Четырёхзначные палиндромы, меньше 2000:

1001  
1111  
1221  
...  
1991

больше 1098  $\Rightarrow$  их невозможно получить сложением двухзначного и трехзначного чисел (т.к. наибольшее двухзначное и трехзначное число (99 и 999) в сумме дают 1098).



33-97-36-04  
(181.1)

Чистовик 2.

№3) Продолжение

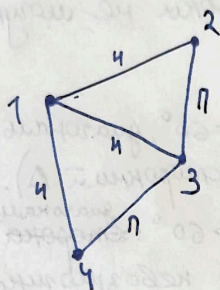
2) Поймём, можно ли показать двузначного и трёхзначного палиндромов равность числу 1001.

Да, можно, например:  $979 + 22 = 1001$

Ответ: да, существуют:  $22 + 979 \neq 1001$

№4) 1) Докажем, что у каждого человека  $\leq 2$  игры:

Пусть это не так  $\Rightarrow$  найдётся человек, сыгравший  $\geq 3$  игр в кизью. Рассмотрим этого человека (1):



Он сыграл в кизью с игроками 2, 3 и 4 (обозначим соответствующую линию буквой „и“)

Тогда, чтобы выполнялось условие для троек 1-2-3 и 1-3-4, 2 с 3 и 3 с 4 должны сыграть игру с победителем (не в кизью) (обозначим соответствующую линию буквой „п“).

Теперь рассмотрим игру 2 с 4. С одной стороны, чтобы выполнялось условие для тройки 1-2-4 нужно, чтобы 2 с 4 сыграли в игру с победителем (не в кизью). С другой стороны, чтобы выполнялось условие для тройки 2-3-4 нужно, чтобы 2 с 4 сыграли в кизью. Противоречие

$\Downarrow$   
предположение неверно  $\Rightarrow$  у каждого человека  $\leq 2$  игры.

2) Аналогично доказывается что у каждого человека  $\leq 2$  игры с победителем.

3) Но тогда каждый сыграет  $\leq 4$  партий, а игроков  $\leq 5$ .

Пример на 5 игроков:

1) 1-2-3: с победителем: 1-2  
кизья: 2-3

2) 1-2-4: с победителем: 1-2  
кизья: 1-4

3) 1-2-5: с победителем: 1-2  
кизья: 1-5

4) 1-3-4: с победителем: 1-3  
кизья: 1-4

5) 1-3-5: с победителем: 1-3  
кизья: 1-5

	1	2	3	4	5
1	///	п	п	и	и
2	п	///	и	и	п
3	п	и	///	п	и
4	и	и	п	///	п
5	и	п	и	п	///



Чистовик 3.

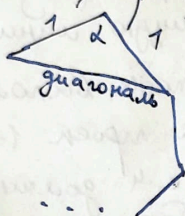
№4) Продолжение:

- 6) 1-4-5: с победителем: 4-5  
книжка: 1-4
- 7) 2-3-4: с победителем: 3-4  
книжка: 2-3
- 8) 2-3-5: с победителем: 2-5  
книжка: 2-3
- 9) 2-4-5: с победителем: 2-5  
книжка: 2-4
- 10) 3-4-5: с победителем: 3-4  
книжка: 3-5

Ответ: 5 игроков

№5) 1) Заметим, что все стороны не могут быть равны

1, п.к: 2 стороны (соседние)



При  $\alpha = 60^\circ$ , диагональ будет равна (равносторонний  $\Delta$ ).

При  $\alpha > 60^\circ$ : ~~сторона~~ диагональ будет больше 1, что невозможно по условию

Значит,  $\alpha \leq 60^\circ$ .

Но тогда сумма углов этого 2024-угольника  $\leq 2024 \cdot 60^\circ$ .

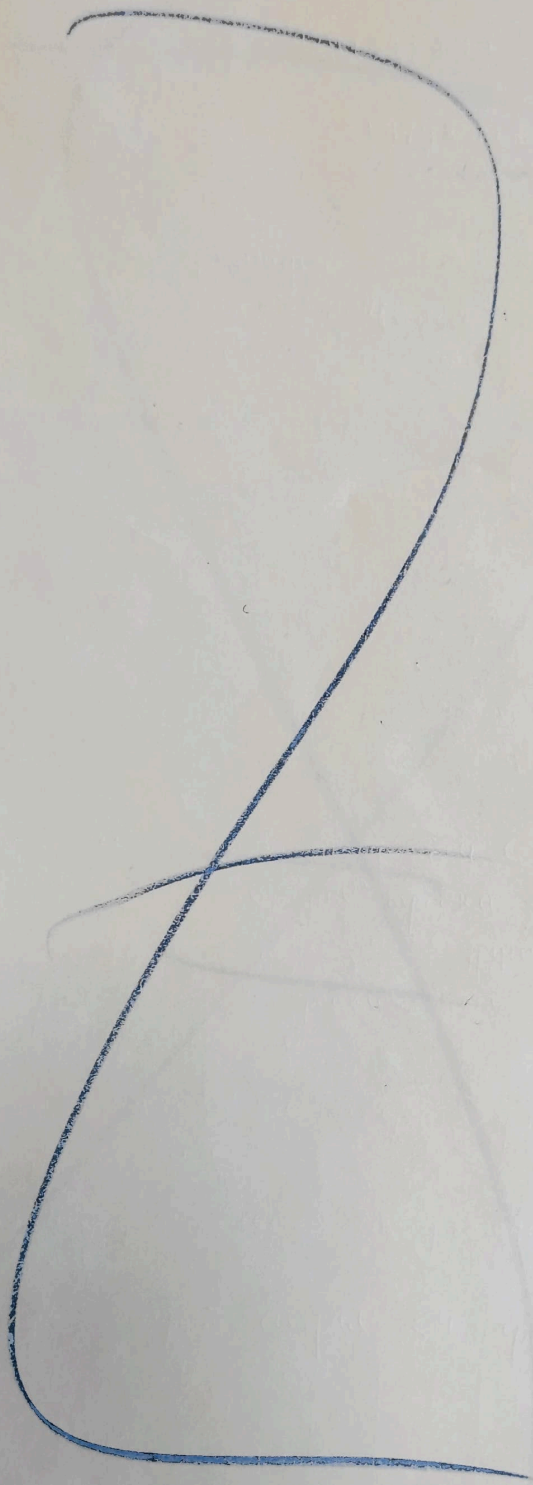
При этом сумма углов 2024-угольника равна  $2022 \cdot 180 = 60 \cdot 6066 > 2024 \cdot 60$

Противоречие.

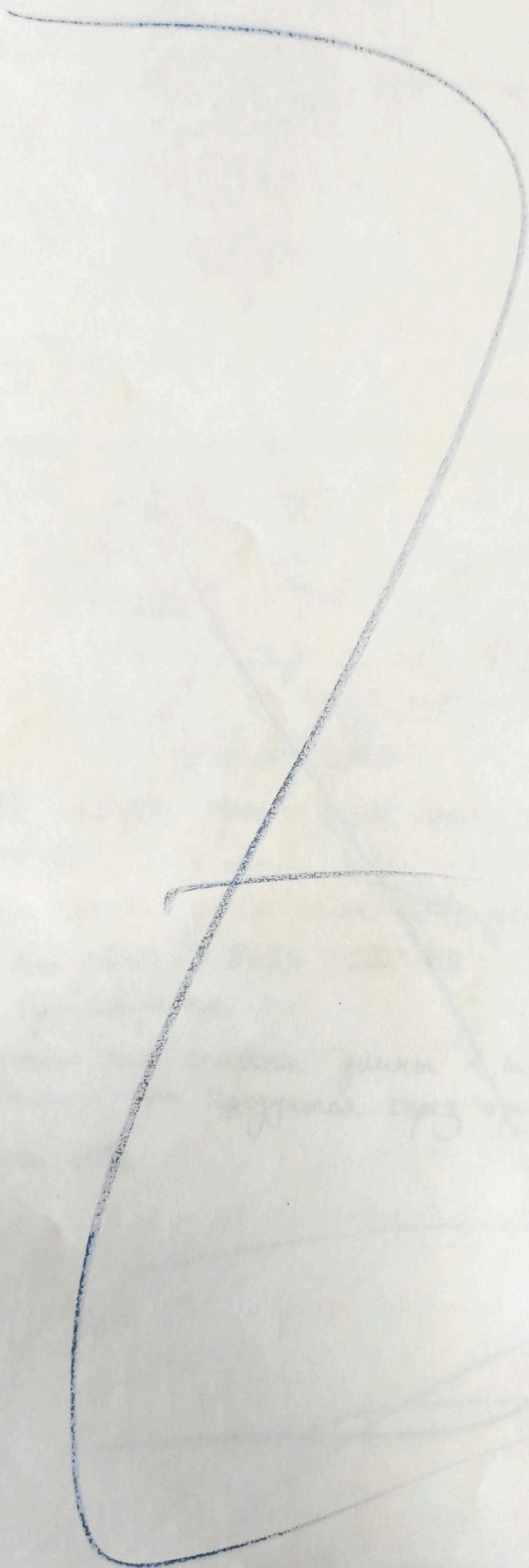
Получаем, что стороны длины 1 не могут быть соседними  $\Rightarrow$  они чередуются через одну  $\Rightarrow$  их  $\leq 1012$

Ответ: 1012



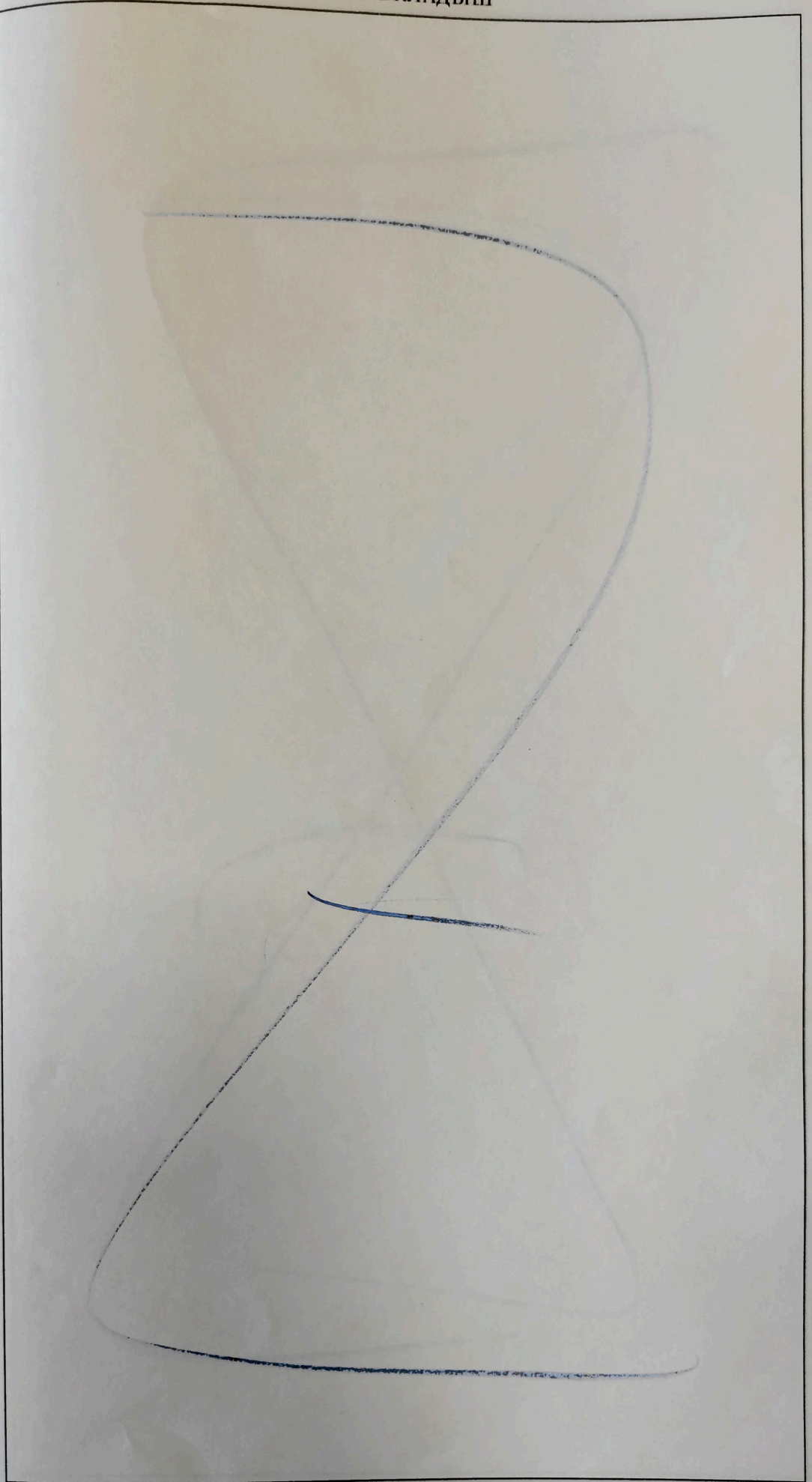






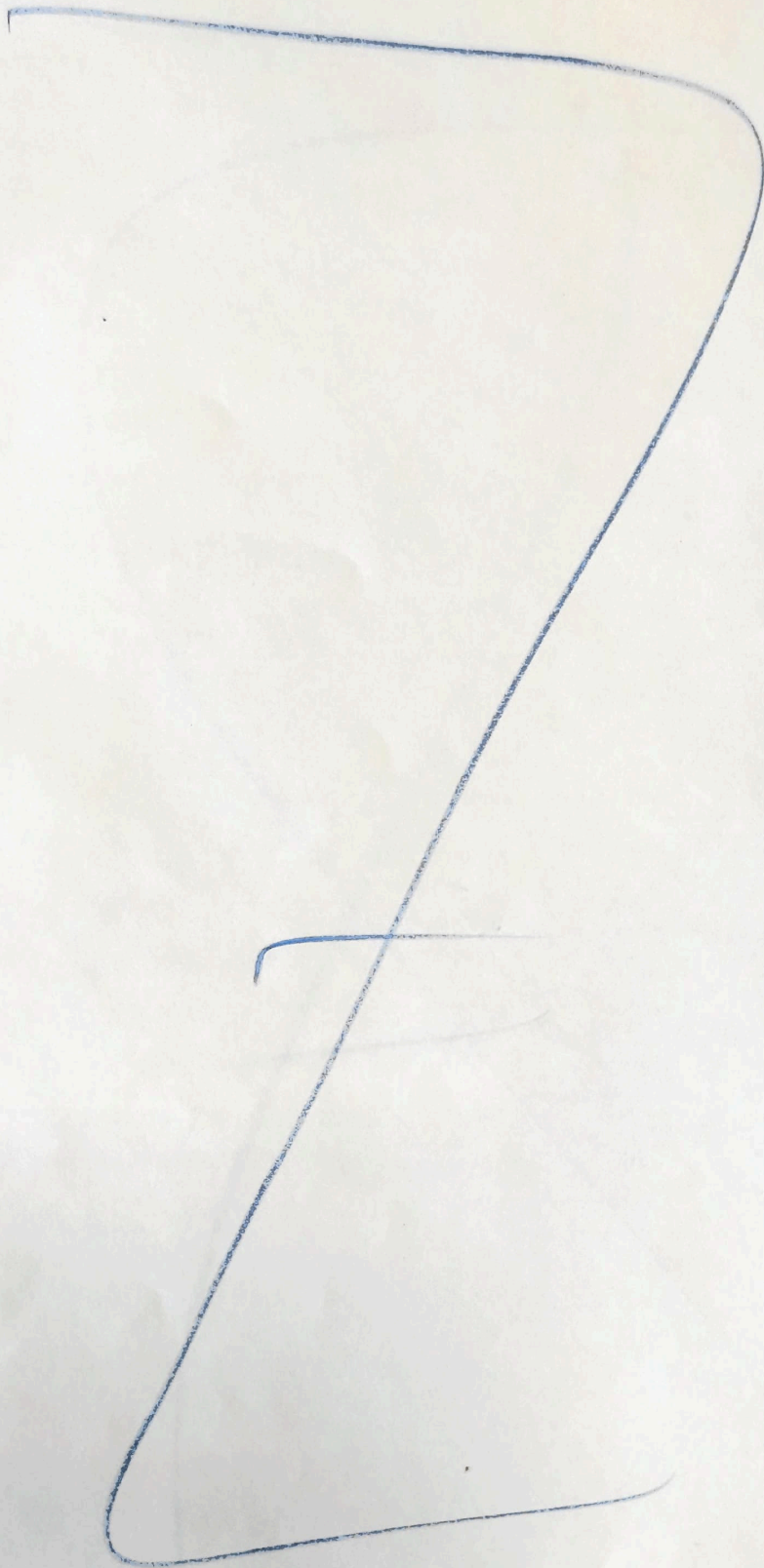


ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



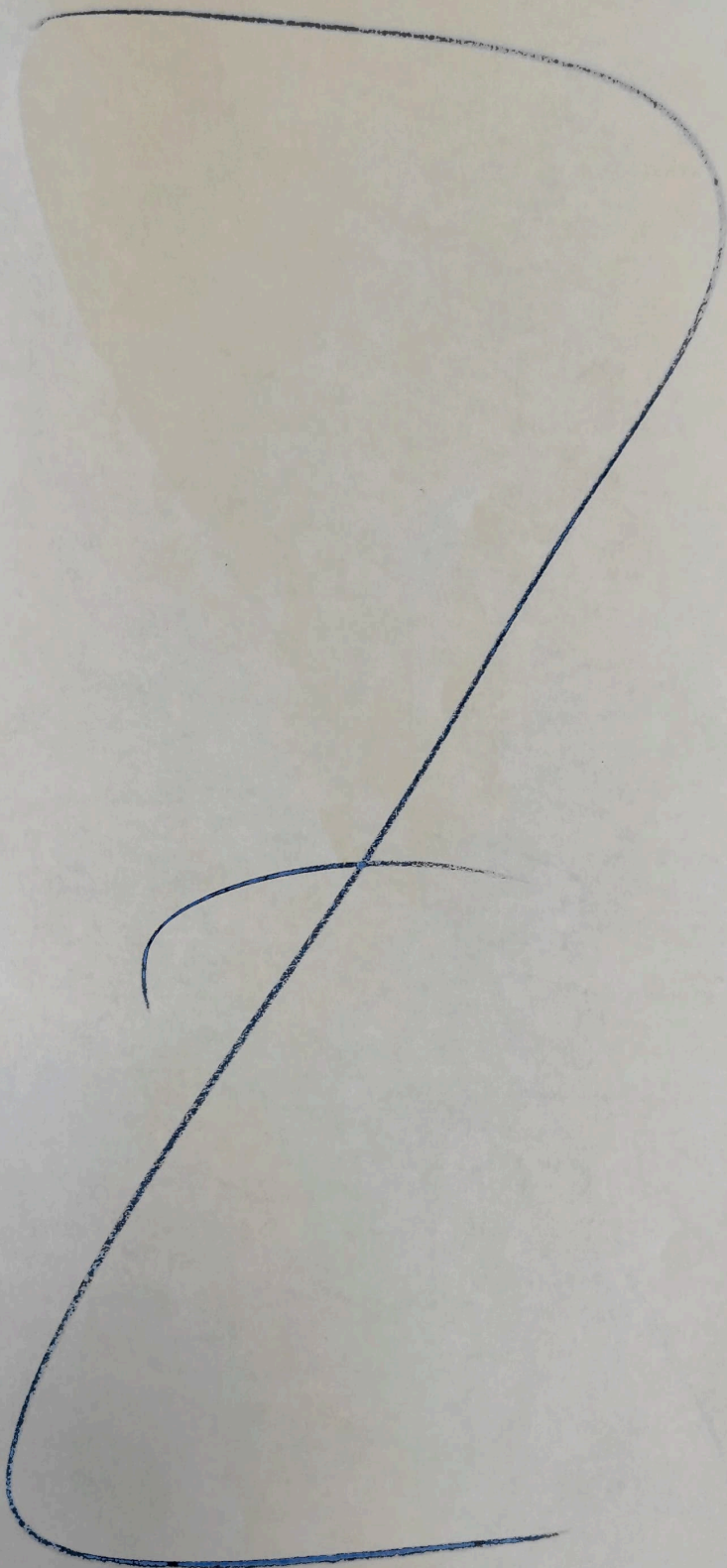
Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!







ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!



