0 970128 760004

97-01-28-76
(117.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

+1 лист

Вариант 06 10 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Исайкина Богдана Евгеньевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

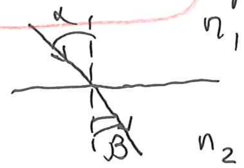
«05» 04 2024 года

Подпись участника

97-01-28-76 (117.2)

№4 Без черновиков

Вопрос: Закон Снеллиуса: при переходе луча из среды с показателем преломления n_1 в среду с показателем n_2 выполняется следующее соотношение: $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$, где α и β – углы, которые ~~луч~~ составляет с ~~гранью~~ перпендикуляром к границе раздела сред до и после преломления соответственно;

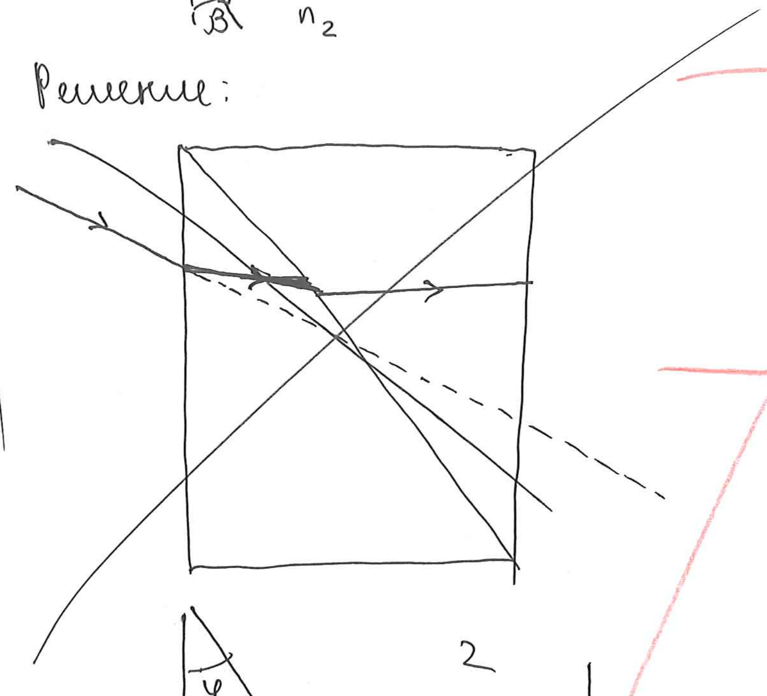


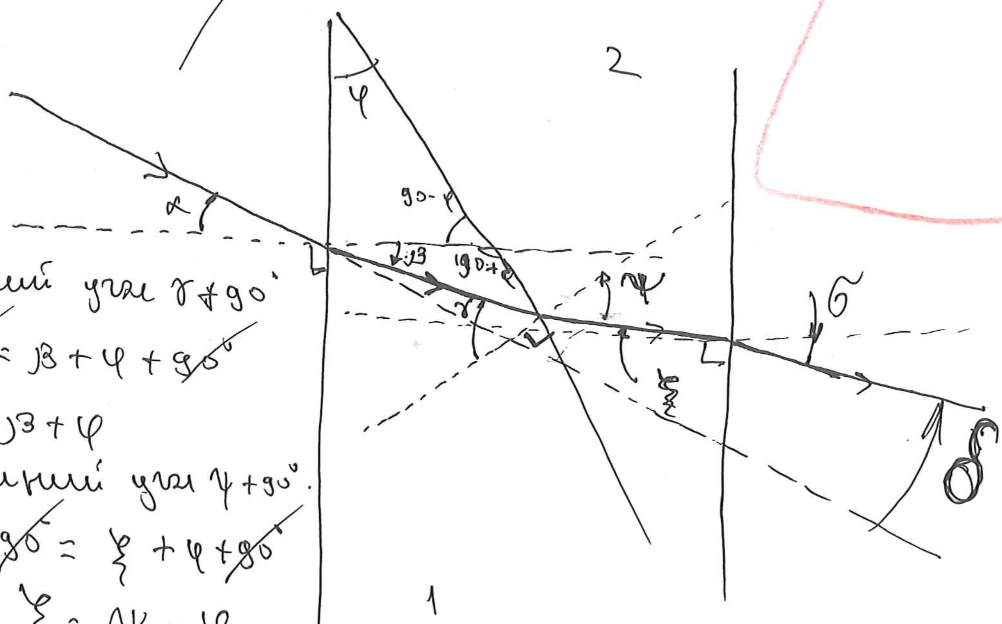
Задача

Дано:
$\alpha = 4°$
$\varphi = 3°$
$\Delta n = 0,5$

Найти:
$\delta = ?$

Решение:





внешний угол $\gamma + 90°$

$\gamma + \cancel{90°} = \beta + \varphi + \cancel{90°}$

$\gamma = \beta + \varphi$

внешний угол $\psi + 90°$

$\psi + \cancel{90°} = \xi + \varphi + \cancel{90°}$

$\xi = \psi - \varphi$

первое преломление:

$\sin\alpha = n_1 \sin\beta \Rightarrow \alpha \simeq n_1\beta$

δ_i - отклонение луча при при i-ом ~~отклонен~~ преломлении

$\delta_1 = \alpha - \beta = \alpha\left(1 - \frac{1}{n_1}\right)$

второе преломление:

$n_1 \sin\gamma = n_2 \sin\psi$

$n_1\gamma \simeq n_2\psi$

$n_1(\beta + \varphi) = n_2\psi$

$\psi = \frac{n_1}{n_2}\left(\frac{\alpha}{n_1} + \varphi\right) = \frac{\alpha}{n_2} + \varphi\frac{n_1}{n_2}$

$\delta_2 = \gamma - \psi = \frac{\alpha}{n_1} + \varphi - \frac{n_1}{n_2}\left(\frac{\alpha}{n_1} + \varphi\right) =$

$= \left(\frac{\alpha}{n_1} + \varphi\right)\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)$

третье преломление:

$n_2 \sin\xi = \sin\sigma$

$\sigma = n_2\left(\frac{\alpha}{n_2} + \varphi\frac{n_1}{n_2} - \varphi\right) =$

$= \alpha + \varphi n_1 - \varphi n_2 = \alpha - \varphi\Delta n$

$\delta_3 = -\left(\alpha - \varphi\Delta n - \frac{\alpha}{n_2} - \varphi\frac{n_1}{n_2} + \varphi\right) =$

$= \alpha\left(\frac{1}{n_2} - 1\right) + \varphi\left(n_2 - n_1 + \frac{n_1}{n_2} - 1\right)$

δ_3 со знаком „-", поскольку наоборот прижимает луч к исходному направлению

97-01-28-76
(117.2)

теперь складываем все 3 отклонения, чтобы получить δ

$$\delta = \cancel{\alpha} - \frac{\alpha}{n_1} + \frac{\alpha}{n_1} - \frac{\alpha}{n_2} + \varphi - \varphi\frac{n_1}{n_2} + \frac{\alpha}{n_2} - \cancel{\alpha}$$

$$+ \varphi(n_2 - n_1) + \varphi\frac{n_1}{n_2} - \varphi = \varphi\Delta n$$

Ответ: $\delta = \varphi\Delta n = 1{,}5°$

№3

Вопрос: В случае, если на систему зарядов не действует непотенциальных внешних сил

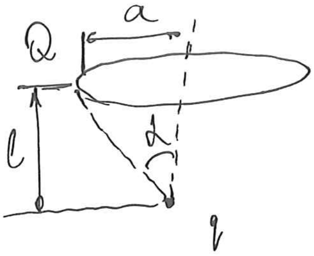
Задача:

Дано:
m; a; q

Найти:
$|Q| = ?$
$\mu_{max} = ?$

Решение:

1) Найдём силу взаимодействия кольца и бусинки, в зависимости от расстояния l между ними:

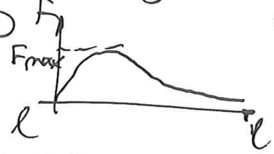


Заметим, что каждый маленький кусочек ~~кольца~~ действует под углом α к вертикали, так что горизонтальной силы нет, а вертикальная равна кулоновскому, домноженному на $\cos\alpha = \frac{l}{\sqrt{l^2+a^2}}$

$$|F| = \frac{k|Q|q}{l^2+a^2}\cdot\frac{l}{\sqrt{l^2+a^2}} = \frac{k|Q|q\,l}{(l^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

исследуем функцию на максимум:

$F(l=0) = 0$; $F(l\to\infty) = 0$



$k|Q|q = \text{const} \Rightarrow F = F_{max}$ при $\frac{l}{(l^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \to \max$

$$\left(\frac{l}{(l^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\right)' = \frac{1\cdot(l^2+a^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}(l^2+a^2)^{\frac{1}{2}}\cdot l\cdot 2l}{(l^2+a^2)^3} = 0$$

$$(l^2+a^2)^{3\,2} = \frac{9}{\cancel{4}}\cancel{(l^2+a^2)}\cdot\cancel{4}\,l^4$$

$$l^4 + 2l^2a^2 + a^4 = 9l^4$$

$$8l^4 - 2l^2a^2 - a^4 = 0$$

$$l^2 = \frac{a^2 \pm 3a^2}{8}$$

Нас интересует только положит. корень

$l = \frac{a}{\sqrt{2}}$ – на этом расстоянии

сила взаимодействия максимальна и равна

$$F_{max} = \frac{k|Q|q\,a}{\sqrt{2}\left(\frac{a^2}{2}+a^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{k|Q|q\,a\,2}{\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}a\right)^3} = \frac{2k|Q|q}{3\sqrt{3}a^2}$$

бусинка не оторвётся, если $F_{max} < mg$

$$\frac{2k|Q|q}{3\sqrt{3}a^2} < mg$$

$$|Q| < \frac{3\sqrt{3}a^2 mg\,4\pi\varepsilon_0}{2q}$$

$$|Q| < \frac{3\sqrt{3}a^2 mg\,\pi\varepsilon_0}{2q}$$

$$|Q| < \frac{6\sqrt{3}\,a^2 mg\,\pi\varepsilon_0}{q}$$

2) подставим $h = a$ в формулу взаимодейств.
сила в этом случае равна силе тяжести

$$F = mg = \frac{k|Q|q\,a}{2\sqrt{2}a^3} = \frac{k|Q|q}{2\sqrt{2}a^2}$$

Взаимодействие бусинки и кольца потенциально, поскольку непот. внешних сил нет ⇒ верен ЗСЭ:

$$mgH + E_п + E_к = const$$

отсюда h будет максимальным, когда $E_к = 0$, т.е. $E_{п0} = E_п + mgh$

получим формулу для потенциальной энергии взаимодействия бусинки и кольца. она находится на одинаковом расстоянии от любого участка кольца, поэтому:

$$E_n = \frac{-k\,q|Q|}{\sqrt{l^2+a^2}} \; ; \; E_{n_0} = \frac{-kq|Q|}{\sqrt{2a^2}}$$

$$\frac{-kq|Q|}{\sqrt{l^2+a^2}} + mgH = \frac{-kq|Q|}{\sqrt{2}\,a}$$

$$\frac{-\cancel{kq|Q|}}{\sqrt{l^2+a^2}} + \frac{\cancel{kq|Q|}H}{2\sqrt{2}a^2} = \frac{-\cancel{kq|Q|}}{\sqrt{2}\,a}$$

$$\frac{H}{2\sqrt{2}\,a^2} = \frac{1}{\sqrt{(H-h)^2+a^2}} - \frac{1}{\sqrt{2}a}$$

я не знаю как это решать, но я это решаю

Ответ: $|Q| < \frac{8\sqrt{3}\,a^2 mg\pi\varepsilon_0}{q}$

97-01-28-76
(117.2)

(4) (

$$\frac{mg}{S}(h_0-h_1)=\frac{5}{2}(p_1h_1-p_0h_0)$$

$$(p_1-p_0)(h_0-h_1)=\frac{5}{2}(p_1h_1-p_0h_0)$$

$$p_1h_0-p_1h_1-p_0h_0+p_0h_1=\frac{5}{2}p_1h_1-\frac{5}{2}p_0h_0$$

$$\frac{p_1}{p_0}(h_0-h_1)-(h_0-h_1)=\frac{5}{2}\frac{p_1}{p_0}h_1-\frac{5}{2}h_0$$

$$\frac{p_1}{p_0}\left(\frac{5}{2}h_1-(h_0-h_1)\right)=\frac{5}{2}h_0-(h_0-h_1)$$

$$\frac{p_1}{p_0}=\frac{\frac{5}{2}h_0-(h_0-h_1)}{\frac{5}{2}h_1-(h_0-h_1)}=$$

$$=\frac{74}{71{,}5}=\frac{148}{143}=1+\frac{5}{143}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{5}{7}}=\left(1+\frac{5}{143}\right)^{\frac{5}{7}}\simeq$$

$$\simeq 1+\frac{25}{7\cdot 145}+\frac{5}{7}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{9}{145\cdot 145}$$

$$h_2=\frac{\cancel{\frac{5}{2}h_0-(h_0-h_1)}}{}$$

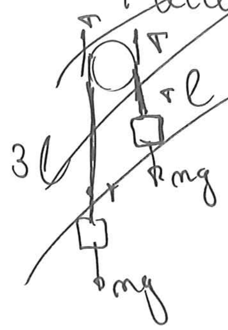
$$\begin{array}{r} 14{,}5 \\ \times\ \ 7 \\ \hline 101{,}5 \end{array}$$

$$\boxed{h_2=\left(\frac{\frac{3}{2}h_0+h_1}{\frac{7}{2}h_1-h_0}\right)^{\frac{5}{7}}\cdot h_1}$$

Ответ: $h_2=\left(\frac{\frac{3}{2}h_0+h_1}{\frac{7}{2}h_1-h_0}\right)^{\frac{5}{7}}\cdot h_1$

№1

Вопрос: ~~Рассмотрим оба участка лески:~~



Рассмотрим леску целиком:

$\Delta l = \frac{mg}{k}$ $\Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l$

при этом жёсткость куска l в 3 раза больше жёсткости куска $3l$: $3\Delta l_2 = \Delta l_1$

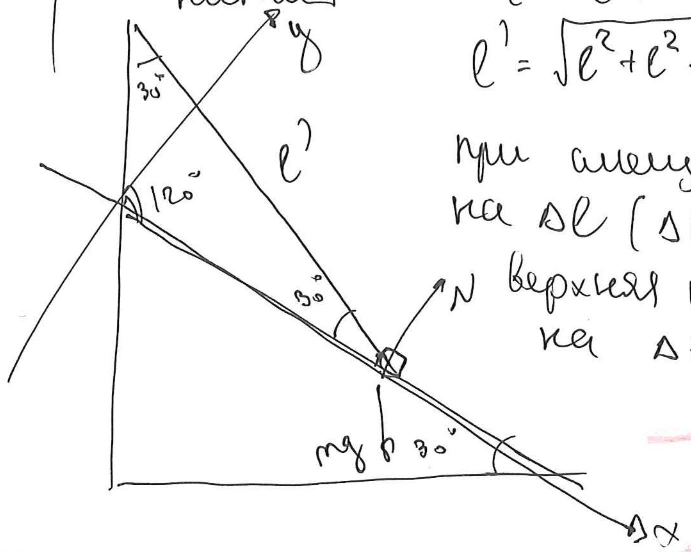
т.е. короткий кусок растянется на 0,25 мм, а длинный на 0,75 мм

Задача:

Дано:	Решение:
$\alpha = 30^\circ$ $\mu = 0{,}4$	Найдём длину верхнего участка нити

$l' = l\sqrt{2+2\sin\alpha}$

$l' = \sqrt{l^2 + l^2 + 2l^2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{3}\,l$



при смещении бруска на Δl $(\Delta l \ll l')$ верхняя нить растягивается на $\Delta l \cos\alpha$

пусть жёсткость нижней крёвки k_1;
верхней – k_2

$$\frac{\Delta l}{l} \cdot E = \frac{F}{S} \qquad k = \frac{ES}{l}$$

$$k_2 = \frac{k_1}{\sqrt{2+2\sin\alpha}} \qquad k_1 = \frac{ES}{l}, \quad k_2 = \frac{ES}{\sqrt{3}\,l} \Rightarrow k_2 = \frac{k_1}{\sqrt{3}}$$

допустим нижняя нить удлинилась на Δl, тогда она натянута силой

$$T_1 = k_1 \Delta l, \quad T_2 = k_2 \Delta l \cos\alpha = \frac{k_1 \cdot \Delta l \cdot \cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}\, 2} =$$

$$T_2 = \frac{T_1 \cos\alpha}{\sqrt{2+2\sin\alpha}} = \frac{1}{2} T_1 = \frac{T_1}{2} \; +$$

$$T_{2x} = T_2 \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}\, T_1}{4}; \quad T_{2y} = T_2 \sin\alpha$$

сила трения может быть направлена как вверх, так и вниз по склону +
~~с модулем от 0 до $\mu mg \cos\alpha$ (нити всегда натянуты, т.к. $\mu < tg\alpha$)~~

~~2 ЗН:~~

$$\cancel{T_{1min}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha}$$

2 ЗН:

y: $N = mg\cos\alpha - T_{2y} = mg\cos\alpha - \frac{T_1 \cos\alpha \sin\alpha}{\sqrt{2+2\sin\alpha}}$

x: $T_1 \left(1 + \frac{\cos\alpha}{\sqrt{2+2\sin\alpha}}\right) = mg\sin\alpha + F_{тр}$

(нити всегда натянуты т.к. $\mu < tg\alpha$)
максимальная сила T_1 будет тогда, когда $F_{тр}$ направлена вниз по склону:

$$\cancel{T_{1max}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha + \frac{T_{1max}}{4}}$$

$$\cancel{T_{1max}\left(1 + \frac{\sqrt{3}+\mu}{4}\right) = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

$$T_{1max} = \frac{4mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{4 + \sqrt{3} + \mu}$$

T_1 достигает минимального значен, когда $F_{тр}$ направлена вверх по склону:

$$T_{1min}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha + \frac{\mu T_1}{4}$$

$$T_{1min}\left(\frac{4+\sqrt{3}-\mu}{4}\right) = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$T_{1min} = \frac{4mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{4 + \sqrt{3} - \mu}$$

тогда $\frac{T_{1max}}{T_{1min}} = \frac{4+\sqrt{3}-\mu}{4+\sqrt{3}+\mu} \cdot \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}$

когда $F_{тр}$ вниз по склону $T_1 = T_{1max}$

$$T_{1max}\left(1 + \frac{\cos^2\alpha}{\sqrt{2+2\sin\alpha}}\right) = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) - \mu\frac{T_1\cos\alpha\sin\alpha}{\sqrt{2+2\sin\alpha}}$$

$$T_{1max} = \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\sqrt{2+2\sin\alpha}}{\sqrt{2+2\sin\alpha} + \cos^2\alpha + \mu\cos\alpha\sin\alpha}$$

+

$2\cos\alpha$ $\alpha = 30°$

+

$$T_{1min} = \frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\sqrt{2+2\sin\alpha}}{\sqrt{2+2\sin\alpha} + \cos^2\alpha - \mu\cos\alpha\sin\alpha}$$

T_1 меняется в пределах от T_{1min} до T_{1max}

чтобы максимально растянуть нить нужно ~~растянуть~~ оттянуть брусок вниз по плоскости ~~так, чтобы после того как его отпускают, он совсем немного сдвиг~~

и затем подконтрольно поднимать назад, пока он не окажется в положении равновесия — тогда сила трения будет действовать вниз по плоскости и T, как и m_1, будет максимальна

..

№2

Вопрос: показатель адиабаты $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$,
где C_p – м. теплоёмкость в изобар. процессе
C_v – изохорная

для одноатомного $\gamma = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{3}$

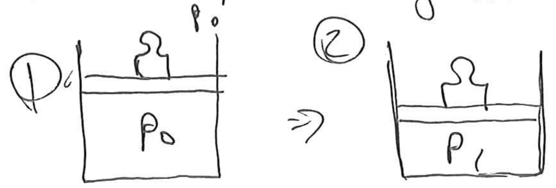
двухат.: $\gamma = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{7}{5}$

трёхат.: $\gamma = \frac{\frac{8}{2}}{\frac{6}{2}} = \frac{4}{3}$

Задача 7

Дано:
$h_0 = 30$ см
$h_1 = 29$ см
Найти:
$h_2 = ?$

Решение:
рассмотрим опускание гири:



на газ снаружи всё время давит постоянное давление

$$p_0 + \frac{mg}{S} = p_1$$

раз процесс квази равновесный, то с газом происходит ~~изобарный~~ адиабатный процесс

Запишем ЗСЭ от 1 до 2: (в конце дав. газа p_1)

$$(1)\ mg(h_0 - h_1) = U_2 - U_1 = \frac{5}{2}(p_1 S h_1 - p_0 S h_0)$$

дальше поршень поднимается в адиабатном процессе (в конце дав. газа p_0, т.к. он равн. с атмосф.)

$$p_1 (\cancel{S} h_1)^{\frac{7}{5}} = p_0 (\cancel{S} h_2)^{\frac{7}{5}}$$

$$h_2 = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{5}{7}} \cdot h_1$$