0 048777 520000

04-87-77-52
(126.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 05

Место проведения СПБ
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников
наменование олимпиады
„Покори Воробъёвы горы"

по физике
профиль олимпиады

Антонова Максима Олеговича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

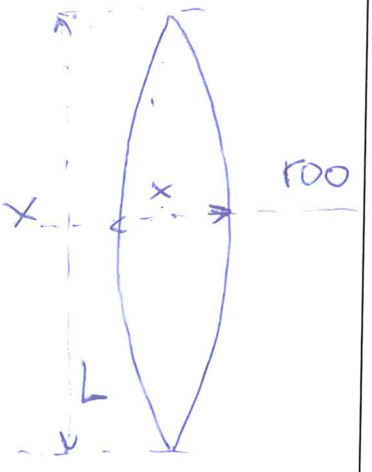
«05» апреля 2024 года

Подпись участника

04-87-77-52 (126.1)

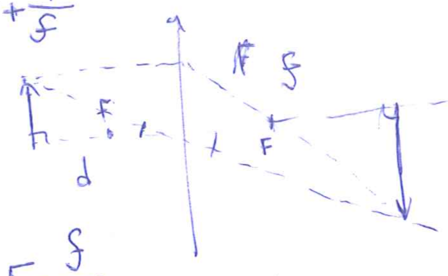
дем.

№4.



1. В том, что в линзе расстояние x мы считаем много меньше радиусов кривизны обеих поверхностей линзы, а также её высоты L.
Тогда работает формула тонкой линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$

2. $\Gamma = \frac{f}{d}$



$\frac{1}{F} - \frac{1}{f} = \frac{1}{d}$; $\Gamma = f \cdot \frac{f-F}{F \cdot f}$

$\frac{f-F}{Ff} = \frac{1}{d}$; $\Gamma = \frac{f-F}{F}$

$\Gamma = \frac{f}{d}$

$\frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$

$\frac{d-F}{dF} = \frac{1}{f}$; $f = \frac{dF}{d-F}$; $\Gamma = \frac{dF}{d(d-F)} = \frac{F}{d-F}$ $\Gamma_1 = 0{,}4$ => $d-F = 2{,}5F$; $d = 3{,}5F$

разберемся, куда переместили линзу. Если d растёт, т.е. линзу отодвигают $d-F\uparrow$ => $\frac{F}{d-F}\downarrow$ – т.е. увеличение падает

⇓

линзу придвинули

1. $d-F = 0{,}4F$ => $d = 1{,}4F$ => $\Delta d = 2{,}1F = 70$ см => $F = \frac{0{,}7 м}{2{,}1}$

$D = \frac{1}{F} = 3$ Дптр.

2. $d - F = -0{,}4F$ <– не подходит, т.к. изображение ловят на экране => оно реально

Ответ: 3 Дптр.

(Смирнова Р.Е.)

73

1	2	3	4
4	3	4	3
10	11	20	20

Вопрос: для кислорода: $pV^{\gamma} = const$ ← адиабатный процесс

$\gamma = \frac{7/2}{5/2} = \frac{7}{5}$

$A = -\int_{p_0}^{1{,}07p_0} p\,dV$ ← работа внеш. сил

$(pV^{\gamma})' = 0$

$dp \cdot V^{\gamma} + \gamma\, dV\, V^{\gamma-1} p = 0$

$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$

$dV = \frac{dp \cdot V}{\gamma p}$

$A = -\int_{p_0}^{1{,}07p_0} p \cdot \frac{dp \cdot V}{\gamma p} = \int_{p_0}^{1{,}07p_0} \frac{dp \cdot V}{\gamma};$

$p_0V_0 = \nu RT_0$ – закон М-К $\Rightarrow A = -\int_{p_0}^{1{,}07p_0} \frac{\nu RT_0}{p_0^{2/7}\gamma} p^{-5/7} dp$

$p_0 V_0^{7/5} = p_0 \left(\frac{\nu RT_0}{p_0}\right)^{7/5} = \frac{(\nu RT_0)^{7/5}}{p_0^{2/5}}$

$V^{7/5} = \frac{\nu RT_0^{7/5}}{p_0^{2/5} p} \Rightarrow V = \frac{\nu RT_0}{p_0^{2/7} p^{5/7}}$

$A = -\int_{p_0}^{1{,}07p_0} \frac{\nu RT_0}{p_0^{2/7}\gamma} p^{-5/7} dp = \left| \frac{7}{5} \frac{\nu RT_0}{p_0^{2/7}\, 7/5} p^{2/7} = \right| \nu RT_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2/7} \Big|_{p_0}^{1{,}07p_0} =$

$= \nu RT_0 ((1{,}07)^{2/7} - 1) = \nu RT_0 \left((1{,}07)^{2/7} - 1\right) = 8{,}31 \cdot 301$ Дж $\cdot \left(0{,}07 \cdot \frac{2}{7} - \frac{10}{98} \cdot (0{,}07)^2\right) =$

$= 8{,}31 \cdot 301$ Дж $\cdot 0{,}02 = 50{,}0262$ Дж ≈ 50 Дж

$$\begin{array}{r} \times\; 8{,}31 \\ 301 \\ \hline 8{,}31 \\ 2493 \\ \hline 2501{,}31 \end{array}$$

Ответ: 50 Дж.

Задача:

Заметим, что если ~~движение~~ движение поршня прекратилось, то давления по обе стороны от него равны.

Обозначим давление газа в нижней точке как p_1.

$$p_0 V_0^{7/5} = p_1 V_1^{7/5} \Rightarrow p_0 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{7/5}$$

$$p_1 = p_0 \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{7/5} = p_0 \left(\frac{30}{29}\right)^{7/5}$$

Тогда для адиабатич. сжатия

от h_0 до h_1: $A_1 = \int_{p_0}^{p_1} \nu R T_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2/7} = \nu R T_0 \left(\left(\frac{30}{29}\right)^{2/5} - 1\right)$

от h_1 до h_2 $A_2 = \int_{p_1}^{p_0} \nu R T_0 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{2/7} = \nu R T_0 \left(\left(\frac{29}{30}\right)^{2/5} - 1\right)$

$$U_0 - U_2 = \Delta U = A_1 - A_2 = \nu R T_0 \left(\left(\frac{30}{29}\right)^{2/5} - \left(\frac{29}{30}\right)^{2/5}\right)$$

$$U_0 = \frac{5}{2} \nu R T_0 = \frac{5}{2} p_0 V_0 = \frac{5}{2} p_0 h_0 S$$

$$U_2 = \frac{5}{2} \nu R T_2 = \frac{5}{2} p_0 h_2 S$$

$$\frac{5}{2} p_0 (h_2 - h_0) S = p_0 h_0 S \left(\left(\frac{30}{29}\right)^{2/5} - \left(\frac{29}{30}\right)^{2/5}\right)$$

$$\frac{5}{2}(h_2 - h_0) = h_0 \left(\left(1 + \frac{1}{29}\right)^{2/5} - \left(1 - \frac{1}{29}\right)^{2/5}\right)$$

$$\frac{5}{2}(h_2 - h_0) = h_0 \left(1 + \frac{1}{29} \cdot \frac{2}{5} - \left(1 - \frac{1}{29} \cdot \frac{2}{5}\right)\right)$$

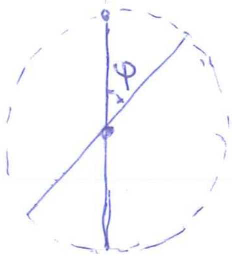
$$h_2 - h_0 = h_0 \cdot \frac{2}{5} \left(\frac{1}{29} \cdot \frac{2}{5}\right)$$

$$h_2 = 30\,\text{см} \left(1 + \frac{4}{145 \cdot 5}\right) = 30\,\text{см} + \frac{120\,\text{см}}{145\,\text{см} \cdot 5} \approx 30\frac{1}{6}\,\text{см}$$

Ответ: $30\frac{24}{145}$ см.

№3.

Вопрос:



$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \dot{B} S + \dot{S} B$

т.к. $B = const$; $\dot{B} = 0$

$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = B\dot{S}$

$dS_1 = \pi R^2 \cdot \frac{d\varphi}{2\pi} = \frac{R^2}{2} \cdot \omega dt$ ← сектор окружности с углом φ (но их таких два, тогда $\dot{S} = 2\frac{dS_1}{dt}$)

$2\frac{dS_1}{dt} = \dot{S} = 2\frac{\omega R^2}{2} = \omega R^2$

Задача:

$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \dot{B} S + B\dot{S} = B\dot{S}$ (т.к. $B = const$)

$\mathcal{E} = BvD$; $I = \frac{BvD}{R_0} = \frac{\mathcal{E}}{R}$; $F_A = IBD = \frac{v}{R_0}(BD)^2$

$\int_0^t m\ddot{x} = \int_0^t \frac{\dot{x}}{R_0}(BD)^2$

$\left[m\dot{x} = \frac{x}{R_0}(BD)^2 \right]$

для второго случая:

$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = B\dot{S} = BvD$

$I = \frac{BvD}{R_0 + 2\rho x} \Rightarrow F_A = IBD = \frac{v}{R_0 + 2\rho x}(BD)^2$

$m\ddot{x} = \frac{\dot{x}}{R_0 + 2\rho x}(BD)^2$

$m\frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{dx/dt}{R_0 + 2\rho x}(BD)^2$

$\int_0^{\dot{x}} m\,d\dot{x} = \int_0^{x} \frac{dx}{R_0 + 2\rho x}(BD)^2$

$m\dot{x} = \frac{1}{2\rho}\ln\left|\frac{R_0 + 2\rho x}{R_0}\right|(BD)^2$

$\frac{s_0}{R_0}(BD)^2 = \frac{1}{2\rho}\ln\left(\frac{R_0 + 2\rho x}{R_0}\right)(BD)^2$

$e^{2\rho s_0/R_0} = \frac{R_0 + 2\rho x_1}{R_0}$

$x_1 = \frac{R_0}{2\rho}\left(e^{\frac{2\rho s_0}{R_0}} - 1\right)$

$x_1 = \frac{0{,}8\,Ом}{0{,}01\,Ом/м}\left(e^{\frac{2 \cdot 0{,}01\,Ом/м \cdot 80\,м}{0{,}8\,Ом}} - 1\right)$

$x_1 = 80\,м\,(e-1)$

Ответ: $80\,м\,(e-1)$.

№1.

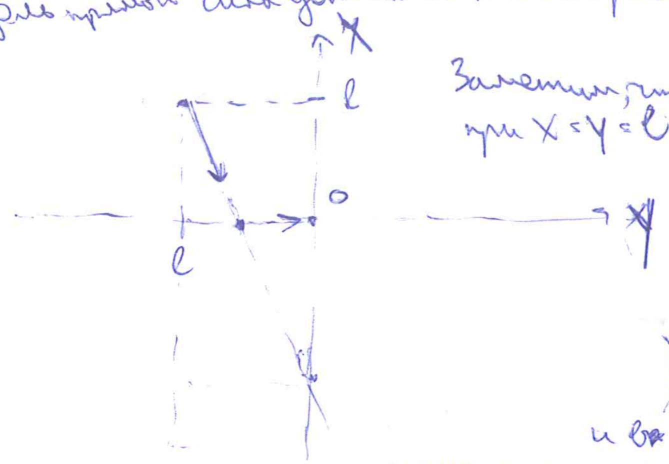
$$U = 2kx^2 + \frac{ky^2}{2}$$

тогда если координата тела x_1, то вдоль оси x:

$$\left[F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -4kx\right]$$

а вдоль y: $\left[F_y = -ky = -\frac{\partial U}{\partial y}\right]$

* Заметим, что чтобы тело двигалось вдоль прямой сила должна быть направлена всегда вдоль нее же.



Заметим, что при $x = y = l$ линия действ. силы проходит через точку $y = \frac{3}{4}l$; $x = 0$ и в ней сила изменит своё направление

есть две стабильные прямые: 1. $x = 0$ y - любой

2. $y = 0$ x - любой

(при точке $x, y \neq$ линия действ. силы будет пересекать одну из осей (x, y) а там сила будет изм. направление)

ν_x: $m\ddot{x} = -4kx$

$\ddot{x} + \frac{4k}{m}x = 0$

$\omega = \sqrt{\frac{4k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}$ $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\sqrt{\frac{4k}{m}}}{2\pi} = \sqrt{\frac{k}{m\pi^2}}$

ν_y: $m\ddot{y} = -ky$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$m\ddot{y} + ky = 0$ $\nu_y = \omega/2\pi = \frac{\sqrt{k/m}}{2\pi}$

Ответ: $\nu_1 = \sqrt{\frac{k}{m\pi^2}}$ ← вдоль x

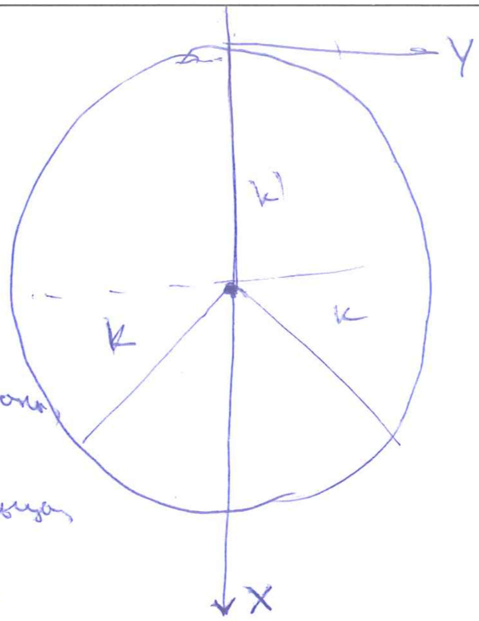
$\nu_2 = \sqrt{\frac{k}{4m\pi^2}}$ ← вдоль y.

Задача:

Заметим, что

если тело движется вдоль прямой, то все силы, действ. нормально ей должны быть скомпенсированы, а сила всегда должна ~~...~~ быть направлена в центр кольца

при $dy \neq 0$ — эти условия не выполняются ⇒ смещение вдоль X



при смещении вдоль x:

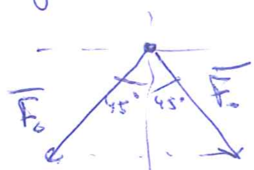
$$-k'x = m\ddot{x} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k'}{m}}$$

$$m\ddot{x} + k'x = 0 \qquad \left[\begin{array}{l} v = -S\omega\sin(\omega t) = \dot{x} \\ x = S\cos(\omega t) \end{array}\right]$$

(резинки k ненатянуты)

против x: $dl \cdot \cos 45 = \cancel{x}$ — для малого смещения

$$F_0 = k\,dl$$



$\cancel{F_0 = k\frac{S}{\cos}}$

$$F_x = -2F_0\cos 45$$

$$F_x = 2k\frac{x}{\cos 45}\cdot\cos 45 = -2kx$$

$$m\ddot{x} + 2kx = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

проходит ~~период~~ колебаний: $T = \pi/\omega$

$v = S\omega$

$T_1 = \pi/\sqrt{\frac{8\,Н/м}{0{,}25\,кг}} = \pi/\sqrt{32} = \pi/4\sqrt{2}$ | $T_2 = \pi/\sqrt{\frac{2\,Н/м}{0{,}25\,кг}} = \pi/2\sqrt{2}$

$v_1 = 1{,}2\sqrt{32}$ см/с $= 4{,}8\sqrt{2}$ см/с | $v_2 = 1{,}2\cdot 2\sqrt{2}$ см/с $= 2{,}4\sqrt{2}$ см/с

Ответ: $T_1 = \pi/4\sqrt{2}$, $v_1 = 4{,}8\sqrt{2}$ см/с | $T_2 = \pi/2\sqrt{2}$, $v_2 = 2{,}4\sqrt{2}$ см/с.

~~№2~~

~~Вопрос:~~

Задача:

Заметим, что поскольку газ теплоизолирован от окружающей среды: $pV^{7/5} = const$.

Из положения равновесия для газа: $p_1 = p_2$ давление с разных сторон поршня.

$$p_0(h_0 S)^{7/5} = p_1 (h_1 S)^{7/5}$$

$$\left(\frac{30\,см}{29\,см}\right)^{7/5} p_0 = p_1 \Rightarrow p_1 = \left(\frac{30}{29}\right)^{7/5} p_0 =$$

$$= \left(1+\frac{1}{29}\right)^{7/5} p_0 = \left(1+\frac{7}{145}+\frac{\frac{7}{5}\cdot\frac{2}{5}}{2}\cdot\frac{1}{(29)^2}\right) p_0 = \frac{152}{145} p_0$$

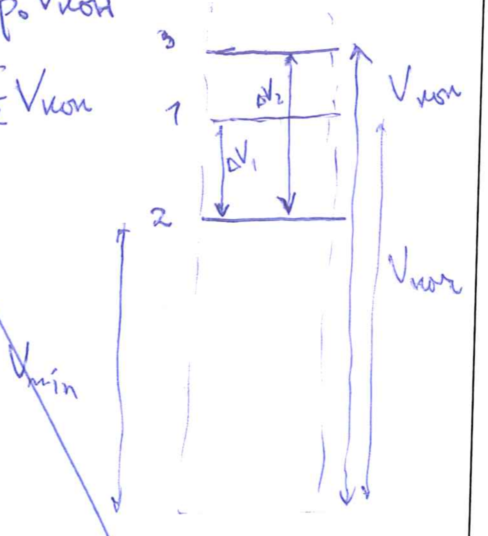
Тогда изм. энергии: $\frac{5}{2} p_0 V_{кон} = -p_0 \Delta V_2 + \frac{5}{2} p_1 V_{min}$

вверх.

вниз $\rightarrow \frac{5}{2} p_0 V_{нач} + p_1 \Delta V_1 = \frac{5}{2} p_1 V_{min}$

$$\frac{5}{2} p_0 V_{нач} + p_1 \Delta V_1 - p_0 \Delta V_2 = \frac{5}{2} p_0 V_{кон}$$

$$\frac{5}{2} V_{нач} + \left(\frac{152}{145}\right) \Delta V_1 - \Delta V_2 = \frac{5}{2} V_{кон}$$



$$V_{кон} = V_{нач} - \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\frac{152}{145} \Delta V_1 - \Delta V_2 = \frac{5}{2}(\Delta V_2 - \Delta V_1)$$

$V_{нач} = h_0 S$ $\quad V_{min} = h_1 S$

$V_{кон} = h_2 S$

$$\frac{152}{145} \Delta V_1 + \frac{5}{2} \Delta V_1 = \frac{7}{2} \Delta V_2$$

$$= \Delta h_2 \cdot \frac{7}{2}$$

$$\left(\frac{304}{290} + \frac{5 \cdot 145}{290}\right) \Delta h_1 = \frac{7}{2} \Delta h_2$$

$$\left(\frac{1029}{290}\right) \cdot 1\,см = \frac{7}{2} \Delta h_2$$

$1029 \mid 7$, 147

$$\left(\frac{147}{145}\right) см = \Delta h_2 \Rightarrow h_{кон} = 29\,см + 1\,см + \frac{2}{145}\,см$$

Ответ: $30\frac{2}{145}$ см.

$$A_1 = \nu R T_0 \left(\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{2/7} - \left(\frac{p_0}{p_0} \right)^{2/7} \right) = \nu R T_0 \left(\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{2/7} - 1 \right)$$

$$A_2 = \nu R T_0 \left(\left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{2/7} - 1 \right)$$