0 304851 740000

30-48-51-74
(115.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробёвы Горы"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Толока Виталия Алексеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

сдал в 16.11

Дата
«5» апреля 2024 года

Подпись участника

30-48-51-74
(115.1)

Задание 1:

Вопрос. U(x; y) всегда возрастает при отдалении от точки (0; 0), являющейся положением равновесия. При отклонении на l от (0; 0) минимальная возвращающая сила будет при движении вдоль y и будет равна kl, максимальная — вдоль x и равна $4kl$ $(F(l) = U'(l))$

Итого: $\omega_{max}: ma + 4kl = 0$ $\quad a \Leftrightarrow \ddot{l}$

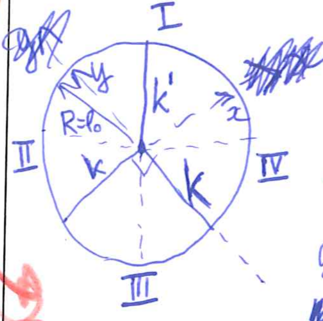
$\omega_{min}: ma + kl = 0$

$\Rightarrow \omega_{max} = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$ +

$\omega_{min} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ + ; Возвращающая сила может принимать любые значения между kl и $4kl$ в зависимости от угла к оси x

$\Rightarrow$ Возможна любая частота $\boxed{\text{от } \nu_{min} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \text{ до } \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$

Задача.



Найдём все направления, в которых возвр. сила действует в центр.

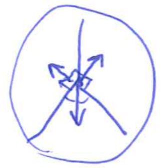
1) Вдоль любой резинки с её растяжением, она действует назад, остальные не действуют, потому что не растягиваются ✓

Этот случай даёт $m\ddot{l} + kl = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} \leftarrow \frac{1}{\omega_0}$

или $m\ddot{l} + k'l = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k'}}$ четверть периода ✓

$l = s\cdot\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)$

$\Rightarrow \vartheta = s\sqrt{\frac{k}{m}}$ или $\vartheta = s\sqrt{\frac{k'}{m}}$



Отсюда варианты: $\boxed{t = \frac{\pi}{4}\,c;\ t = \frac{\pi}{8\sqrt{2}}\,c}$; $\boxed{\vartheta = 1{,}2\cdot\sqrt{4}\,\frac{см}{с} = 2{,}4\,\frac{см}{с};\ \vartheta = 1{,}2\cdot\sqrt{32} = 4{,}8\cdot\sqrt{2}\,\frac{см}{с}}$ +

"0,277 "6,79

~~2) Когда растягиваются две резинки.~~

~~k и k: $U(x, y) = \frac{k}{2}(x^2 + y^2) \Rightarrow$ возвр. сила всегда $kl \Rightarrow$~~

~~k и k': $U(x; y) = \frac{k}{2}x^2 + \frac{k'}{2}(x^2 + y^2) \Leftrightarrow \frac{k}{2}(9x^2 + 8y^2)$~~

1	2	3	4	Σ
3	3	5	5	16
20	20	16	10	75

91

2) Когда растягиваются две резинки:

k и k — прямо вдоль k', возвр. сила $F_x = kx$ $F_y = ky$ =>

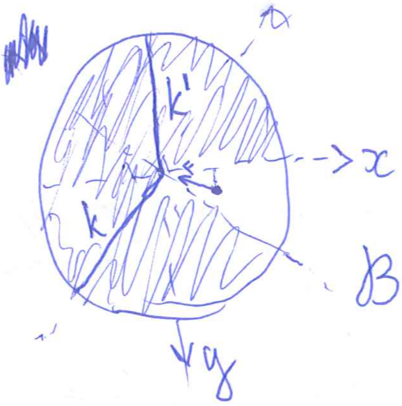
$F_y = kl$ => $\boxed{t = \frac{\pi}{4}\,с;\ \vartheta = 2{,}4\,\frac{см}{с}}$ +

k и k'

$$F_y = -k'y + \frac{\sqrt{2}}{2}k\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y\right) =$$

не линейна...

$$= -k'y - \frac{k}{2}(x-y) \Leftrightarrow k\left(-8y + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y\right)$$



$$F_x = -\frac{\sqrt{2}}{2}k\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y\right) = -\frac{k}{2}(x-y)$$

В центр: $\frac{F_y}{F_x} = \frac{y}{x}$; $\frac{-8y + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y}{-\frac{x}{2} + \frac{y}{2}} = \frac{y}{x}$

$$\frac{x - 17y}{y - x} = \frac{y}{x}$$

$$x^2 - 17xy = y^2 - xy$$

$$x^2 - y^2 - 16xy = 0 \quad \Big| : x^2$$

$$1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2 - 16\left(\frac{y}{x}\right) = 0$$

$$\Delta = 16^2 + 4 = 260$$

$$\frac{y}{x} = \frac{16 \pm 2\sqrt{65}}{-2} = \pm\sqrt{65} - 8 \to \sqrt{65} - 8 \quad \left(\frac{y}{x} > 0\right)$$

$$F_x = -\frac{k}{2}\left(x - (\sqrt{65} - 8)x\right) = kx\left(-\frac{1}{2}(9 - \sqrt{65})\right)$$

$$\Rightarrow F = kl \cdot -\frac{9 - \sqrt{65}}{2}$$

$$m\ddot{l} + \frac{9 - \sqrt{65}}{2}kl = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{9 - \sqrt{65}}{2}\frac{k}{m}}$$

$$\boxed{t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2m}{(9 - \sqrt{65})k}} \qquad \vartheta = \omega_0 S = S\sqrt{\frac{(9 - \sqrt{65})k}{2m}}}$$

Итого:

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{\pi}{4}\,с;\ \vartheta = 2{,}4\,\frac{см}{с} \\ t = \frac{\pi}{8\sqrt{2}}\,с;\ \vartheta = 4{,}8 \cdot \sqrt{2}\,\frac{см}{с} \\ t = \frac{\pi}{2\sqrt{2}\sqrt{9 - \sqrt{65}}}\,с;\ \vartheta = 2{,}4 \cdot \sqrt{\frac{9 - \sqrt{65}}{2}}\,\frac{см}{с} \end{array}\right.$$

Задание 2.

Вопрос. $P_0V_0 = \nu RT_0$ $\qquad i=5 \Rightarrow \cancel{P_0}V_0^{\frac{7}{5}} = 1{,}007\cancel{P_0}V_1^{\frac{7}{5}}$

$\underset{1{,}007P_0}{\overset{\shortparallel}{P_1}}V_1 = \nu RT_1$ $\qquad \frac{V_1}{V_0} = \sqrt[\frac{7}{5}]{1{,}007} = 1{,}007^{\frac{5}{7}}$.

$P_0V_0 = \nu RT_0$

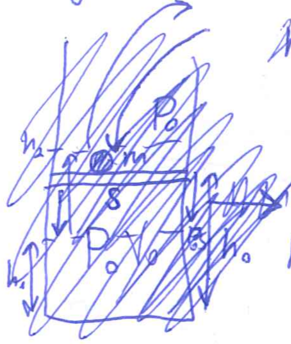
$1{,}007P_0 \cdot 1{,}007^{\frac{5}{7}}V_0 = \nu RT_1$

$\underset{0}{\overset{}{Q}} = \Delta U - A \Rightarrow A = \Delta U = \frac{5}{2}\nu R\Delta T = \frac{5}{2}\nu RT_0\left(1{,}007^{\frac{12}{7}} - 1\right) =$

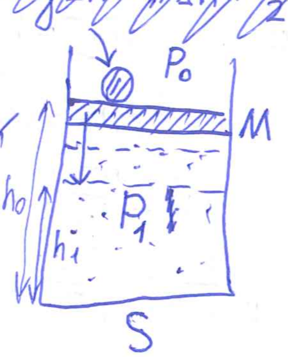
$= \boxed{\frac{5}{2}\cdot 1\cdot 8{,}314\cdot 301\cdot\left(1{,}007^{\frac{12}{7}}-1\right) Дж} \approx$

$\approx \boxed{5\cdot 4{,}157\cdot 301\cdot 0{,}012 \text{ Дж}}$

Задача:



$\cancel{mg\Delta h + P_0S\Delta h + \frac{5}{2}P_0V_0 = \frac{5}{2}PV = \frac{5}{2}P}$



II ЗН: $P_0S + Mg + mg - PS = Ma$

$P(Sh)^{\frac{7}{5}} = \left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)\cdot(Sh_0)^{\frac{7}{5}}$ ×

$P = \left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)\cdot\left(\frac{h_0}{h}\right)^{\frac{7}{5}} = \left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)\frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta h}{h_0}\right)^{\frac{7}{5}}} \approx$

$\approx \left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)\left(1 + \frac{7}{5}\frac{\Delta h}{h_0}\right)$

$\Rightarrow Ma \approx mg - \left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)\cdot\frac{7}{5}\frac{\Delta h}{h_0}$

~~Равновесие~~: $\cancel{mg = \left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)\frac{7}{5}\frac{\Delta h}{h_0}}$

Гарм. колебания

После снятия груза положение равн. вернулось в $h_0 \Rightarrow$ колебание откинет поршень вверх на то же расстояние $\Rightarrow h_2 \approx h_0 + (h_0 - h_1) = \boxed{31 см}$ ×

Задание 3.

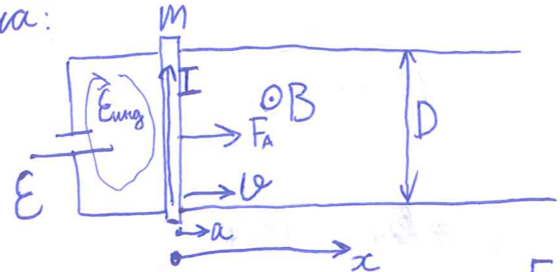
Вопрос: (свободный)

На рассm. r от центра на электрон действует сила Лоренца: $F = Be\omega r$

Эта сила всегда направлена наружу и компенсируется: $E(r) = -B\omega r$

Картина полностью симметрична, $\Delta\varphi$ между центром и любым из концов одинаковая $\Rightarrow$ $\boxed{\Delta\varphi = 0}$

Задача:



$$I = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{инд}}{R_0} \quad (\Phi_{возраст} \Rightarrow \mathcal{E}_{инд})$$

$$\mathcal{E}_{инд} = BD\upsilon$$

$$I = \frac{\mathcal{E} - BD\upsilon}{R_0}$$

$$F_A = ma: \; BDI = ma$$

$$\cancel{\frac{BD\mathcal{E}}{R_0} = ma + \frac{B^2D^2}{R_0}\upsilon}$$

$$m\dot{\upsilon} = \frac{BD}{R_0}(\mathcal{E} - BD\upsilon)$$

$$\frac{d\upsilon}{\mathcal{E} - BD\upsilon} = \frac{BD}{mR_0}dt \;\Big|\; \alpha = \mathcal{E} - BD\upsilon, \; d\alpha = -BD\,d\upsilon$$

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{-B^2D^2}{mR_0}dt$$

$$\ln\left(\frac{\mathcal{E} - BD\upsilon}{\mathcal{E}}\right) = -\frac{B^2D^2}{mR_0}t$$

$$\upsilon = \frac{\mathcal{E}}{BD}\left(1 - e^{-\frac{B^2D^2}{mR_0}t}\right)$$

$$x = x_0 + \frac{\mathcal{E}}{BD}\left(t + \frac{mR_0}{B^2D^2}e^{-\frac{B^2D^2}{mR_0}t}\right)$$

$$\upsilon = 0{,}95\frac{\mathcal{E}}{BD} \Rightarrow e^{-\frac{B^2D^2}{mR_0}t} = 0{,}05$$

$$t = -\frac{mR_0}{B^2D^2}\ln\left(\frac{1}{20}\right) = \frac{mR_0}{B^2D^2}\ln(20)$$

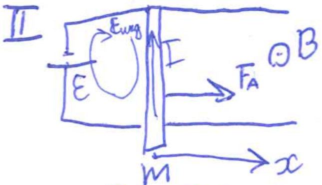
$$t = 0: \; x = 0 = x_0 + \frac{\mathcal{E}}{BD}\left(0 + \frac{mR_0}{B^2D^2}\right)$$

$$x_0 = -\frac{\mathcal{E}mR_0}{B^3D^3}$$

$$S_0 = \frac{\mathcal{E}}{BD}\left(\frac{mR_0}{B^2D^2}\ln(20) + \frac{mR_0}{B^2D^2}\cdot 0{,}05\right) - \frac{\mathcal{E}mR_0}{B^3D^3} = \frac{\mathcal{E}mR_0}{B^3D^3}\left(\ln(20) + \frac{1}{20} - 1\right)$$

$$\mathcal{E} = \frac{S_0B^3D^3}{mR_0\left(\ln(20) + \frac{1}{20} - 1\right)}$$

II



$$I = \frac{\mathcal{E} - BD\upsilon}{R_0 + 2\rho x}$$

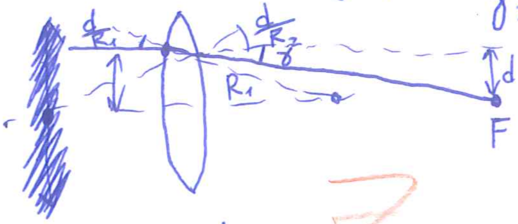
$$BID = ma$$

$$BD\frac{\mathcal{E} - BD\upsilon}{R_0 + 2\rho x} = ma$$

$$\frac{\mathcal{E} - BD\upsilon}{R_0 + 2\rho x} = \frac{m}{BD}a$$

Задание 4

Вопрос: Приближение тонкой линзы состоит в том, что мы пренебрегаем размерами линзы (все углы малые, свет внутри линзы проходит пренебрежимо малое расстояние и т.д.), чтобы максимально упростить соотношение положений источника и его изображения.

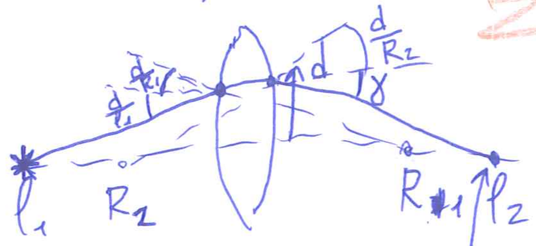


$$\gamma = n\left(\frac{d}{R_2} + \left(\frac{d}{R_1} - \frac{d}{nR_1}\right)\right) - \frac{d}{R_2} =$$

$$= nd\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) - d\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) =$$

$$= d(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = \frac{d}{F}$$

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

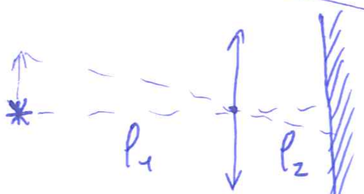


$$\frac{d}{l_2} = \gamma = n\left(\frac{d}{R_2} + \left(\frac{d}{R_1} - \frac{d}{n}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{l_1}\right)\right)\right) - \frac{d}{R_2} =$$

Изобр.

$$= d(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) - \frac{d}{l_1}$$

$$\frac{\cancel{d}}{l_1} + \frac{\cancel{d}}{l_2} = \frac{\cancel{d}}{F} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}=\frac{1}{F}}$$



$$\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}=\frac{1}{F}$$

$$l_2 = \frac{F l_1}{l_1 - F}$$

$$|\Gamma| = \left|\frac{l_2}{l_1}\right| = \left|\frac{F}{l_1 - F}\right| = 0{,}4 \Rightarrow$$ (F>0, т.к. есть действ. изобр.)

$$|l_1 - F| = \frac{5}{2}F$$ → $l_1 = \frac{7}{2}F$ ✓; → $l_1 = -\frac{3}{2}F$ ✗ мнимый источник

$$|\Gamma'| = \left|\frac{F}{l_1' - F}\right| = 2{,}5$$

$$|l_1' - F| = \frac{2}{5}F$$ → $l_1' = \frac{7}{5}F$ ✓; → $l_1' = \frac{3}{5}F$ ✗ мнимое изобр.

Итого: $\frac{7}{2}F - \frac{7}{5}F = S$

$7F(0{,}5 - 0{,}2) = S$

$7F \cdot 0{,}3 = S$ → $2{,}1F = S$

$$F = \boxed{\frac{S}{2{,}1}} = \frac{70\text{см}}{2{,}1} = \frac{10\text{см}}{0{,}3} =$$

$$= \boxed{33{,}33\text{ см}}$$

D=? -1