0 884258 480001

88-42-58-48
(117.2)

Вышел 15:26 [подпись]
Вернулся 15:29 [подпись]

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

+1 лист [подпись]

Вариант № 06

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Коршунова Егора Владимировича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«05» 04 2024 года

Подпись участника
Коршунов

88-42-58-48 (117.2)

Черновик

Задача 1

Вопрос: ~~запишем зак~~ выразим удлинение лески через её длину, площадь поперечного сечения, и модуль юнга: $\Delta l = \frac{ES}{l}$. Т.к. массы 2-х участков лески =, но $l_1 = 3 l_2$, то $S_1 = \frac{1}{3} S_2$ (т.к. $\rho_1 = \rho_2$)

$E_1 = E_2 \Rightarrow$ ~~$\Delta l_1 = \frac{E_1 S_1}{l_1} =$~~

64 шестьдесят четыре

N	1	2	3	4
T	5	5	3	3
3	9	5	14	20

Чистовик

Задание 1

Вопрос: $\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{F}{\frac{ES}{l}} = \frac{Fl}{ES}$

пусть величины с индексом 1 характеризуют длинный участок, а 2 - короткий

$\rho_1 = \rho_2 = \rho_0$

$E_1 = E_2 = E_0$

$m_1 = m_2 = m_0$

$l_1 = 3l_2$

$S_2 = \frac{V_2}{l_2} = \frac{\frac{m_2}{\rho_2}}{l_2} = \frac{\frac{m_1}{\rho_1}}{l_2} = \frac{V_1}{l_2} = \frac{V_1}{\frac{1}{3}l_1} = 3S_1$

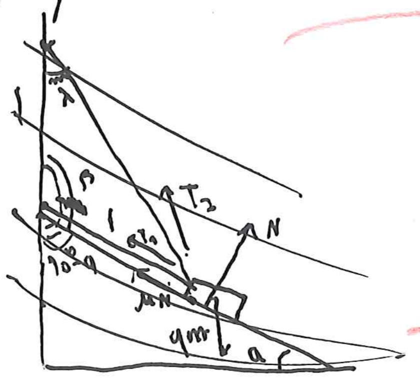
$\Delta l_1 = \frac{Fl_1}{E_1S_1} = \frac{mg\,3l_2}{E_0\,3\cdot\frac{1}{3}\cdot S_2} = 9\frac{Fl_2}{E_0S_2} = 9\Delta l_2$

$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 1$ мм

$(1+9)\Delta l_2 = 1$ мм $\Rightarrow$ $\Delta l_2 = 0{,}1$ мм $\Rightarrow$ $\Delta l_1 = 0{,}9$ мм

Отв.: $\Delta l_2 = 0{,}1$ мм; $\Delta l_1 = 0{,}9$ мм +.

Задача:



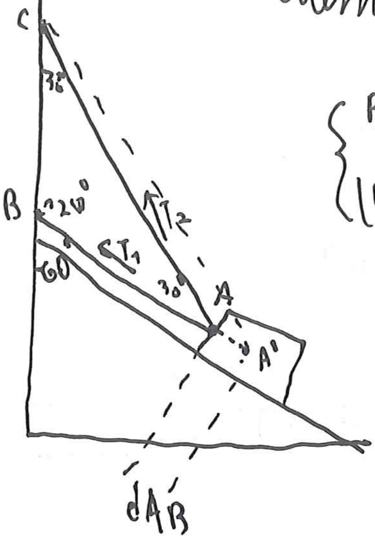
88-42-58-48 (117.2)

Чистовик

$\beta = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) = 120^\circ$

$\gamma = \dfrac{180^\circ - \beta}{2} = 30^\circ$

Выразим удлинение более длинной нити через удлинение более короткой: воспользуемся методом малых перемещений:



$$\begin{cases} BC^2 + AB^2 - 2\cos 120^\circ \, AB\,BC = AC^2 \\ (CA + dCA)^2 = BC^2 + (AB + dAB)^2 - 2\cos 120^\circ \, BC(AB + dAB) \end{cases}$$

$$\begin{cases} BC^2 + AB^2 + AB\cdot BC = AC^2 \\ AB^2 + BC^2 + AB\cdot BC + 2AB\,dAB + dAB^2 + BC\,dAB = AC^2 + 2AC\,dAC + dAC^2 \end{cases}$$

$2AB\,dAB + BC\,dAB = 2AC\,dAC$

$3l\,dAB = 2\sqrt{l^2 + l^2 + l\cdot l}\,dAC = 2\sqrt{3}\,l\,dAC$

$dAC = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\,dAB \Rightarrow T_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}T_1$ (−)

Запишем уравнения равновесия груза вдоль вертикальной и горизонтальной осей:

I $$\begin{cases} T_1 \cdot \sin 60^\circ + T_2 \cdot \sin 30^\circ = N \cdot \cos 60^\circ - \mu N \cdot \cos 30^\circ \\ T_1 \cdot \cos 60^\circ + T_2 \cdot \cos 30^\circ + N \cdot \cos 30^\circ + \mu N \cdot \cos 60^\circ = mg \end{cases}$$

для случая, когда $|F_{тр}|$ max и $F_{тр}$ направлена к стене (+)

$$\begin{cases} T_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + T_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = N \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ T_1 \cdot \frac{1}{2} + T_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + N \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} \right) = mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 \frac{3\sqrt{3}}{4} = N \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{5} \right) \\ T_1 \cdot \frac{5}{4} + N \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{5} \right) = mg \end{cases}$$

$$\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{5} \right) N \cdot \frac{4}{3\sqrt{3}} + N \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{5} \right) = mg$$

$$N \cdot \left(\frac{5\sqrt{3}}{18} - \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{5} \right) = mg$$

$$N = \cancel{mg =} \; mg \cdot \frac{90}{25\sqrt{3} - 30 + 45\sqrt{3} + 18} = mg \cdot \frac{90}{70\sqrt{3} - 12}$$

$$T_1 = N \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{5} \right) \cdot \frac{4}{3\sqrt{3}} = N \cdot \frac{5 - 2\sqrt{3}}{10} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{9} =$$

$$= N \cdot \frac{20\sqrt{3} - 24}{\cancel{45}\, 90} = \frac{\cancel{40}^{20}\sqrt{3} - \cancel{48}^{24}}{70\sqrt{3} - 12} mg$$

$\underline{\text{II}}$ в случае, если $F_{тр}$ макс. и направлена от стены, анл. I имеем:

$$\begin{cases} T_1 \frac{3\sqrt{3}}{4} = N \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{5} \right) \\ T_1 \cdot \frac{5}{4} + N \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{5} \right) = mg \end{cases}$$

(просто меняем знаку всех составляющих $F_{тр}$.

Чистовик

Черновик

$$\begin{cases} T_1 = N\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{5}\right) \cdot \frac{4}{3\sqrt{3}} N \end{cases}$$

$$N\frac{5}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{3\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{5}\right) + N\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{5}\right) =$$

$$= N\left(\frac{5\sqrt{3}}{18} + \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{5}\right) = mg = N\left(\frac{25\sqrt{3} + 30 + 45\sqrt{3} \cancel{+18} - 18}{90}\right)$$

$$N = mg \frac{90}{70\sqrt{3} + 12}$$

$$T_1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{5}\right) \cdot \frac{4}{3\sqrt{3}} N = \frac{20\sqrt{3} + 24}{90} N = \frac{20\sqrt{3} + 24}{70\sqrt{3} + 12} mg$$

нетрудно понять, что в I T_1 минимальна, а в ~~А~~ II — максимальна. Однако строго доказать я это не могу =>

$$T_1 \in [T_{min}; T_{max}] \Rightarrow T_1 \in \left[\frac{20\sqrt{3} - 24}{70\sqrt{3} - 12} mg; \frac{20\sqrt{3} + 24}{70\sqrt{3} + 12} mg\right]$$

$$\frac{T_{min}}{T_{max}} = \frac{20\sqrt{3} - 24}{20\sqrt{3} + 24} \cdot \frac{70\sqrt{3} + 12}{70\sqrt{3} - 12} = \cancel{4200 - 288}$$

~~чтобы добиться~~

$$= \frac{4200 - 288 + (20 \cdot \cancel{\sqrt{2}}\,12 - 24 \cdot 70)\sqrt{3}}{4200 - 288 + (-20 \cdot 12 + 24 \cdot 70)\sqrt{3}} = \frac{3912 - 1440\sqrt{3}}{3912 + 1440\sqrt{3}}$$

чтобы добиться T_{min}, ~~натянем~~ оттянем груз от стены, а затем медленно будем его подводить к стене, пока не достигнем равновесия именно это положение рассматривается в 2 II

Отв.: $T \in \left[\frac{20\sqrt{3}-24}{70\sqrt{3}-12} mg ; \frac{20\sqrt{3}+24}{70\sqrt{3}+12} mg\right]$; $\frac{T_{min}}{T_{max}} =$

$$= \frac{3912 - 1440\sqrt{3}}{3912 + 1440\sqrt{3}}$$

Задание 2

$dQ = dA + dU$

$dQ = PdV + \frac{i}{2}(d(PV)) = PdV + \frac{i}{2}(PdV + VdP)$

если $dQ = 0$, то $\frac{i+2}{2} PdV = -iVdp$

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{i+2}{i}\frac{P}{V}$$

$$\int \frac{dp}{p} = \int -\frac{i+2}{i}\frac{dV}{V}$$

$$\ln P = -\left(\frac{i+2}{i}\right)\ln V + C$$

$$P = e^{\ln V^{\frac{-i-2}{i}} + C} = V^{\frac{-i-2}{i}} \cdot const \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PV^{\frac{i+2}{i}} = const$$

$$\frac{i+2}{i} \in \left\{\frac{5}{3}; \frac{7}{5}; \frac{4}{3}\right\}$$

Чистовик

88-42-58-48 (117.2)

по условию пункта 1) $F_{max} \le mg \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q \le \frac{mg \cdot 4\pi\varepsilon_0 \cdot a^2\, 3^{3/2}}{2q}$$

Найдём потенциал кольца на оси на расстоянии h от его центра:

$$\varphi = \sum dq \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{h^2+a^2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{\sqrt{h^2+a^2}}$$

потенциальная энергия взаимодействия $E =$

$$= \varphi \cdot Q = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{\sqrt{h^2+a^2}}$$

в случае пункта 2) если $h = a = 0,24$ м, то:

$$mg = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\cancel{0,24^2}}{\sqrt{0,24^2 \cdot 2} \cdot \underset{0,24\cdot 2}{\cancel{0,24^2 \cdot 2}}} \Rightarrow E = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{\sqrt{0,24^2 \cdot 2}} =$$

$$= mg \cdot \frac{1}{0,48} = \frac{25}{12}\, mg$$

найдём h_{max} (за 0 примем 24 см от поверхности)

т.к. $E_к$ в начале и в конце $= 0$, то:

$$E_{п0} + E_0 = E_{п1} + E_1$$

чистовик

$$-\frac{25}{12}\cancel{mg} = +mg\cdot(0{,}24 + h_{max}) + \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{h_{max}^2 + 0{,}24^2}} =$$

$$= \cancel{mg}\cdot 0{,}24 + \cancel{mg}\cdot h_{max} = \frac{25}{12}\cancel{mg}\cdot\frac{\sqrt{2\cdot 0{,}24^2}}{\sqrt{h_{max}^2 + 0{,}24^2}}$$

$$\left(0{,}24 + \frac{25}{12} + h_{max}\right)\sqrt{h_{max}^2 + 0{,}24^2} = \frac{25}{12}\sqrt{0{,}24^2 + 0{,}24^2}$$

$$\frac{625}{144}\cdot 2\cdot 0{,}24^2 = h_{max}^4 + h_{max}^2\cdot 0{,}24^2 +$$

черновик

Задача! процесс адиабатический (и 1-й и 2-й) ⇒

⇒ в процессе теплота выделяться не будет, то есть выполняется такая формула:

$U + E_{кин} + E_{потенц} = const$ (в отдельности для 2-х процессов). Пусть масса пробки $= m_1$, а поршня: m_0. Тогда: ~~для первого:~~

$$\begin{cases} \Delta U_1 = (m_1 + m_0) g (h_0 - h_1) \\ \Delta U_2 = (m_0) g (h_2 - h_1) \end{cases}$$

~~ΔU_1 энергия~~ зап.

ЗСЭ нет.

$\{ \Delta U_1 = U_0 - U_1$; $\Delta U_2 = U$.

$U = \frac{i}{2} pV = p_0 V_0 \frac{i}{2} \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{i+2}{i}} = \frac{i}{2} p_0 V_0 \cancel{\frac{i+2}{i}} \cdot V^{-\frac{i+2}{i}}$

$p = \frac{p_0 V_0^{\frac{i+2}{i}}}{V^{\frac{i+2}{i}}}$

$= \frac{i}{2} p_0 V_0^{\frac{i+2}{i}} \cdot V^{\frac{-i-2}{i}} \cdot V =$

$= \frac{i}{2} p_0 V_0^{\frac{i+2}{i}} V^{\frac{-2}{i}}$

черновик

Задача: процессы можно считать адиабатическими. ~~По~~ Рассмотрим процесс 1: пусть начальное давление – p_0, а объём – V_0.

$pV^{\frac{7}{5}} = p_0 V_0^{\frac{7}{5}}$

$Vp^{\frac{5}{7}} = V_0 p_0^{\frac{5}{7}}$

Пусть давление изменилось на Δp, а объём на ΔV.

Тогда:

$\frac{5}{7}\frac{\Delta p}{p}$

$(V_0 - \Delta V)(p_0 + \Delta p)^{\frac{5}{7}} = \frac{29}{30} V_0 \cdot p_0 \cdot \left(1 + \frac{5}{7}\frac{\Delta p}{p_0} + \frac{\frac{5}{7}\cdot\frac{2}{7}}{-2}\left(\frac{\Delta p}{p_0}\right)^2\right) =$

$= \frac{29}{30} V_0 \cdot p\left(1 + \frac{5}{7}\frac{\Delta p}{p_0}\right) = \frac{29}{30} V_0 \frac{p_0 + \frac{5}{7}\Delta p}{1\,p_0} = p_0 V_0$

$29 + \frac{29 \cdot 5}{7}\Delta p$

Черновик

чистовик

найдём $U(V)$ для адиабаты:

$$U = \frac{i}{2} PV = \frac{i}{2} V \cdot P_0 V_0^{\frac{i+2}{2}} / V^{\frac{i+2}{2}} = \frac{i}{2} P_0 V_0^{\frac{i+2}{2}} V^{-\frac{2}{i}}$$

+

пусть m_0 - масса поршня, а m_1 - масса груза.
тогда $m_1 = \frac{P_0 V_0}{h_0 g}$. В первом процессе в начале и в конце $E_k = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta E_n$

(ЗСЭ нет) вычисл. далее неверно.

$$\frac{i}{2} P_0 V_0^{\frac{i+2}{2}} \cdot \left| V_0^{-\frac{2}{i}} - V_0^{-\frac{2}{i}} \cdot \left(\frac{29}{30}\right)^{-\frac{2}{i}} \right| = -\frac{1}{30} h_0 (m_0 + m_1) g$$

$$\left(\frac{29}{30}\right)^{-\frac{2}{i}} = \left(1 - \frac{1}{30}\right)^{-\frac{2}{5}} = 1 + \frac{2}{150} + \frac{\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{7}{5}\right)}{2} \cdot \left(\frac{1}{30}\right)^2 \simeq$$

$$\simeq 1 + \frac{1}{75} + \frac{7}{30 \cdot 750} \Rightarrow \frac{5}{2} P_0 V_0^{\frac{7}{5}} \cdot V_0^{-\frac{2}{5}} \cdot \left[-\frac{1}{75} - \frac{7}{30 \cdot 750}\right] = -\frac{1}{30} h_0 (m_0 + m_1) g$$

$$\cancel{\frac{1}{30} P_0 V_0} + \frac{7}{\cancel{300 \cdot 30}\ 300} P_0 V_0 = \cancel{\frac{1}{30} m_0 h_0 g} + \frac{1}{\cancel{30}\ 1} m_1 h_0 g$$

$$m_1 h_0 g = \frac{7}{300} P_0 V_0 \Rightarrow m_1 = \frac{7}{300} m_0$$

Теперь заметим что в начальном и самом конечном положении $E_k = 0$, а разница энергий $= m_1 g (h_0 - h_1)$

+

чистовик

$$m_0 g(h_2-h_0) + \frac{5}{2} p_0 V_0 \left(1 - \left(\frac{h_2}{h_0}\right)^{-\frac{2}{5}}\right) = m_1 g(h_0-h_1)$$

$$\left(\frac{h_2}{h_0}\right)^{-\frac{2}{5}} = 1 + -\frac{2}{5}\left(\frac{h_2-h_0}{h_0}\right) + \frac{2\cdot 7}{50}\cdot\left(\frac{h_2-h_0}{h_0}\right)^2$$

$h_2-h_0=x$

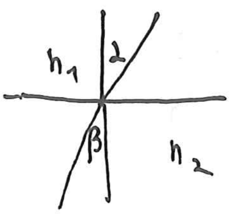
$$m_0 g x + \frac{5}{2} p_0 V_0 \cdot \frac{2}{5}\frac{x}{h_0} + \frac{5}{2}\cdot\frac{14}{50}\cdot\frac{x^2}{h_0^2} = m_1 g(h_0-h_1)$$

$$\frac{\cancel{p_0 V_0}}{h_0}x + \cancel{p_0 V_0}\cdot\frac{x}{h_0} + \frac{7}{10}\cdot\frac{x^2}{h_0^2} = \frac{7}{300}\cancel{p_0 V_0}\cdot\frac{1}{\cancel{h_0}}h_0$$

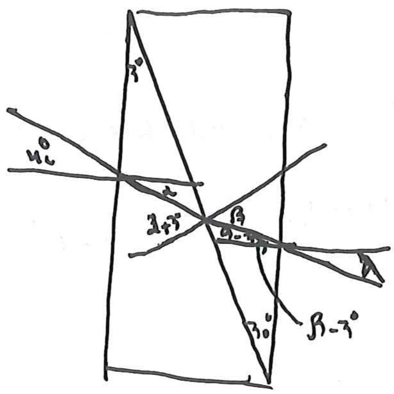
$$x = \frac{7}{300}h_0 = \frac{7}{10}\text{ см}$$

Отв.: $h_2 = 30 + \frac{7}{10}$ см

Задание 31



$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin\beta}{\sin 2}$$



$\alpha = 4^0 \cdot \frac{1}{n_1}$

чистовик

$\beta = (\alpha + 3^0)\cdot \frac{n_1}{n_2} = 4^0 \cdot \frac{1}{n_2} + 3_0 \cdot \frac{n_1}{n_2}$

$\lambda = (\beta - 3^0)\cdot n_2 = 4^0 \cdot \frac{n_2}{n_2} + 3^0 \cdot \frac{n_1 \cdot n_2}{n_2} - 3^0 \cdot n_2 =$

$= 4^0 + 3^0 (n_1 - n_2) = 3^0 \cdot (-0,5) + 4^0$

искомый угол $= 4^0 - \lambda = 3^0 \cdot 0,5 = 1,5^0$

Отв.: $1,5^0$

№3

~~Отношения~~ взаимодействие можно считать потенциальным, если сила их взаимодействия ~~целиком и полностью~~ складывается почти полностью из кулоновской силы, то есть потенциал Ленарда-Джонса << силы кулона. ~~а также + здесь масса зарядов - а~~

Задание: поле кольца вдоль его оси на расстоянии x_0 от его центра:

~~K q K q~~ $K q_1 q_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{x_0^2+a^2}^{\,2}} \cdot \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2+a^2}} =$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x_0}{(x_0^2+a^2)^{3/2}} q_1 q_2$$

const

в нашем случае $|F| = \frac{x_0}{(x_0^2+a^2)^{3/2}} \left(qQ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \right)$

$$F'(x_0) \sim \frac{x_0'(x_0^2+a^2)^{3/2} - \left((x_0^2+a^2)^{3/2}\right)' x_0}{(x_0^2+a^2)^3} = \frac{(x_0^2+a^2)^{3/2} - \frac{3}{2}(x_0+a)^{1/2} x_0}{(x_0^2+a^2)^3}$$

$F'(x_0) = 0$ при $(x_0+a)^{1} = \frac{3}{2} x_0 (x_0+a)^{0}$

$x_0 + a = \frac{3}{2} x_0$

$x_0 = 2a$

$$F_{max} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Qq \frac{a}{2a}$$

$$= \frac{(x_0^2+a^2)^{3/2} - x_0\left(\frac{3}{2}(x_0^2+a^2)^{\frac{1}{2}} \cdot 2x_0\right)}{(x_0^2+a^2)^3}$$

$F'(x_0) = 0$ при x_0: $(x_0^2+a^2)^{3/2} = 3x_0^2 \cdot (x_0^2+a^2)^{1/2}$

$x_0^2 + a^2 = 3x_0^2$

$x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} a$

$$F_{max} = qQ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} a}{\left(\frac{3}{2} a^2\right)^{3/2}} = qQ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{a^2 3^{3/2}}$$

чистовик

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!