0 213259 360003

21-32-59-36
(126.1)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________________

Место проведения Санкт-Петербург
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Бизюковой Анны Александровны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«5» апреля 2024 года

Подпись участника
Бизюкова

21-32-59-36
(126.1)

ЧИСТОВИК

№ 2

1). $T_0 = 301\,K$ $\quad p \to 1{,}007p \quad \varepsilon = 0{,}007$

Для адиабатического сжатия справедлива ф-ла $pV^{\gamma} = const$, где $\gamma = \frac{7}{5}$ (газ 2х атомный)

Её легко вывести из I нач. термодин.:

$\delta Q = \delta A + dU$

$\delta Q = 0 \Rightarrow \delta A + dU = 0$

$\delta A = p\,dV \quad dU = C_V \nu\, dT$

$p\,dV + V\,dp = \nu R\, dT$ (продифф. ур-е Менд.-Клап.)

$\nu R\,dT - V\,dp = -C_V \nu\, dT$

$V\,dp = C_p \nu\, dT \;|: pV = \nu R T$

$\frac{dp}{p} = \frac{C_p}{R}\frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = \frac{C_p}{R}\frac{\Delta T}{T}$ (1) (для малых приращений)

Или: $p\,dV + \frac{C_V}{R}(p\,dV + V\,dp) = 0 \Rightarrow$

$R\,p\,dV + C_V\,p\,dV + C_V V\,dp = 0 \Rightarrow$

$C_p\,p\,dV = -C_V V\,dp \Rightarrow \frac{dV}{V}\cdot C_p = -\frac{dp}{p}\cdot C_V \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{C_p}{C_V}\frac{dV}{V} \Rightarrow pV^{\frac{C_p}{C_V}} = const$

Т.к. изм. давление мало, рассм. малое изм. ТД параметров:

$\Delta Q = \Delta A + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta A = -\Delta U = -C_V \nu \Delta T$

$\Delta A = -C_V \cdot \nu \cdot \left(\frac{\Delta p}{p}\cdot\frac{R}{C_p}\cdot T\right)$ (исп. (1))

Т.к. ΔA – работа газа, то раб. внеш. сил

$\Delta A_{внеш.} = -\Delta A = C_V \nu \left(\frac{\Delta p}{p}\frac{R}{C_p}\right) T$

В данной задаче:

$C_V = \frac{i}{2} = \frac{5}{2}$; $\nu = 1$ моль; $\frac{\Delta p}{p} = \varepsilon$; $C_p = \frac{i+2}{2} = \frac{7}{2}$;

$T = T_0 = 301\,K$

$\Delta A_{внеш.} = \frac{5}{\cancel{2}}\cdot 1\left(\overset{0{,}001}{\cancel{0{,}007}}\cdot\frac{8{,}31}{\cancel{7}}\cdot\cancel{2}\right)\cdot 301 =$

$= 0{,}001 \cdot 1505 \cdot 8{,}31 \approx 12{,}1$ Дж

$\cancel{\times 8{,}31}$

$$\begin{array}{r} \times\ 1{,}505 \\ 8{,}31 \\ \hline 1\,505 \\ +\ 4\,65\ \ \\ 12\,04\,0\ \ \ \\ \hline 12{,}50\,55 \end{array}$$

Ответ: $\Delta A_{внеш.} \approx 12{,}1$ Дж.

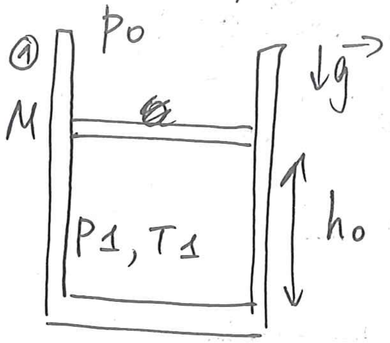
75

(Согласен с 97б)

1	2	3	4
4	5	4	4
9	12	20	17

Из Выводы (Ильин 45)

2). $h_0 = 0{,}3$ м $i = 5$ ЧИСТОВИК

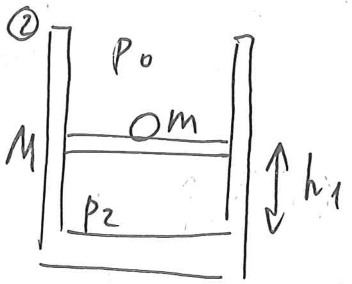


Условие наг. равновес. поршня: (Э атм. давл. p_0)

$$p_0 + \frac{Mg}{S} = p_1$$ (M – масса порш., S – его площадь)

Усл. равнов. в нижнем положении:

$$p_0 + \frac{(M+m)g}{S} = p_2$$



В конечном:

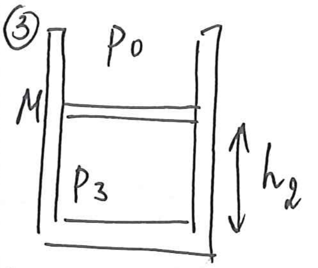
$$p_0 + \frac{Mg}{S} = p_3 \Rightarrow p_3 = p_1$$

~~Т.к. в системе не действ. диссипат.~~

В проц-е $1 \to 2$:

$Q_{1\to2} = 0$ $A_{1\to2} + \Delta U_{1\to2} = 0$

$\cancel{A_{1\to2} = p_2}$



$pV^\gamma = const$ – ур-е адиабаты

Т.к. $V = h \cdot S$, то $ph^\gamma = const = p_1 h_0^\gamma$

$$A_{1\to2} = \int_{V_0}^{V_1} p\,dV = \int_{V_0}^{V_1} \frac{p_1 V_0^\gamma}{V^\gamma}\,dV =$$

$$= p_1 V_0^\gamma \frac{1}{(-\gamma+1)V^{-1+\gamma}}\Big|_{V_0}^{V_1} = p_1 V_0^\gamma \frac{1}{1-\gamma}\left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_0^{\gamma-1}}\right)$$

Для малых изм. в адиабат. проц-е:

$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{C_p}{C_V}\frac{\Delta V}{V} = -\frac{C_p}{C_V}\frac{\Delta h}{h} = -\frac{7}{5}\frac{\Delta h}{h} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{C_p}{R}\frac{\Delta T}{T} \quad (2)$$

Для ①: $p_1 S h_0 = \nu R T_1$

②: $p_2 S h_1 = \nu R T_2$

③: $p_1 S h_2 = \nu R T_3$

$\Rightarrow \frac{h_0}{h_2} = \frac{T_1}{T_3} \Rightarrow h_2 = \frac{T_3}{T_1} h_0$

Из (1) и (2): $\frac{C_p}{R}\frac{\Delta T}{T} = -\frac{C_p}{C_V}\frac{\Delta h}{h} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = -\frac{R}{C_V}\frac{\Delta h}{h}$

$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{2}{5}\frac{\Delta h}{h}$; откуда $\frac{T_2 - T_1}{T_1} = -\frac{R}{C_V}\frac{(h_1 - h_0)}{h_0}$

$$T_2 = T_1\left(1 - \frac{R}{C_V}\frac{(h_1 - h_0)}{h_0}\right)$$

ЧИСТОВИК

$$\frac{T_3-T_2}{T_2} = \frac{-R}{C_V}\,\frac{h_2-h_1}{h_1} \Rightarrow T_3 = T_2\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{(h_2-h_1)}{h_1}\right) =$$

$$= T_1\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{(h_1-h_0)}{h_0}\right)\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{(h_2-h_1)}{h_1}\right)$$

$$\Rightarrow h_2 = \left(1-\frac{R}{C_V}\frac{(h_2-h_1)}{h_1}\right)\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{(h_1-h_0)}{h_0}\right)h_0$$

$$\frac{h_2}{h_0} = \left(1-\frac{R}{C_V}\frac{(h_1-h_0)}{h_0}\right) - \frac{R}{C_V}\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{h_1-h_0}{h_0}\right)\cdot\frac{h_2}{h_1} +$$

$$+\frac{R}{C_V}\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{h_1-h_0}{h_0}\right)$$

$$\frac{h_2}{h_0}\left(1+\frac{R}{C_V}\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{h_1-h_0}{h_0}\right)\frac{h_0}{h_1}\right) = \left(1-\frac{R}{C_V}\frac{h_1-h_0}{h_0}\right)\left(1+\frac{R}{C_V}\right)$$

$$h_2 = \frac{\frac{C_p}{C_V}\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{h_1-h_0}{h_0}\right)}{1+\frac{Rh_0}{C_V h_1}\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{h_1-h_0}{h_0}\right)}\cdot h_0$$

$$h_2 = \frac{\frac{7}{5}\left(1-\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{15}\right)}{1+\frac{2}{5}\cdot\frac{30}{29}\left(1-\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{15}\right)}\cdot 30\text{ см} =$$

$$= \frac{\frac{7}{5}\left(\frac{74}{75}\right)\cdot 30}{1+\frac{12}{29}\cdot\frac{74}{75}}\text{ см} = \frac{7}{5}\cdot\frac{74}{75+\frac{12\cdot 74}{29}}\cdot 30\text{ см}$$

$$\approx \frac{7}{5}\cdot\frac{74}{105{,}6}\text{ см} \approx \frac{7\cdot 6}{5}\cdot 0{,}7\text{ см} \approx$$

$$\approx 42\cdot 0{,}7\text{ см} \approx 29{,}4\text{ см}$$

12×74: 48, 84, 888

$888 : 29 = 30{,}6$: 87, 180, 174, 6

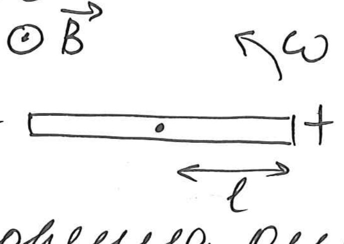
$7400 : 1056 = 0{,}700$: 7392, 800

$42 \times 0{,}7 = 29{,}4$

Ответ: $h_2 = \dfrac{\frac{C_p}{C_V}\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{h_1-h_0}{h_0}\right)}{1+\frac{Rh_0}{C_V h_1}\left(1-\frac{R}{C_V}\frac{h_1-h_0}{h_0}\right)}\cdot h_0 \approx 29{,}4$ см.

№3

1).

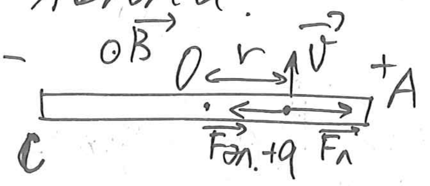


$l = \frac{L}{2}$ свободные

На заряды в стержне при вращении маг. действовать сила Лоренца, они перераспределяются до тех пор, пока эл. сила не уравнове-

чистовик

сил силу Лоренца (эл. сила возн. из-за скопления зарядов на концах). Возникает разность потенц. на концах. Это наз. эффектом Холла.



Усл. равновес. "+" частицы (в реальности перераспр. $\vec e$ с отр. зарядом, но для удобства рассм. "+" заряд) нах. на расст. r от центра ст.

$F_{эл} = F_л$

$F_{эл} = q\cdot E(r)$

$F_л = qvB = q\omega r B$ $\Rightarrow$ $qE(r) = q\omega r B$

$E(r) = \cancel{q}\,\omega r B$

По опр. $\Delta\varphi = \int_0^{r_1} E(r)dr$

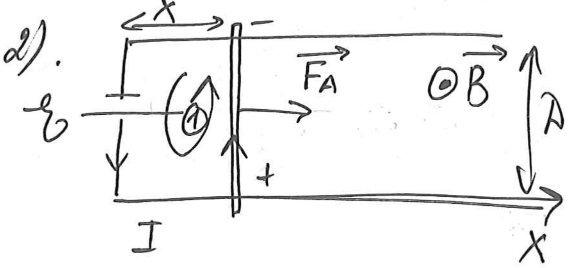
$\Delta\varphi_{AO} = \int_0^{l} E(r)dr = \int_0^{l} \omega r B dr = \frac{\omega l^2 B}{2}$

Аналогично, $\Delta\varphi_{OC} = \frac{\omega l^2 B}{2}$

Т.о. $\Delta\varphi_{AC} = \omega l^2 B$

Отв.: $\Delta\varphi_{AC} = \omega l^2 B$

2).



По з-ну Фарадея:

$\mathcal{E}_i = \frac{-d\Phi}{dt}$

$|\mathcal{E}_i| = B\frac{dS}{dt} = B\frac{d(xD)}{dt} = BDv$

II П. Кирхг. для контура ①:

$\mathcal{E} - BDv = IR_0 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E} - BDv}{R_0}$

II з-н Ньют. для перемычки:

$m\ddot x = IBD$ (m - масса перемычки)

$m\ddot x = \frac{BD}{R_0}(\mathcal{E} - BDv)$

$m\ddot x + \frac{(BD)^2}{R_0}\dot x = \frac{BD\mathcal{E}}{R_0}$

$\cancel{m\dddot x + \frac{(BD)^2}{R_0}\ddot x = 0 \quad m\frac{da}{dt} = -\frac{(BD)^2}{R_0}a}$

21-32-59-36 (126.1)

ЧИСТОВИК

$$m\dot{v} + \frac{(BD)^2}{R_0}\left(v - \frac{\mathcal{E}}{BD}\right) = 0$$

$$\exists\ v - \frac{\mathcal{E}}{BD} = v^*$$

$$\dot{v}^* = -\frac{(BD)^2}{R_0 m} v^* \Rightarrow \frac{dv^*}{v^*} = \frac{-(BD)^2}{R_0 m} dt$$

$$\Rightarrow \frac{v^*(t)}{v^*(0)} = e^{-\frac{(BD)^2}{R_0 m}t} \Rightarrow v(t) - \frac{\mathcal{E}}{BD} = -\frac{\mathcal{E}}{BD} \cdot e^{-\frac{(BD)^2}{R_0 m}t}$$

$$v(t) = \frac{\mathcal{E}}{BD}\left(1 - e^{-\frac{(BD)^2}{R_0 m}t}\right)$$ $\Rightarrow$ max возм. скор. в системе $\frac{\mathcal{E}}{BD}$ (дост. на $t \to \infty$)

Или: $dv^* = \frac{-(BD)^2}{R_0 m} v^* dt$

$$dv = \frac{-(BD)^2}{R_0 m}\left(v - \frac{\mathcal{E}}{BD}\right)dt$$

$$dv = \frac{-(BD)^2}{R_0 m} v\,dt + \frac{BD\mathcal{E}}{R_0 m} dt$$

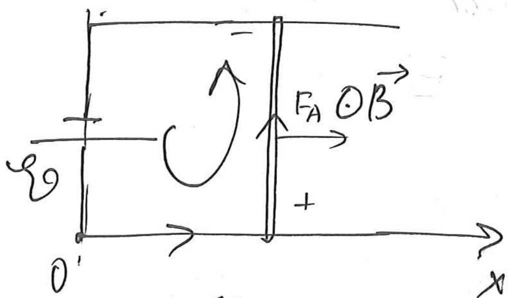
$$\Delta v = \frac{-(BD)^2}{R_0 m}\Delta x + \frac{BD\mathcal{E}}{R_0 m}\Delta t$$

$\Delta v = 0{,}95 \cdot \frac{\mathcal{E}}{BD}$; $\Delta x = S_0$; $\Delta t = \ln(0{,}05)\left(\frac{-R_0 m}{(BD)^2}\right)$

$(\exists\ 0{,}95 = \varepsilon)$

$$\varepsilon\frac{\mathcal{E}}{BD} = \frac{-(BD)^2}{R_0 m} S_0 + \frac{BD\mathcal{E}}{R_0 m} \cdot \ln\frac{1}{1-\varepsilon} \cdot \frac{R_0 m}{(BD)^2}$$

В случае, пара рельсов имеют сопротивление:



II П.К.:

$$\mathcal{E} - BDv = I(R_0 + 2\rho x)$$

II З.Н.:

$$m\ddot{x} = IBD$$

$$m\ddot{x} = BD \cdot \left(\frac{\mathcal{E} - BDv}{R_0 + 2\rho x}\right)$$

$$m\ddot{x}(R_0 + 2\rho x) = BD\mathcal{E} - (BD)^2\dot{x}$$

$$ma(R_0 + 2\rho x) = BD\mathcal{E} - (BD)^2 v$$

$$m\frac{dv}{dt}(R_0 + 2\rho x) = BD\mathcal{E} - (BD)^2\frac{dx}{dt} \quad \Big|\cdot dt$$

$$m\,dv(R_0 + 2\rho x) = BD\mathcal{E}dt - (BD)^2 dx$$

$$mR_0\,dv + 2\rho m x\,dv = BD\mathcal{E}\,dt - (BD)^2 dx$$

$$mR_0\Delta v + 2\rho m\int_0^{v_k} x\,dv = BD\mathcal{E}\Delta t - (BD)^2\Delta x$$

3-н обыкн. Ещё:

$$IBD\,dx = mv\,dv \quad \frac{dx}{dv} = \frac{mv}{IBD} = \frac{mv}{BD} \cdot \frac{R_0 + 2\rho x}{\mathcal{E} - BDv}$$

ЧИСТОВИК

$$\frac{dx}{dv} = \frac{mv}{BD\cdot(\mathcal{E}-BDv)}\cdot(R_0+2\rho x)$$

$$\frac{dx}{R_0+2\rho x} = \frac{1}{BD}\frac{mv}{\mathcal{E}-BDv}dv$$

$$\frac{1}{2\rho}\frac{d(2\rho x)}{(R_0+2\rho x)} = \frac{1}{BD}\frac{\frac{m}{BD}(BDv-\mathcal{E}) + \frac{\mathcal{E}m}{BD}}{\mathcal{E}-BDv}dv$$

$$\frac{1}{2\rho}\frac{d(2\rho x)}{R_0+2\rho x} = \frac{1}{BD}\left(\frac{-m}{BD} + \frac{\mathcal{E}m}{BD}\left(\frac{1}{\mathcal{E}-BDv}\right)\right)dv$$

$$\frac{1}{2\rho}\ln\frac{R_0+2\rho x}{R_0} = \frac{-m}{(BD)^2}\Delta v + \frac{\mathcal{E}m}{(BD)^3}\ln\frac{\mathcal{E}-BDv}{\mathcal{E}} \quad (*)$$

Для первого сл.:

$$IBD\,dx = mv\,dv$$

$$\left(\frac{\mathcal{E}-BDv}{R_0}\right)BD\cdot dx = mv\,dv \Rightarrow dx = \frac{mv}{BD}\cdot\left(\frac{\mathcal{E}-BDv}{R_0}\right)^{-1}dv$$

$$dx = \frac{mv}{BD}\cdot\frac{R_0}{\mathcal{E}-BDv}dv$$

$$dx = \frac{mR_0}{BD}\cdot\frac{\frac{1}{BD}(BDv-\mathcal{E}) + \frac{\mathcal{E}}{BD}}{\mathcal{E}-BDv}dv$$

$$dx = \frac{mR_0}{BD}\left(-\frac{1}{BD} + \frac{\mathcal{E}}{(BD)^2}\frac{1}{\mathcal{E}-BDv}dv\right)$$

$$\Delta x = \frac{-mR_0}{(BD)^2}\Delta v + \frac{\mathcal{E}mR_0}{(BD)^3}\ln\frac{\mathcal{E}-BDv}{\mathcal{E}}$$

Т $v_m = \frac{\mathcal{E}}{BD}$; $\varepsilon = 0{,}95$ $\quad v_k = \varepsilon v_m$

Тогда
$$S_0 = \frac{-mR_0}{(BD)^2}v_k + \frac{-\mathcal{E}mR_0}{(BD)^3}\ln\frac{\mathcal{E}-BDv_k}{\mathcal{E}}$$

$$S_0 = \frac{-mR_0}{(BD)^2}\varepsilon v_m + \frac{\mathcal{E}mR_0}{(BD)^3}\ln\frac{1-\varepsilon}{1}$$

А из $(*)$: $\frac{1}{2\rho}\ln\frac{R_0+2\rho S_1}{R_0} = \frac{-m}{(BD)^2}\varepsilon v_m + \frac{\mathcal{E}m}{(BD)^3}\ln\frac{1-\varepsilon}{1}$

(S_1 — искомый путь)

$$\frac{1}{2\rho}\ln\frac{R_0+2\rho S_1}{R_0} = \frac{S_0}{R_0} \Rightarrow \ln\frac{R_0+2\rho S_1}{R_0} = \frac{2\rho S_0}{R_0}$$

$$R_0+2\rho S_1 = R_0 e^{\frac{2\rho S_0}{R_0}} \Rightarrow S_1 = \frac{R_0}{2\rho}\left(e^{\frac{2\rho S_0}{R_0}}-1\right)$$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЧИСТОВИК

$$S_1 = \frac{9,8}{2\cdot 0,005}\left(e^{\frac{2\cdot 0,005\cdot \cancel{80}^{100}}{\cancel{9,8}}}-1\right)м = \frac{9,8}{0,01}\left(2,72^{100\cdot 0,01}-1\right) =$$

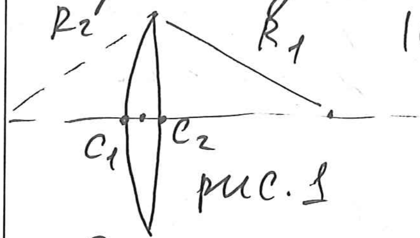
$$= \frac{9,8}{0,01}\cdot 1,72 = 80\cdot 1,72 = 137,6 м$$

$$\begin{array}{r} \times\, 1,72 \\ 80 \\ \hline 137,60 \end{array}$$

Ответ: $S_1 = \frac{k_0}{2\rho}\left(e^{\frac{2\rho S_0}{k_0}}-1\right) \approx 137,6 м.$

№4

1). Тонкая линза — линза, толщина которой много меньше радиусов кривизны её пов-тей.

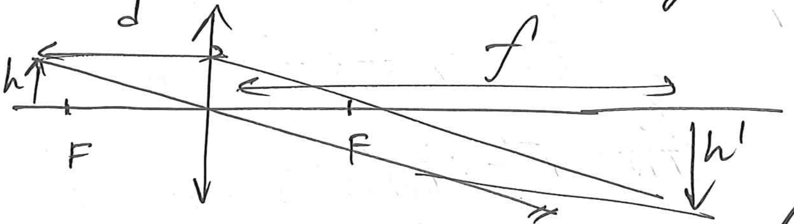


$|C_1C_2| \ll R_1, R_2$

рис. 1

Линза — оптическое стекло, огр. двумя сферич. ~~пов-тя~~ пов-тями.

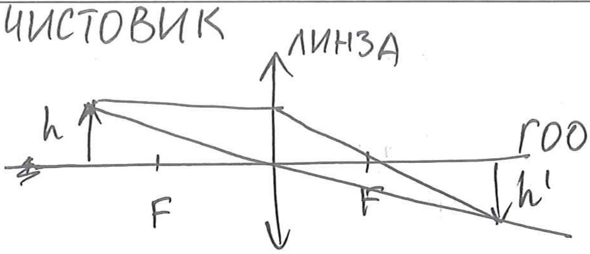
Для тонкой линзы справедлива ф-ла тонкой линзы: $\frac{1}{f}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F}$



Т.к. толщиной линзы пренебр. по ср. с F, то расстояния отсчит. от пл-ти линзы (пл-ть ⊥-ая ГОО и проx. через опт. центр линзы, совп. с серединой отр. $[C_1C_2]$ (рис. 1)). Пренебрегают смещением луча внутри линзы. Все лучи параксиальн. Считается, что луч, идущий ∥ ГОО после преломл. проходит через фокус.

2). Заметим, что т.к. в 1 и 2 случ. изобр. созд. на экране, то оно действит., а значит линза собирающая и предмет находится на расст. от линзы, большем фокусного.

ЧИСТОВИК



Увеличение по опр. $\Gamma = \frac{h'}{h}$, где h' и h – размеры изобр. и предм. соотв.

Из подобия Δ легко показать $\Gamma = \frac{f}{d}$

$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$ При $d \in (0;F)$ ~~из~~ $f<0$

При $d \in (F;2F)$ $f>2F$

$\left(\cancel{\frac{1}{1{,}5F} + \frac{1}{x} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{F} - \frac{1}{1{,}5F} = \frac{1{,}5F - F}{1{,}5F} = \frac{0{,}5F}{1{,}5F} = \frac{h'}{3F}}\right)$

При $d>2F$ $f<2F$

Т.о. $\Gamma < 1$ при $d>2F$. И т.к. при уменьш. d, f увелич., то с ~~ростом~~ уменьш. d возрастает Γ.

Тогда свечу переместили на S от линзы, т.к. Γ уменьшилось

Ф-ла тонкой линзы для 2х сл.:

1: $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$; $\frac{f}{d} = \Gamma \Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma d} = \frac{1}{F}$

2: $\frac{1}{d+S} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$; $\frac{f_1}{d+S} = \Gamma' \Rightarrow \frac{1}{(d+S)} + \frac{1}{\Gamma'(d+S)} = \frac{1}{F}$

$\frac{\Gamma+1}{\Gamma d} = \frac{\Gamma'+1}{\Gamma'(d+S)} \Rightarrow (\Gamma+1)\Gamma'(d+S) = \Gamma(\Gamma'+1)d$

$d(\Gamma'\Gamma + \Gamma' - \Gamma\Gamma' - \Gamma) = -\Gamma'(\Gamma+1)S$

$d = \frac{\Gamma'(\Gamma+1)S}{\Gamma - \Gamma'}$; $d = 2{,}5 \cdot 1{,}4 \cdot 0{,}7$

$\Rightarrow$ Свечу приблизили к экрану, т.к. $|\Gamma'| > |\Gamma|$.

1: $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ $\frac{f}{d} = \Gamma \Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma d} = \frac{1}{F}$ (*)

2: $\frac{1}{d-S} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$ $\frac{f_1}{d-S} = \Gamma' \Rightarrow \frac{1}{d-S} + \frac{1}{\Gamma'(d-S)} = \frac{1}{F}$

$\frac{\Gamma+1}{\Gamma d} = \frac{\Gamma'+1}{\Gamma'(d-S)} \Rightarrow (\Gamma+1)\Gamma'(d-S) = \Gamma(\Gamma'+1)d$

ЧИСТОВИК

$d(\Gamma\Gamma' + \Gamma' - \Gamma\Gamma' - \Gamma) = \Gamma'(\Gamma+1)S$

$d = \frac{\Gamma'(\Gamma+1)S}{\Gamma'-\Gamma}$; $d = \frac{70\text{см}\cdot 2{,}5\cdot 1{,}4}{1{,}1}$

Тогда из (*):

$$\frac{\Gamma'-\Gamma}{\Gamma'(\Gamma+1)S} + \frac{1}{\Gamma}\cdot\frac{\Gamma'-\Gamma}{\Gamma'(\Gamma+1)S} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{(\Gamma'-\Gamma)\Gamma + (\Gamma'-\Gamma)}{\Gamma\Gamma'(\Gamma+1)S} = \frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{\Gamma\Gamma'(\Gamma+1)S}{(\Gamma'-\Gamma)\Gamma+(\Gamma'-\Gamma)}$$

$$F = \frac{0{,}4\cdot 2{,}5\cdot 1{,}4\cdot 70\text{см}}{1{,}1\cdot 0{,}4 + 1{,}1} = \frac{98\text{см}}{1{,}1\cdot 1{,}4} = \frac{98}{1{,}54}\text{см} \approx 63{,}6\text{см}$$

$\times\ 1{,}4$, $1{,}1$ → 14, 14 → $1{,}54$

$9800 \mid 154$ → $\approx 63{,}63$; 924; 560; 462; 980

Ответ: $F = \frac{\Gamma\Gamma'(\Gamma+1)S}{(\Gamma'-\Gamma)\Gamma+(\Gamma'-\Gamma)} \approx 63{,}6$ см.

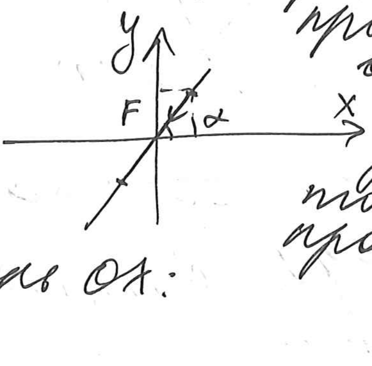
№1

1). $U(x,y) = \frac{k\cdot(4x^2+y^2)}{2}$ положение равновесия соотв. минимум пот. энергии ⇒ прямая, вдоль кот. движ. точка прох. через (0;0)

$\frac{2U}{k} = 4x^2+y^2$

$F_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = -4kx$

$F_y = -\frac{\partial W}{\partial y} = -ky$



Пусть МТ движ. ~~по вдо~~ вдоль Ox:

$m\ddot{x} + 4kx = 0$

$\omega_x = \sqrt{\frac{4k}{m}}$

вдоль оси Oy: $m\ddot{y} + ky = 0 \Rightarrow \omega_y = \sqrt{\frac{k}{m}}$

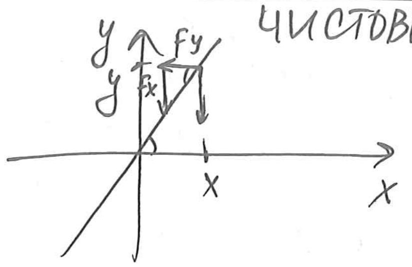
Пусть МТ движ. по прямой, сост. угол α с Ox:

$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(4k)^2x^2 + k^2y^2}$

Чтобы сила была напр. всегда к центру ~~в~~ (0;0) и МТ движ. по прямой: $y = \overset{2}{\cancel{4}}x$

ЧИСТОВИК

и $\alpha = arctg(\frac{1}{2})$



$\left(\frac{y(x)}{x} = \frac{F_x}{F_y} = \frac{4kx}{ky(x)} \Rightarrow \right.$

$\left. y^2(x) = 4x^2 \Rightarrow y = 2x \right)$

Тогда $|r|(t) = \sqrt{x^2+y^2} = x\sqrt{5}$

$|F| = \sqrt{(4k)^2x^2 + k^2y^2} = \sqrt{16k^2x^2+4k^2x^2} = 2kx\sqrt{5} = 2k|r|$

~~$m\ddot{r} = -F \Rightarrow m\ddot{r} + 2kx\sqrt{5} = 0$~~ $m\ddot{r} + 2kr = 0 \Rightarrow$

~~$m\ddot{r} + 2k|r| = 0$~~

$\omega_r = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

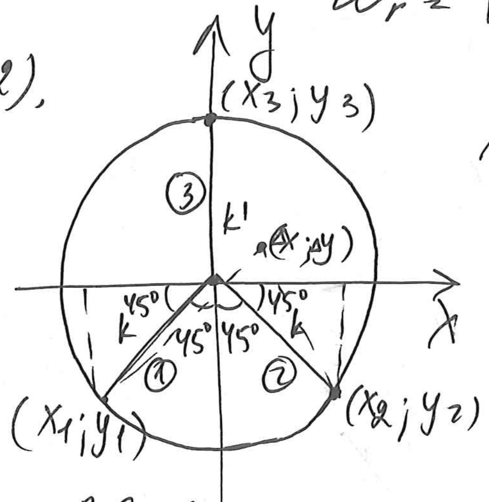
Ответ: при движ. частицы вдоль Ox $\omega_x = \sqrt{\frac{4k}{m}}$

при движ. вдоль OY: $\omega_y = \sqrt{\frac{k}{m}}$

при движ. по прямой $y = 2x$

$\omega_r = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

2).



Время $t = \frac{T}{4}$, где T — период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (ω — цикл. част. колеб.)

Скорость в момент прохождения ПР max и равна $v_m = \frac{S}{\omega}$

Введём сист. коорд. как на рисунке. ∃ коорд. шайбы в данный момент $(x; y)$. Выразим длину ~~пружин~~ резинок в этот мом. (а след. и пот. энергию).

$l_1 = \sqrt{(\Delta x - x_1)^2 + (\Delta y - y_1)^2} = \sqrt{(x_1 - \Delta x)^2 + (y_1 - \Delta y)^2}$

$l_{10} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

$l_1 - l_{10} = \sqrt{(x_1 - \Delta x)^2 + (y_1 - \Delta y)^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2} =$

ЧИСТОВИК

$$\approx \frac{x_1^2 - 2x_1\Delta x + \Delta x^2 + y_1^2 - 2y_1\Delta y + \Delta y^2}{2\sqrt{x_1^2+y_1^2}} \approx -\frac{2x_1\Delta x + 2y_1\Delta y}{2\,l_{10}} \approx$$

$$\approx -\frac{x_1\Delta x + y_1\Delta y}{l_{10}}; \quad x_1 = -\frac{\sqrt2}{2}R;\ y_1 = -\frac{\sqrt2}{2}R; \quad l_{10} = R$$

Т.о. $\Delta l_1 = \left(\frac{\sqrt2}{2}\Delta x + \frac{\sqrt2}{2}\Delta y\right)$

Аналогично,

$\Delta l_2 = \left(\left(-\frac{\sqrt2}{2}\Delta x + \frac{\sqrt2}{2}\Delta y\right)\right)$ $(x_2 = \frac{\sqrt2}{2}R = -y_2)$

$\Delta l_3 = (-\Delta y)$ $(x_3 = 0;\ y_3 = R)$

Т.о. ~~$W_{потенц.} = \sqrt2\Delta y - \Delta y = \Delta y(\sqrt2 - 1)$~~

$W_{потенц.} = \left(\frac{\sqrt2}{2}\Delta x + \sqrt2\Delta y\right)^2\frac{k}{2}$ (заметим, что пружинки, в отл. от пружин не могут обл. энергией сжатия, поэтому могут учит. только эн. растяжение)

Т.о. $\Delta W_{пот.} = \left(\frac{\sqrt2}{2}\Delta x\right)^2\frac{k}{2} + (\sqrt2\Delta y)^2\frac{k}{2} =$

$$= \frac{k\frac{\Delta x^2}{2}}{2} + \frac{2\Delta y^2 k}{2}$$

Тогда, аналог. п. 1: