0 991539 090009

99-15-39-09
(115.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Вековцевой Екатерины Владиславовны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

сдала 16.18
смена церил

Дата

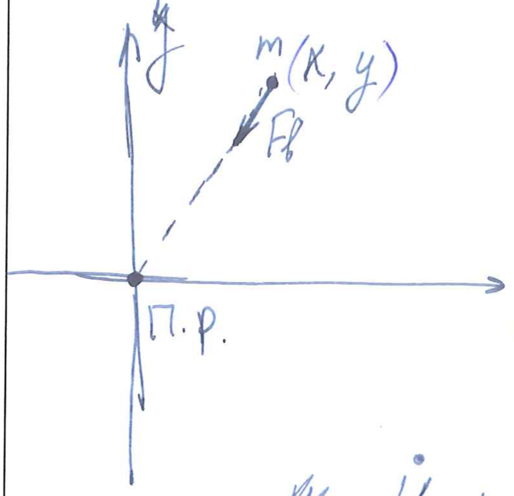
«5» апреля 2024 года

Подпись участника

99-15-39-09
(115.2)

№1 Вопрос. А (0) → Без черновиков.

$$U(x,y) = \frac{k(4x^2+y^2)}{2}$$



Устойчивое положение равновесия находится в положении минимума потенциальн. энергии ⇒ т.к. $U(x;y)$ зав. квадратично, то ПР – при $U(0;0)$ в т. $(0;0)$.

$$U + \frac{m\vartheta^2}{2} = const$$

$$\dot{U} + \frac{m\dot{\vartheta}^2}{2} = 0.$$

$$\dot{U} + m\dot{\vartheta}\vartheta = 0 \qquad \vartheta = \dot{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)}$$

$$\dot{U} = \frac{k}{2}(4\cdot 2\vartheta_x x + 2\vartheta_y y) = k(4\vartheta_x x + \vartheta_y y)$$

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_y^2 + \vartheta_x^2} \qquad \dot{\vartheta}^2 = \dot{(x^2+y^2)} = 2(x\dot{x}+y\dot{y})$$

$$k(4\underset{=\dot{x}}{\vartheta_x}x + \underset{=\dot{y}}{\vartheta_y}y) + m\dot{(x^2+y^2)}^{\frac{1}{2}} + (\dot{x}+\dot{y})^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$k(4\dot{x}x + \dot{y}y) + m\cdot\frac{1}{2}(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(2\dot{x}x + 2\dot{y}y) = 0$$

По ox:

$$\frac{k}{2}(4\cdot 2x\dot{x}) + m\dot{x}\ddot{x} = 0$$

$$4kx + m\ddot{x} = 0 \qquad \omega_x = \sqrt{\frac{4k}{m}}$$

Аналогично $\omega_y = \sqrt{\frac{k}{m}}$?

но $\omega_x = \omega_y$ т.к. колебания линейные.

$$\dot{(\vartheta^2)} = \left(2(x\dot{x}+y\dot{y})\right)'_t = 2(\dot{x}\dot{x} + x\ddot{x} + \dot{y}\dot{y} + y\ddot{y})$$

т.е. $k(4\dot{x}x + \dot{y}y) + m((\dot{x})^2 + x\ddot{x} + (\dot{y})^2 + y\ddot{y}) = 0 \Big| : \dot{x}\dot{y}$

$$k\left(4\frac{x}{\dot{y}} + \frac{y}{\dot{x}}\right) + m\left(\frac{\dot{x}}{\dot{y}} + \frac{x\ddot{x}}{\dot{x}\dot{y}} + \frac{\dot{y}}{\dot{x}} + \frac{y\ddot{y}}{\dot{x}\dot{y}}\right) = 0$$

Z

Ошибка

	1	2	3	4
Т	4	3	13	3
З	13	13	13	20
Σ	17	15	17	25

74 семьдесят четыре

А.П. Рыбалов, Рыженков

Задача.

$m = 0{,}25$ кг

$k = 1\ \frac{Н}{м}$

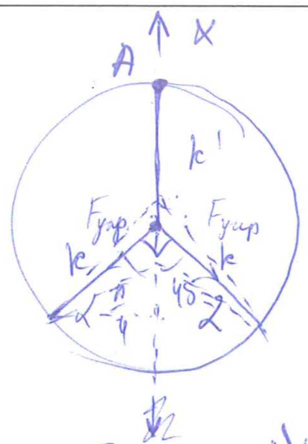
$k' = 8\ Н/м$

$S = 1{,}2$ см

$S \ll R = l_0$

$t = ?$

$v = ?$



Пусть шайбу отвели в сторону

Т.к. шайба движ по прямой, то ~~пусть~~ её отвели вдоль k' (т.к. по биссектрисе угла м/д резинками) ✓

Тогда 1) Если её отвели так, что k растянулась k'),

ЗСЭ: $\frac{k'S^2}{2} = const = \frac{k'x^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$

$k'x\dot{x} + mv\dot{v} = 0$

$k'x + m\ddot{x} = 0 \quad \ddot{x} + \frac{k'}{m}x = 0$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k'}{m}}$

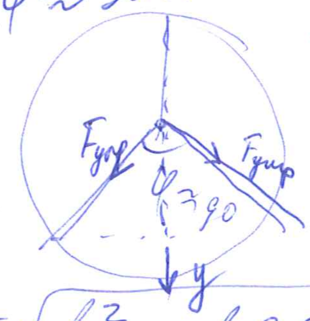
$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k'}} = \frac{3{,}14}{2}\cdot\sqrt{\frac{0{,}25}{8}} = \frac{3{,}14}{2}\sqrt{\frac{1}{8\cdot 4}} = \frac{3{,}14}{4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3{,}14\sqrt{2}}{8}$ с +

$v_m = \omega x_m = \omega S = 4{,}8\sqrt{2}$ см/с.

$v_{max} = \sqrt{\frac{k'S^2}{m}} = S\sqrt{\frac{k'}{m}} = \sqrt{\frac{}{4\cdot 8}}\cdot 0{,}012 = 4\cdot 1{,}2\cdot 4\sqrt{2} =$

$= 4{,}8\sqrt{2}$ см/с.

2) Если шайбу "68" оттянули в сторону к т. А, тогда т.к. $S \ll R$, то $\varphi \approx 90°$.



$l_0 = l_0$

$l = \sqrt{\left(l_0\cos\frac{\pi}{4}\right)^2 + \left(l_0\cos\frac{\pi}{4} + S\right)^2} =$

$= \sqrt{\frac{l_0^2}{2} + \frac{l_0^2}{2} + l_0 S\sqrt{2} + S^2} = \sqrt{l_0^2 + l_0 S\sqrt{2} + S^2} \overset{S \ll l_0}{\approx}$

$\approx \sqrt{l_0^2 + l_0 S\sqrt{2}} \qquad \Delta l = l_0\left(\sqrt{1 + \frac{S\sqrt{2}}{l_0}} - 1\right) \approx$

$\approx l_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{S\sqrt{2}}{l_0} - 1\right) \approx \frac{S\sqrt{2}}{2}$

№4 Вопрос:

1) Её толщиной можно пренебречь, по сравнению с её поперечными и предельными размерами {т.е. R выпуклой пов-ти много больше диаметра самой линзы.

2) Считается, что её толщина в любой точке → 0.

3) ~~Из п.1 и 2 следует, что её опт. сила не зависит от материала~~ Считается, что свет распростр. прямолинейно.

Для рассчёта используется аппроксимация малых углов (как раз в силу того, что $R \gg D$).

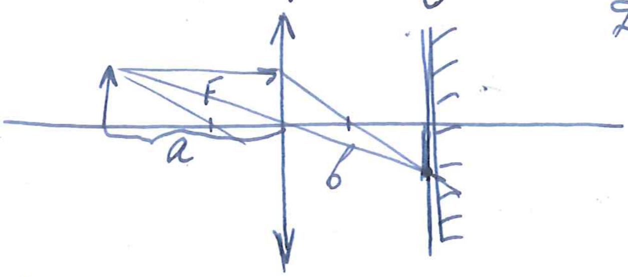
$\sin\alpha \approx \alpha$, $\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$, $\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$.

Задача:

$|\Gamma| = 0{,}4$, $S = 0{,}7$ м

$|\Gamma'| = 2{,}5$, $D = ?$

1) Пусть линза была собирающей. До перемещения



$$\begin{cases} \frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \\ \frac{b}{a} = \Gamma \end{cases}$$

После перемещения:

$$\begin{cases} \frac{1}{F} = \frac{1}{a+S} + \frac{1}{b+x} \\ \Gamma' = \frac{b+x}{a+S} \end{cases}$$

Т.к. изображение получили на экране, то оно было действительным.

$b + x = \Gamma'(a+S)$

$b = \Gamma a$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{\Gamma a} + \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1+\Gamma}{a\Gamma}$$

$$\boxed{a = \frac{(1+\Gamma)F}{\Gamma}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a+S} + \frac{1}{\Gamma'(a+S)}$$

$$\boxed{\frac{1}{F} = \frac{(\Gamma'+1)}{(a+S)\Gamma'}} \quad (2)$$

$$\rightarrow \frac{1}{F} = \frac{\Gamma'+1}{\Gamma'}\left(\frac{1}{\frac{(1+\Gamma)F}{\Gamma} + S}\right) = \frac{\Gamma'+1}{\Gamma'}\left(\frac{\Gamma}{(1+\Gamma)F + S\Gamma}\right)$$

$$F(\Gamma'+1)=\Gamma'\left(\frac{1+\Gamma}{\Gamma}F+S\right)$$

$$F(\Gamma'+1)=\frac{\Gamma'}{\Gamma}(1+\Gamma)F+\Gamma' S$$

$$F=\frac{\Gamma' S}{(\Gamma'+1)-\frac{\Gamma'}{\Gamma}(1+\Gamma)}=\frac{\Gamma' S\Gamma}{\Gamma\Gamma'+\Gamma-\Gamma'-\Gamma\Gamma'}=\frac{\Gamma\Gamma' S}{\Gamma-\Gamma'}$$

$$D=\frac{1}{F}=\frac{\Gamma-\Gamma'}{\Gamma\Gamma' S} \qquad D=\frac{0,4-2,5}{2,5\cdot 0,4\cdot 0,7}<0 \Rightarrow$$ невозможно

т.к. F считаем положит. для собир. линзы.

Подходят только ~~положит.~~ знач. D ~~$D=(0,4+2,5)$~~ т.к. рассматривался случай собирающ. линзы.

$$D=\frac{-0,4-2,5}{-0,4\cdot 2,5\cdot 0,7}=\frac{2,9}{0,7}=\frac{29}{7}$$

т.е. при $\Gamma<0$, $\Gamma'>0$ или при $\Gamma<0,\ \Gamma'<0$

$$D=\frac{-0,4+2,5}{(-2,5)\cdot(-0,4)\cdot 0,7}=\frac{2,1}{0,7}=3.$$

2) Если линза была рассеивающей, то

$$a=-\frac{(\Gamma+1)}{\Gamma}F \qquad -\frac{1}{F}=\frac{(\Gamma'+1)}{\Gamma'(a+s)}$$

т.е. $$-\Gamma'\left(-\frac{(\Gamma+1)F}{\Gamma}+s\right)=F(\Gamma'+1)$$

$$-\frac{\Gamma'}{\Gamma}\left(S\Gamma-F(\Gamma+1)\right)=F(\Gamma'+1)$$

$$F\left(\Gamma'+1-\frac{(\Gamma+1)\Gamma'}{\Gamma}\right)=-S\Gamma'$$

$$F=\frac{-S\Gamma'\Gamma}{\Gamma\Gamma'+\Gamma-\Gamma\Gamma'-\Gamma'}=-\frac{S\Gamma\Gamma'}{\Gamma-\Gamma'}$$

$D = n\frac{1}{F} = n\frac{\Gamma' - \Gamma}{S\Gamma\Gamma'} < 0$ т.к. предполаг., что линза рассеивающ.

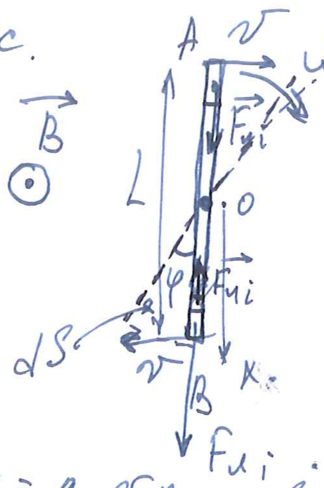
т.е. $D = \frac{2,5+0,4}{-0,4\cdot 2,5\cdot 0,7} = -\frac{29}{7}$

$D = \frac{-2,5+0,4}{-2,5\cdot -0,4\cdot 0,7} = -3$

Ответ: ± 3; $\pm\frac{29}{7}$.

№3

Вопрос.



$\Delta\varphi = ?$

$v_i = \omega x$

$|F_{Лi}| = |q| v_i B$ Пусть конец A заряжен положит., а B – отрицательно

тогда $F_{Лi} = q_i v_i B$, в силу симметрии $q_{iA} = -q_{iB}$

$F_Л = \sum F_{Лi} = \int_0^{L/2} q_i \omega x B$

Рассмотрим поворот стержня на малый угол $d\varphi \ll 1$. тогда $dS = d\varphi\frac{L^2}{2}$ $\mathcal{E}_i = B\dot{dS} = d\varphi\frac{L^2}{2}B = \frac{\omega L^2}{2}B$.

$\Delta\varphi = 2\mathcal{E}_i = \omega L^2 B$

симметрия Задачи?

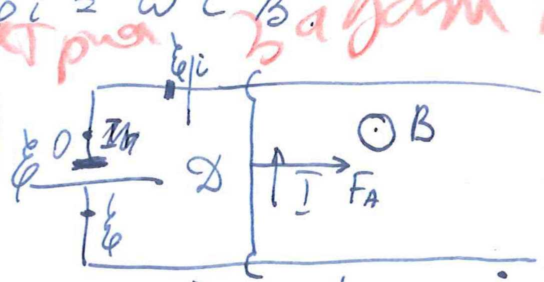
Задача.

$R_0 \approx 0,8$ Ом

$S_0 = 80$ м

$\rho = 5\ \frac{мОм}{м}$

$S = ?$



в сверхпровод. состоянии:

$F_A = IBD$

$\mathcal{E}_i = -\dot{\Phi} = -B\cdot\dot{dS} = -BvD$

причём $I = \frac{\mathcal{E}_e - |\mathcal{E}_i|}{R_0}$, 2 З.Н. $F_A = \frac{\mathcal{E}_e - |\mathcal{E}_i|}{R_0}BD = ma$

$\vartheta = \vartheta_{max}$ при $F_A = 0$ т.е. при $a = 0$ т.е. при $\mathcal{E}_e = \mathcal{E}_i$

т.е. $\boxed{\vartheta_{max} = \cancel{B\mathcal{D}} \frac{\mathcal{E}_e}{B\mathcal{D}}}$ т.е. $\vartheta = 0{,}95\, \vartheta_{max} = 0{,}95 \frac{\mathcal{E}_e}{B\mathcal{D}}$.

$$\frac{\mathcal{E}_e - B\vartheta\mathcal{D}}{R_0} \cdot B\mathcal{D} = m\dot{\vartheta} \quad \Big| \cdot dt$$

$$\frac{\mathcal{E}_e - B\vartheta dt\, \mathcal{D}}{R_0} = \frac{madt}{B\mathcal{D}}$$

$$B\mathcal{D}\mathcal{E}_e dt - (B\mathcal{D})^2 dx = R_0 m d\vartheta$$

$$B\mathcal{D}\mathcal{E}_e \Delta t - (B\mathcal{D})^2 \Delta \overset{=S_0}{S} = R_0 m \Delta\vartheta$$

~~При~~ $\rho \neq 0$ $\quad I = \frac{\mathcal{E}_e - \mathcal{E}_i}{R_0 + 2\rho \cancel{x}}$

$$F_A = \left(\frac{\mathcal{E}_e - \mathcal{E}_i}{R_0 + 2\rho x}\right) B\mathcal{D} = ma \quad \Big| \cdot dt$$

$$\frac{\mathcal{E}_e dt - B\mathcal{D} dx}{R_0 + 2\rho x} B\mathcal{D} = m d\vartheta$$

$$\frac{\mathcal{E}_e - B\mathcal{D}\cancel{\dot{x}}}{R_0 + 2\rho x} \cdot B\mathcal{D} = m\ddot{x}$$

ЗСЭ без ρ:

$$\mathcal{E}_\Sigma \cdot q = \frac{m\vartheta^2}{2} + Q$$

$$(\mathcal{E}_e - \mathcal{E}_i) I dt = \frac{m(d\vartheta)^2}{2} + I^2 R_0 dt$$

т.е. $\frac{(\mathcal{E}_e - \mathcal{E}_i)^2}{R_0} dt = \frac{m(d\vartheta)^2}{2} + \frac{(\mathcal{E}_e - \mathcal{E}_i)^2}{R_0} \cancel{dt}$

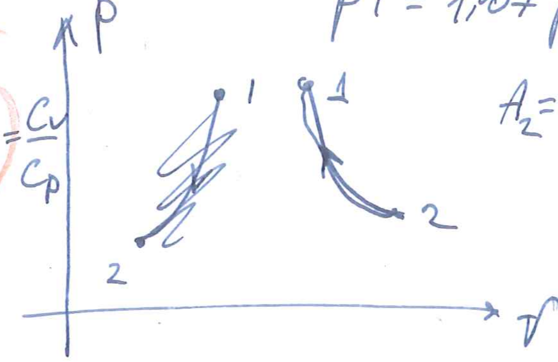
$$\frac{(\mathcal{E}_0 - B\ell v)\,dt}{R_0} = \frac{m(dv)^2}{2} + \frac{(\mathcal{E}_0 - B\ell v)^2}{R_0}$$

№ 2

Вопрос: $\nu = 1$ моль, $i = 5$ $\quad T_0 = 301\ K$

$pV^n = const$ $\quad p_1 = 1{,}007\, p_0$ $\quad Q = 0$

$n = \frac{7}{5} = \frac{C_v}{C_p}$ $\quad A_2 = -\Delta U$



$p_0 V_0 = \nu R T_0$

$p = \frac{const}{V^n}$

$$\delta A_2 = p\,dV = \frac{dV}{V^n}\cdot const$$

$\Delta U_2 = \frac{5}{2}\nu R\, dT =$ $\quad T = \frac{pV}{\nu R}$

$$= \frac{5}{2} d(pV) = \frac{5}{2} d\left(\frac{const}{V^n} V\right) = \frac{5}{2}\, const\, d(V^{1-n})$$

$$0 = \delta Q = dU + \delta A = const\left(\frac{dV}{V^n} + \frac{5}{2} d(V^{1-n})\right)$$

$$\frac{dV}{V^n} = -\frac{5}{2} d(V^{1-n})$$

$\Delta U = \frac{5}{2}\nu R\,\Delta T$ $\quad \begin{cases} p_0 V_0 = \nu R T_0 \\ 1{,}007 p_0 V = \nu R T \end{cases}$

$$\Delta T = \frac{p_0(1{,}007 V - V_0)}{\nu R}$$

т.к. $\Delta p \ll p_0$, то $V \approx const$

тогда $A = -A_2 = \Delta U = \frac{5}{2} p_0 \cdot 7\cdot 10^{-3} V_0 = \frac{5}{2}\cdot 7 \cdot 10^{-3} \nu R T_0$

$= 43{,}7$

Задача.

$h_0 = 0,3$ м

$h_1 = 0,29$ м

$p_a = const$

$i = 5$

$h_{2\,max} = ?$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

Т.к. стенки поршень теплоизолированы, то $\Delta Q = 0 \Rightarrow$ адиабатный процесс.

$p_0 V_0 = \nu R T_0$

$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$V_0 = S h_0 \quad V_1 = S h_1$

$p_0 = p_a + Mg$ +

$p_1' = p_a + Mg + mg$ - в равновесном положении, но наинизшее положени было не равновесным т.к. $V_y = 0$, а $a_y > 0$ (амплитудное положение).

Если поршень считать невесомым, то ~~В равн.~~ для системы справедливо (т.к. теплопотерь нет)

ЗСЭ: $mgh_0 + \frac{5}{2}\nu R T_0 =$
$= mgh_1 + \frac{5}{2}\nu R T_1 =$
$= \frac{5}{2}\nu R T_2$.

×

$A_{mg} = mg(h_0 - h_1) = \frac{5}{2}\nu R (T_1 - T_0)$

~~Пусть $M \ll m$~~

$p_0 V_0 = \nu R T_0$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

~~$p_2 = p_0 + \frac{mg}{S}$~~ $p_0 V_0 = \nu R T_0$

p

+

$pV^n = const \qquad p_0 (h_0 S)^{\frac{7}{5}} = const =$
$= p_1 (h_1 S)^{\frac{7}{5}}$

2 ЗН для поршня: a_y:

$-(p_0 S + mg) + pS = ma \qquad p = \frac{const}{V^n} = \frac{const}{(yS)^n}$

$p_0 S + mg - \frac{c}{(yS)^n} S = m\ddot{y}$

? дальше

Продолжение к Задаче 1.

ЗСЭ: $2\cdot\frac{k\Delta l^2}{2} = const = 2\cdot\frac{k(y\cos\frac{\pi}{4})^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$

$ky^2\cdot\frac{1}{2} + \frac{mv^2}{2} = const$

$ky\dot{y} + m\dot{y}\ddot{y} = 0$

$\ddot{y} + \frac{k}{m}y = 0 \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ и $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} =$

$= \frac{3,14}{2}\cdot\sqrt{\frac{0,25}{1}} = \frac{3,14}{4} = \frac{\pi}{4}$ с

$v_m = \sqrt{2k\frac{\Delta l^2}{m}} = \Delta l\sqrt{\frac{2k}{m}} = \frac{S\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{0,25}} = S\sqrt{2} =$

~~$= 1,2\cdot 1,4 \approx 1,68$ см/с.~~

$= \sqrt{\frac{2\cdot 1}{0,25}}\cdot 1,2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\cdot 2\cdot 1,2\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 2,4\,\frac{см}{с}$

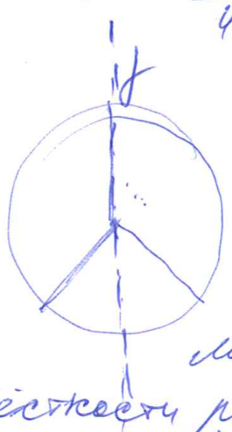
или $v_m = \omega x_m = \omega\frac{S}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{k}{m}}\cdot S\frac{\sqrt{2}}{2} = 2,4\,\frac{см}{с}$

Ответ:

1) $t = \frac{3,14\sqrt{2}}{8}$ с, $v = 4,8\sqrt{2}\ \frac{см}{с}$

2) $t = \frac{3,14}{4}$ с, $v = 2,4\ \frac{см}{с}$.

P.S.



чтобы шайба двигалась прямолинейно и при этом проходила через ПР (центр кольца) она должна двигаться вдоль линии симметрии (с учётом жёсткости резинок и их геометрич. расположения). в нашем случае по прямой y.

$\pi R^2 \longrightarrow 360$

$60 \longrightarrow \frac{\pi R^2}{6}$ $\quad \frac{\pi}{6} R^2 = 2\alpha R^2$

~~A~~л $\frac{\frac{i}{2}R + R}{\frac{i}{2}R} = \frac{\frac{5}{2} + \frac{2}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{7}{5}$

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 1{,}2 \\ 1{,}4 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 48 \\ 12 \end{array} \\ \hline 1{,}68 \end{array}$$

$\vartheta = \omega x = 4\sqrt{2} \cdot 1{,}2$

$\sqrt{4} \cdot 1{,}2 = 2{,}4$