0 897544 160006

89-75-44-16
(116.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11 класс

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы Горы
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Мухаметшина Ильдана Ильнуровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

+1 лист ~~Вт~~

Дата «5» апреля 2024 года

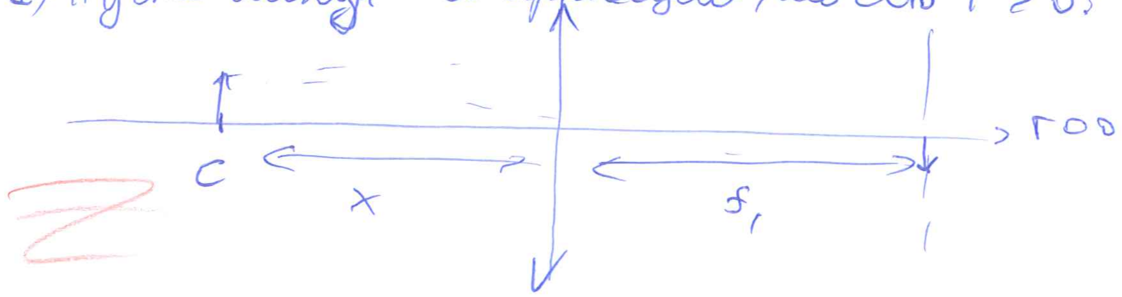
Подпись участника

89-75-44-16 (116.1)

Беловик: Задание 4.

Приближение тонкой линзы состоит в том, что её толщина $d \to 0$, и в работе в рамках оптики малых углов. ±

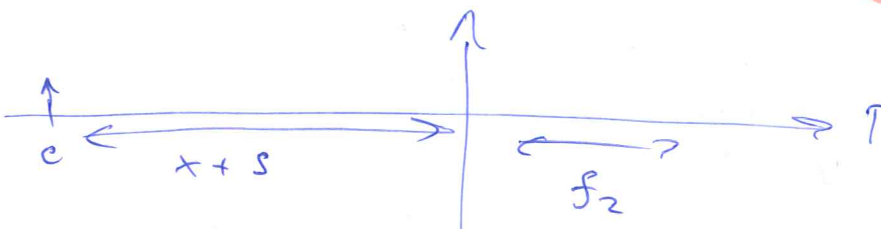
1) Пусть линза — собирающая, то есть $F > 0$:



$|\Gamma| = 0{,}4 < 1 \Rightarrow x > F$ — действит. изобр.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \qquad \frac{f_1}{x} = 0{,}4 = \frac{4}{10}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{10}{4x} = \frac{1}{F} \qquad \frac{1}{F} = \frac{14}{4x}$$



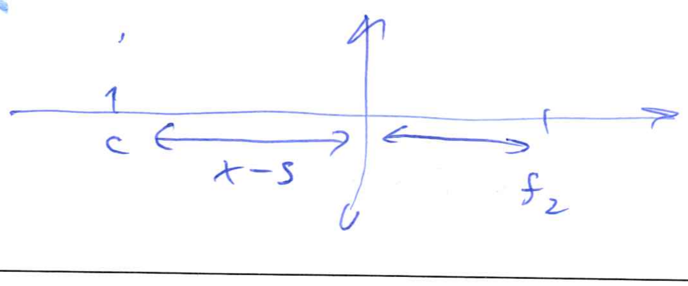
$$\frac{1}{x+s} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \qquad \frac{f_2}{x+s} = \frac{25}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+s} + \frac{10}{25(x+s)} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{35}{25(x+s)}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2x} = \frac{7}{5(x+s)} \Rightarrow 5(x+s) = 2x$$

$$5x + 5s = 2x; \quad x = \frac{-5s}{3} < 0$$

а мы считали, что $x > 0$, значит линзу передвинули к свече: +



73

$$\frac{1}{x-S} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \qquad \frac{f_2}{x-S} = \frac{25}{10}$$ Беловик

$$\Rightarrow \frac{35}{25(x-S)} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{35}{25(x-S)} = \frac{7}{2x}$$

$$\frac{7}{5(x-S)} = \frac{7}{2x} \Rightarrow 5x - 5S = 2x$$

$$3x = 5S$$

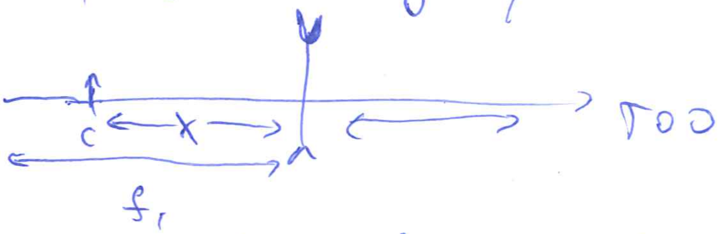
$$\boxed{x = \frac{5}{3}S}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{F} = D = \frac{7}{2x} = \frac{7}{\frac{5}{3}\cdot 2\cdot S} = \frac{7}{\frac{10}{3}\cdot S} =$$

$$= \frac{7}{\frac{10}{3}\cdot 70\,\text{см}} = \frac{\cancel{7}\,10}{\frac{10}{3}\cdot \cancel{0{,}7}\,\text{м}} = 3\ \text{дптр} > 0.$$

$\Rightarrow$ предположение верно.

2) Пусть линза рассеивающая:

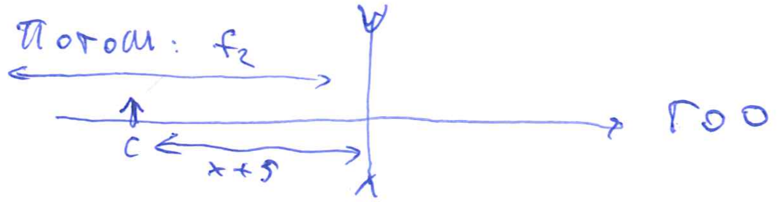


$$\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{f_1} = -\frac{1}{F} \qquad \frac{f_1}{x} = \frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{10}{4x} = -\frac{1}{F} = -\frac{6}{4x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{6}{4x}.$$

Потом:



89-75-44-16 (116.1)

Беловик

Задача 2 (продолжение)

$\cancel{\Rightarrow Q = \frac{5}{2}\left(P_a S \cdot h_1 + (m+M) g h_1 - P_a S h_0 - Mg h_0\right)}$

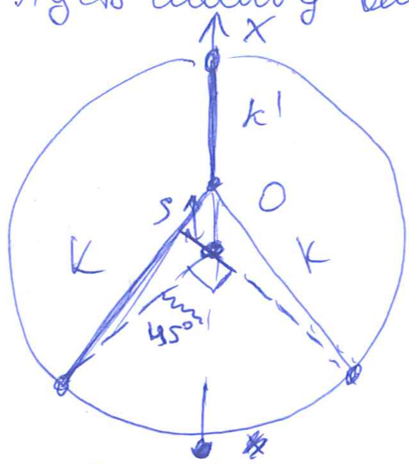
Адиабаты:

$p_0 (h_0)^{\frac{7}{5}} = p_1 h_1^{\frac{7}{5}}$

$\Rightarrow \left(p_a + \frac{Mg}{S}\right) \cdot h_0^{\frac{7}{5}} = \left(p_a + \frac{Mg}{S} + \frac{mg}{S}\right) h_1^{\frac{7}{5}}$

Задание 1.

1) Пусть шайбу сместим вдоль резинки k':



Тогда резинка k' — не натянута $\Rightarrow$ на „m" действуют только силы упругости со стороны двух резинок k:

Если $s \ll R$, то удлинение каждой резинки:

$\Delta x = s \cdot \cos 45° = \frac{\sqrt{2} s}{2}$. В проекции на ось силы: $-2 \cdot k \Delta x \cdot \cos 45° = \frac{-2ks}{2} = -ks = ma_x$

$\Rightarrow a_x + \frac{k}{m} s = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

$\Rightarrow x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$

$x(0) = s = A \cdot \cos(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$

$v_x(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$

$v_x(0) = 0; \Rightarrow \sin\varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$.

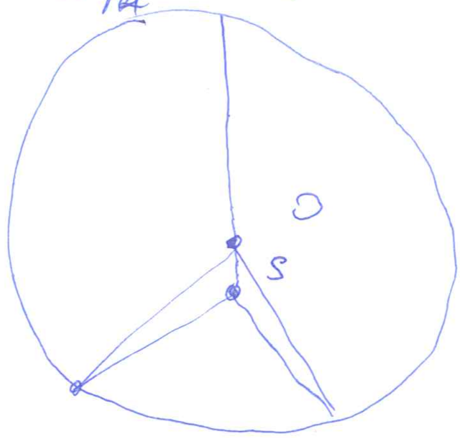
$\Rightarrow A = s \Rightarrow x(t) = s \cdot \cos(\omega t)$

$\Rightarrow t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$; $v_x = -s\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sin\frac{\pi}{2} = -s\sqrt{\frac{k}{m}}$

Итого: $t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k^*}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{1}{4}}\ с = \frac{\pi}{4}\ с.$ $v = S\sqrt{\frac{k^*}{m}} = 1{,}2\ см\sqrt{\frac{4\frac{Н}{м}}{1\ кг}} = 2\cdot 0{,}012\frac{м}{с} = 0{,}024\frac{м}{с}$

2)

Беловик



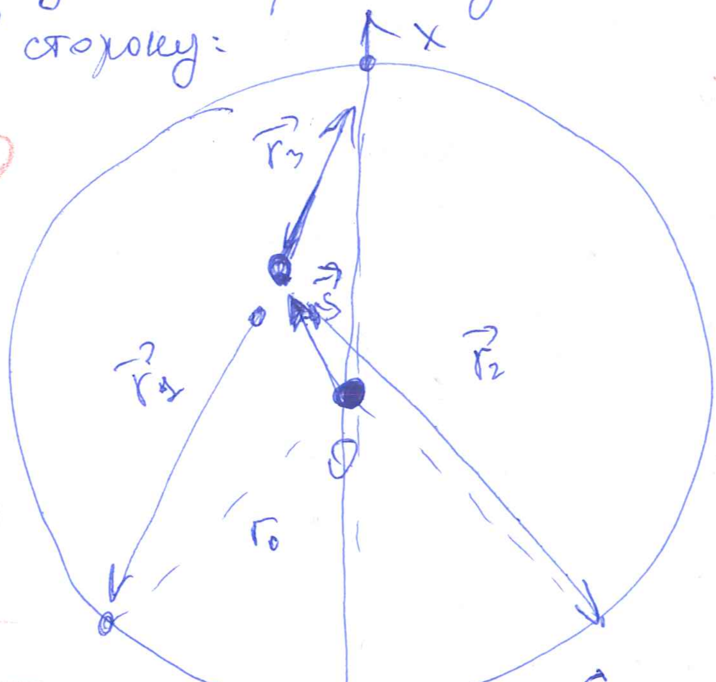
Теперь нить k' — натянута, нити k — нет

$\Rightarrow a_x + \frac{k'}{m}S = 0;\quad x(t) = A\cdot\sin(\omega t + \varphi_0)$

$\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}}$ => По аналогии (п 1):

$t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k'}} = \frac{\pi}{2}\frac{\sqrt{5}}{4}\ с.$; $v = S\sqrt{\frac{k'}{m}} = 1{,}2\ см\cdot\sqrt{\frac{0{,}8}{0{,}25}} = \frac{1{,}2\cdot 4}{\sqrt{5}}\frac{см}{с}.$

3) Пусть теперь шайбу отвели как-то в сторону:



$\vec{F_1} = \frac{k\vec{r_1}}{r_1}(r_1 - r_0)$

Если шайбу начали и продолжила движение по прямой, то сумма сил на ось ⊥ оси её движения равна 0.

89-75-44-16 (116.1)

Беловик

$\frac{1}{x+5} - \frac{1}{f_2} = -\frac{1}{F}$ $\frac{f_2}{x+5} = \frac{25}{10}$

$\frac{1}{x+5} - \frac{10}{25(x+5)} = -\frac{1}{F}$

$\frac{15}{25(x+5)} = -\frac{1}{F} \Rightarrow \frac{3}{5(x+5)} = -\frac{3}{2x}$

$5x+55=-2x$; $7x=-55 \Rightarrow x=\frac{-55}{7}<0$.

Противоречие.

Если подвинули ближе к свече:

$\frac{1}{x-5} - \frac{1}{f_2} = -\frac{1}{F}$; $\frac{f_2}{x-5} = \frac{25}{10}$

$\frac{15}{25(x-5)} = -\frac{1}{F} \Rightarrow \frac{3}{5(x-5)} = -\frac{3}{2x}$

$5x-55=-2x$; $7x=55$ $x=\frac{55}{7}$

$\frac{1}{F} = D = \frac{3}{2x} = \frac{3}{2 \cdot \frac{55}{7}} = \frac{3}{\frac{10}{7} \cdot \frac{7}{10}} =$

$=$ 3дптр.

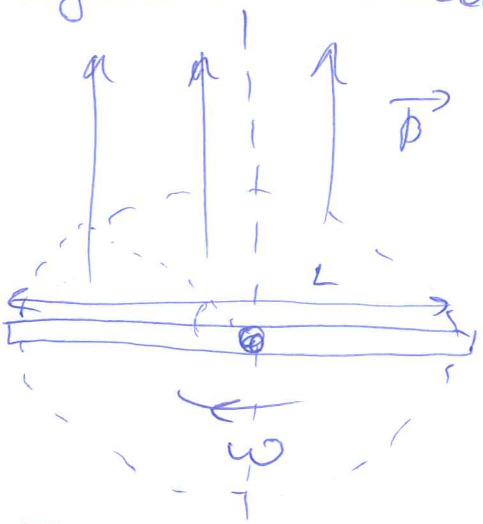
Стоит отметить, что $|\Gamma| = \left|\frac{f}{d}\right| = \left|\frac{H}{h}\right|$

$|\Gamma| = \left|\frac{H}{h}\right| = \left|\frac{f}{d}\right|$.

Получается, что линза может быть как собирающей, так и рассеивающей, но в условии сказано, что изображение получали на экране => линза собирающая, $D=3$дптр.

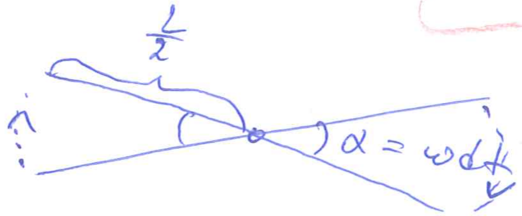
Ответ: 3дптр.

Задача 3. Беловик.



$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

За время dt:



$$dS = \frac{2\cdot\alpha}{\pi}\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{2\cdot\omega\, dt}{\pi}\,\frac{L^2}{4}.$$

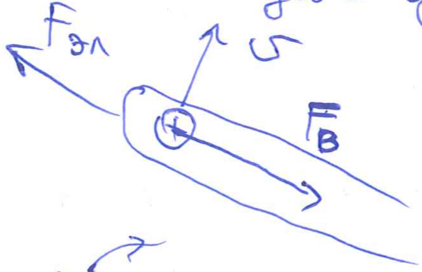
$$d\Phi = B\,dS = B\cdot\frac{\omega\, dt\, L^2}{2\pi}$$

Рассмотрим половину стержня:

$$dS' = \frac{\alpha}{\pi}\cdot\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{\omega\, dt}{\pi}\,\frac{L^2}{4}$$

$$d\Phi' = B\,dS.$$

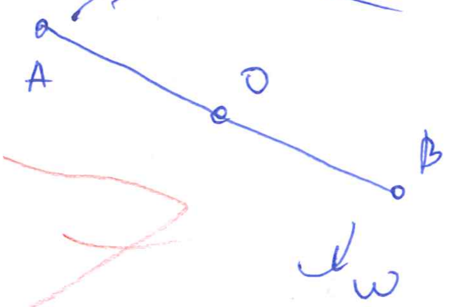
Силы действующие на заряды:



Сила электростат. поля действует вдоль стержня =>

$$\varphi_A < \varphi_O$$

$$\varphi_B < \varphi_O$$



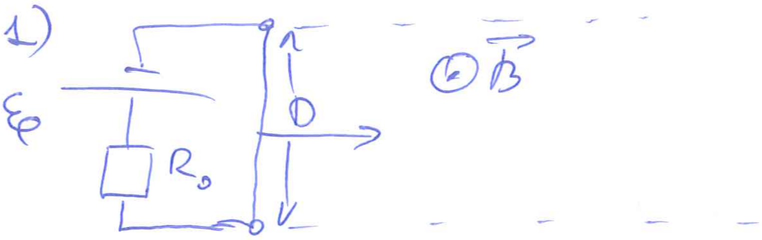
$$\varphi_O - \varphi_A = \frac{d\Phi'}{dt} = \frac{B\cdot\omega}{\pi}\,\frac{L^2}{4}$$

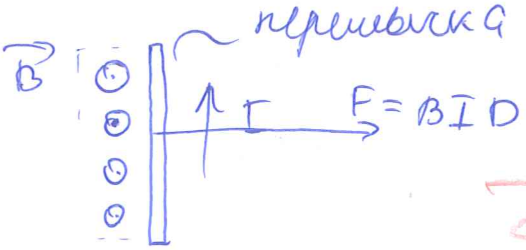
$$\varphi_O - \varphi_B = \frac{d\Phi'}{dt} = \frac{B\omega}{4\pi}L^2$$

$$\Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = 0.$$

Беловик:

1)

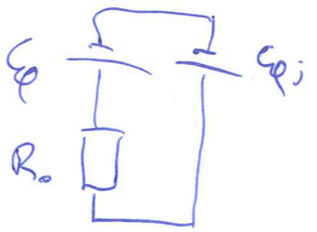




$dS = v\,dt \cdot D$

$|\varepsilon_i| = \frac{B\,dS}{dt} = BvD.$

~~ε_i направится~~ ε_i действует против источника:



$\Rightarrow \varepsilon_\varphi - \varepsilon_i = I \cdot R_0$

$I = \frac{\varepsilon_\varphi - \varepsilon_i}{R_0} = \frac{\varepsilon_\varphi}{R_0} - \frac{BvD}{R_0}$

$F = m \cdot a: \quad B \cdot \frac{\varepsilon_\varphi - BvD}{R_0} \cdot D = m \cdot \frac{dv}{dt}$

$$\frac{B\varepsilon_\varphi D}{R_0} - \frac{B^2 D^2}{R_0} v = m\frac{dv}{dt} \quad (1)$$

$\overset{\shortparallel}{z}$

$dz = -\frac{B^2 D^2}{R_0} dv \Rightarrow dv = \frac{-dz \cdot R_0}{B^2 D^2}$

$\Rightarrow z = -\frac{m \cdot dz\, R_0}{B^2 D^2\, dt} \Rightarrow \int_0^t \frac{-B^2 D^2\, dt}{m R_0} = \int_{z(0)}^{z(t)} \frac{dz}{z}$

$z(0) = \frac{B\varepsilon_\varphi D}{R_0}$

$\Rightarrow \frac{-B^2 D^2}{m R_0} t = \ln \frac{z(t)}{z(0)} \Rightarrow e^{-\frac{B^2 D^2 t}{m R_0}} = \frac{z(t)}{z(0)}$

$$\frac{\cancel{B}\mathcal{E}_0\cancel{D}}{\cancel{R_0}}-\frac{B^{\cancel{2}}D^{\cancel{2}}v}{\cancel{R_0}}=\frac{\cancel{B}\mathcal{E}\cancel{D}}{R_0}\cdot e^{-\frac{B^2D^2}{mR_0}\cdot t}$$ Бешовик

$$\mathcal{E}_0-BDv=\mathcal{E}_0\cdot e^{-\frac{B^2D^2}{mR_0}t}\Rightarrow$$

$$v=\frac{\mathcal{E}_0}{BD}\left(1-e^{-\frac{B^2D^2}{mR_0}\cdot t}\right)=$$

~~Экспонента~~

$$=v(t)=\frac{\mathcal{E}_0}{BD}\left(1-\frac{1}{e^{\frac{B^2D^2}{mR_0}\cdot t}}\right)$$

$\frac{B^2D^2}{mR_0}=k$

$$\Rightarrow v_{max}=v(t\to\infty)=\frac{\mathcal{E}_0}{BD}$$

$$\frac{95}{100}\frac{\cancel{\mathcal{E}_0}}{\cancel{BD}}=\frac{\cancel{\mathcal{E}_0}}{\cancel{BD}}\left(1-\frac{1}{e^{kt_0}}\right)$$

$$\Rightarrow\frac{1}{e^{kt_0}}=\frac{5}{100}\Rightarrow e^{-kt_0}=\frac{5}{100};\ t_0=\frac{\ln\frac{5}{100}}{-k}.$$

~~Вернёмся к (1): домножим на dt:~~

~~$$\frac{B\mathcal{E}_0D\cdot dt}{R_0}-\frac{B^2D^2}{R_0}\underbrace{dS}_{=v\,dt}=m\,dv;\ \text{просуммируем:}$$~~

~~$$\frac{B\mathcal{E}_0D}{R_0}\cdot t_0-\frac{B^2D^2}{R_0}S_0=m\cdot\frac{95}{100}\frac{\mathcal{E}_0}{BD}$$~~

~~Во втором случае все формулы будут такими же просто вместо R_0 будет $R_э=R_0+g\cdot D$, то есть: $t_э=\dfrac{\ln\frac{5}{100}}{-\frac{B^2D^2}{mR_э}}$~~

~~$$\frac{B\mathcal{E}_0D}{R_э}\cdot t_э-\frac{B^2D^2}{R_э}S_э=m\cdot\frac{95}{100}\frac{\mathcal{E}_0}{BD}$$~~

Черновик

$$\Rightarrow t_0 = \frac{\ln \frac{5}{100}}{-B^2D^2} m \cdot R_0$$

$$t_7 = \frac{\ln \frac{5}{100}}{-B^2D^2} m R_7$$

$$\Rightarrow B\mathcal{E}D \cdot \frac{\ln\frac{5}{100}}{-B^2D^2} m$$

$$\frac{B\mathcal{E}D}{R_0} t_0 - \frac{B^2D^2 \cdot S_0}{R_0} = \frac{B\mathcal{E}D}{R_7} t_7 - \frac{B^2D^2}{R_7} \cdot S_7$$

$$S_7 = \left(\frac{B\mathcal{E}D}{R_0} t_0 - \frac{B\mathcal{E}D}{R_7} \cdot t_7 - \frac{B^2D^2 \cdot S_0}{R_0}\right) \frac{-R_7}{B^2D^2} =$$

$$= \left(\frac{B\mathcal{E}D \cdot \ln\frac{5}{100}}{-B^2D^2} \cdot m - \frac{B\mathcal{E}D}{-B^2D^2} \ln\frac{5}{100} \cdot m - \frac{B^2D^2 \cdot S_0}{R_0}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(-\frac{R_0 + \rho D}{B^2D^2}\right)$$

Вернёмся к (2): домножим на dt и просуммируем:

$$\frac{B\mathcal{E}D}{R_0} t_0 - \frac{B^2D^2}{R_0} S_0 = 95 m \frac{\mathcal{E}}{BD}.$$

Второй случай:

$F = BID$: $I = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_i}{R(x)} = \frac{\mathcal{E} - B v_x D}{R_0 + \rho x}$

$R(x) = R_0 + \rho x$

$$\Rightarrow \frac{BD}{R_0 + \rho x}(\mathcal{E} - BDv_x) = m \frac{dv_x}{dt}$$

Беловик:

Если $v_x = v_{max}(t)$, то $\dot{v}_x(t) = a_x = 0$

$\Rightarrow F = 0$; $\Rightarrow \mathcal{E} - BDv_x = 0 \Rightarrow v_{x\,max} =$

$= \dfrac{\mathcal{E}}{BD}$

Беловик:

Задание 2:

O_2 — двухатомный газ ($i=5$). Для адиабаты: $pV^\gamma = const$ ~~$\gamma = \frac{i+2}{2} = \frac{7}{2}$~~

1) $p_0 \cdot V_0^{\frac{7}{5}} = \left(1+\frac{7}{1000}\right) p_0 V_1^{7/5}$ $\qquad \gamma = \frac{7}{5}$ — для ($i=5$)

$$V_1 = V_0 \left(\frac{1}{\frac{1007}{1000}}\right)^{\frac{5}{7}} = V_0 \left(\frac{1000}{1007}\right)^{\frac{5}{7}}$$

$p_0 V_0 = \nu R T_0$ — начальное сост

$\frac{1007}{1000} p_0 \cdot V_0 \cdot \left(\frac{1000}{1007}\right)^{\frac{5}{7}} = \nu R T'$ — конеч. сост.

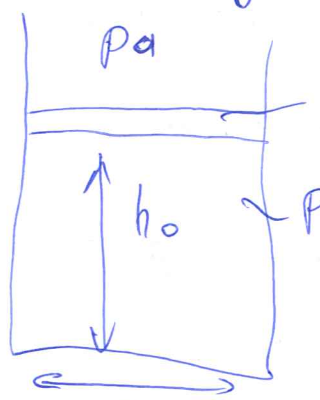
$$\Rightarrow \frac{T'}{T_0} = \frac{1007}{1000} \cdot \left(\frac{1000}{1007}\right)^{\frac{5}{7}}$$

$Q = 0 = \frac{5}{2} \nu R (T' - T_0) + A_г$; $A_г = -A_{\text{над газом}}$

$\Rightarrow$ искомое $A = \frac{5}{2} \nu R T_0 \left(1 - \frac{1007}{1000} \cdot \left(\frac{1000}{1007}\right)^{\frac{5}{7}}\right)$

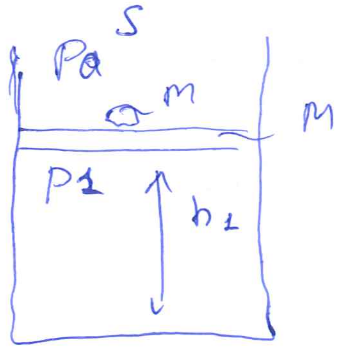
В общем случае $\gamma = \frac{i+2}{i}$.

а)



$$\begin{cases} p_0 = p_a + \frac{Mg}{S} \\ p_0 \cdot S h_0 = \nu R T_0 \end{cases}$$

б)

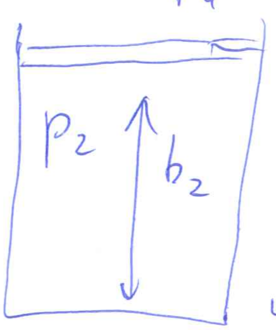


$$\begin{cases} p_1 = p_a + \frac{Mg}{S} + \frac{mg}{S} \\ p_1 \cdot S h_1 = \nu R T_1 \end{cases}$$

т.к. это наинизшее положение

Беловик:

в)



$$M \begin{cases} p_2 = p_a + \dfrac{Mg}{S} = p_0 \\ p_2 h_2 S = \nu R T_2 \end{cases}$$

Воздух всё время теплоизолирован $\Rightarrow Q_+ = 0$. Процессы по условию квазиравновесны $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ эти процессы — адиабаты.

По ЗСЭ:

а–б: $$0 = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_0) + A_B$$

$$(m+M)g(h_1 - h_0) = p_a S(h_0 - h_1) - A_B$$

б–в: $$0 = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) + A_{B2}$$

$$Mg(h_2 - h_1) = A_{B2} - p_a S(h_2 - h_1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = \dfrac{5}{2}\nu R(T_1 - T_0) + p_a S(h_0 - h_1) - (m+M)g(h_1 - h_0) \\ 0 = \dfrac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) + Mg(h_2 - h_1) + p_a S(h_2 - h_1) \end{cases}$$

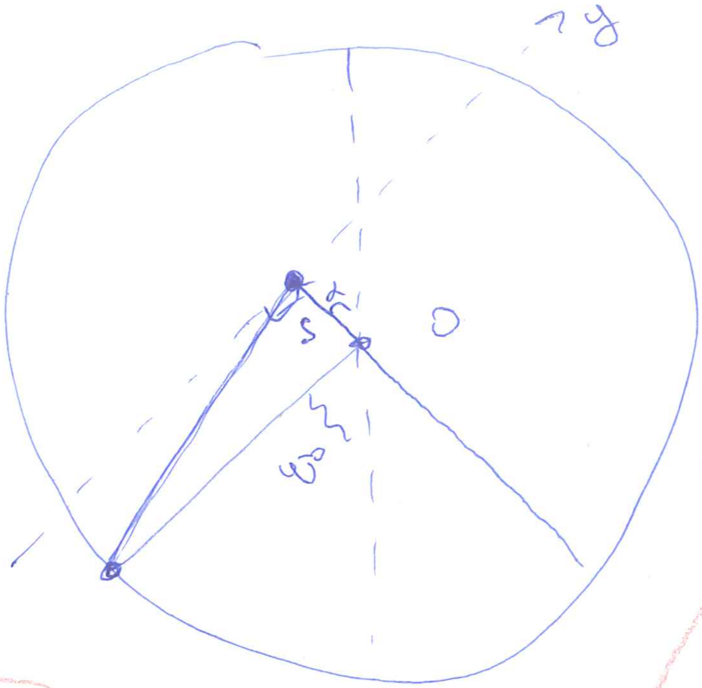
• $\nu R(T_1 - T_0) = p_1 S h_1 - p_0 S h_0 =$

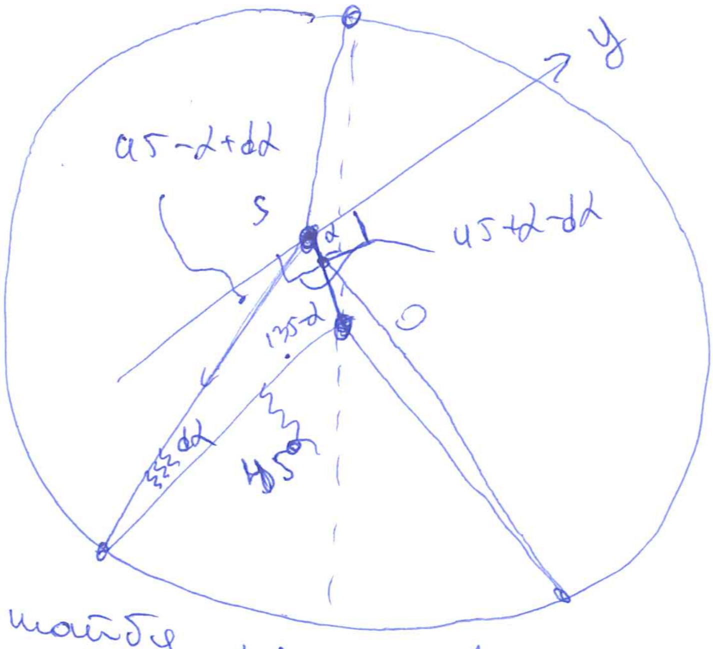
$= S\left(p_a + \dfrac{mg}{S} + \dfrac{Mg}{S}\right)h_1 - S\left(p_a + \dfrac{Mg}{S}\right)h_0 =$

$= p_a S h_1 + (m+M)g h_1 - p_a S h_0 - Mg h_0$

• $\nu R(T_2 - T_1) = p_2 S h_2 - p_1 S h_1 =$

$= p_a S h_2 + Mg h_2 - p_a S h_1 - (m+M)g h_1$





Пусть шайбу теперь отвели так, что ~~удлинение~~ нить k' — не натянута, а нити k — натянуты, причём $S \parallel OX$. Да так, что суммарная сила упругости направлена к центру окружности.

Беловик: Задача 1 Вопрос 1: $\vec{g} = -\operatorname{div}\vec{U}$

$$g_x(x;y) = -\frac{k}{2}(8x+y^2)$$

$$g_y(x;y) = -\frac{k}{2}(4x^2+2y) = -k(2x^2+y)$$

Ox: ~~mg_x g_x a_x~~

$F_x = mg_x \quad \hookrightarrow \quad \omega_x = \sqrt{\frac{4k}{m}}$

$F_y = mg_y \quad \hookrightarrow \quad \omega_y = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Черновик

$$\frac{B\,\mathcal{E}\,D\,t_0}{R_0} - \frac{B^2 D^2 S_0}{R_0} = m\frac{95}{100}\,\frac{B\,\mathcal{E}\,D}{R_0}\,\frac{\mathcal{E}}{BD}$$

$$\int \left(1 - e^{-kt}\right) dt = \frac{e^{-kt}}{-k}$$

$$= t_0 - \frac{e^{-kt_0}}{-k} + \frac{e^{-0}}{k} =$$

$$= t_0 + \frac{1 + e^{-kt_0}}{k} = t_0 + \frac{21}{k}$$

$$BD\mathcal{E} - (BD)^2 \dot{x} = m\ddot{x}R_0 + m\ddot{x}\,gx$$

$$Q_0 = \frac{C_p - C}{C_V} = \frac{5}{2}\cdot\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$C_p = \frac{5}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = \frac{7}{2} : \frac{2}{7}$$

$$0 = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_0) + A_B$$

$$A_2\quad (m+M)g(h_1 - h_0) = p_a S(h_0 - h_1) - A_B$$

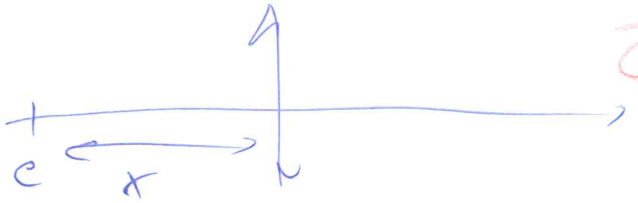
$$0 = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) + A_{B2}$$

$$Mg(h_2 - h_1) = A_{B2} - p_0 S(h_2 - h_1)$$

$$p_0(Sh_0)^{7/5} = p_1(Sh_1)^{7/5} = p_2(Sh_2)^{7/5}$$

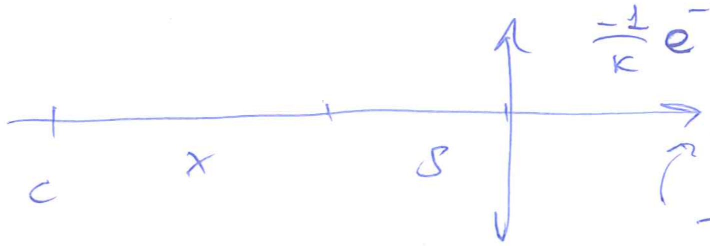
$$R\,d\alpha \qquad \frac{k}{2}\left(8x + y^2\right)$$

Черновик.



$\frac{2d}{\pi}\left(\frac{L}{2}\right)^2$

$-\frac{1}{k} e^{-kt}$

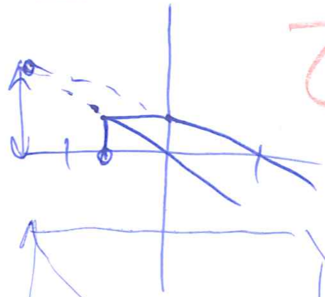


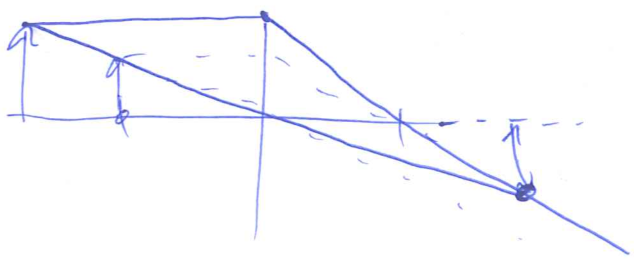
$\frac{1}{e^{kt}} = e^{-kt}$

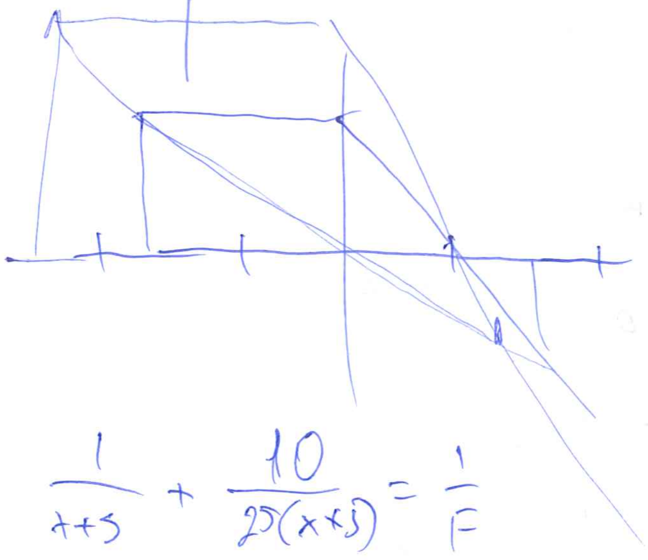
$\frac{f}{\cancel{x}} = \frac{4}{10}$ $\quad f = \frac{4}{10} x$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{4}{4x} + \frac{10}{4x} = \frac{1}{F}$

$\frac{14}{4x} = \frac{1}{F}$







$\frac{f}{x+s} = \frac{25}{10}$

$\frac{1}{x} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$

$\frac{1}{x+s} + \frac{10}{25(x+s)} = \frac{1}{F}$

$\frac{f-x}{fx} = -\frac{1}{F}$

$\frac{1}{F} = \frac{35}{25(x+s)}$

$-fx = Ff - Fx$

$\frac{Fx}{F+x} = f = \frac{F}{\frac{F}{x}+2}$