94-55-36-90
(181.4)

Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

+1

Вариант 172

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников

по математике

Горской Елены Владимировны
фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата
«22» марта 2016 года

Подпись участника
Горд

Мифтахов Миф (65) (Шестьдесят пять) верно

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Науменко

94-55-36-90 (181.4)

ОЛИМПИАДА ПВГ 2016

Чистовик

Задача 1

1) $\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}=\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sin\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos\frac{1}{2}\right)=$

$=\sqrt{2}\cdot\left(\sin\frac{1}{2}\cdot\cos\frac{\pi}{4}+\cos\frac{1}{2}\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)$

т.к. $\pi>3$, то

$\frac{\pi}{6}>\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, т.е. $\frac{1}{2}<\frac{\pi}{6}$; ~~тогда~~

тогда и $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}<\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}=$

$=\frac{10\pi}{24}=\frac{5\pi}{12}$

т.к. $f(t)=\sin t$ ↗ на $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

и $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}<\frac{5\pi}{12}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ тогда $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)<\sin\frac{5\pi}{12}$

но $\frac{5\pi}{12}=75^\circ$; т.к. $75^\circ=\frac{75^\circ}{180^\circ}\cdot\pi=\frac{75\pi}{180}=\frac{5\pi}{12}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)<\sin 75^\circ.$

$\sin 75^\circ=\cos(90^\circ-75^\circ)=\cos 15^\circ.$

По формуле вычисления косинуса половинного угла: $\cos^2 15^\circ=\cos^2\frac{30^\circ}{2}=\frac{1+\cos 30^\circ}{2}=\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

$0<\cos 15^\circ<1$, т.к. угол в I четверти $\Rightarrow$

$\Rightarrow\cos 15^\circ=\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{4}}=\frac{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}{4}=$

$=\frac{\sqrt{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}}{4}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},$

т.е. $\sin 75^\circ=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$

Имеем: $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)<\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\sqrt{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)<\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=\frac{2\sqrt{3}+2}{4}=\frac{\sqrt{3}+1}{2},$

т.е. $\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

$t_2 - 3 < \frac{9}{4}$

$t_2 - 3 < 2,25$

$t_2 < 5,25$

Но t_2 – время проезда 1 круга медленным водителем, т.е. оно меньше $t_1 = 3$, ибо 2й (медл) водитель проезжает круг за время, большее, чем у быстрого.

Тогда имеем: $3 < t_2 < 5,25$,

где t_2 – целое

Значит, $t_2 = 4$ (мин) или $t_2 = 5$ (мин)

Если $t_2 = 5$ (мин), то $\Delta t = \frac{9}{t_2 - 3} + 3 = \frac{9}{5-3} + 3 =$

$= \frac{9}{2} + 3 = 7,5$ мин. Но по условию Δt – целое. противоречие. Значит, $t_2 = 4$ (мин),

тогда $\Delta t = \frac{9}{t_2 - 3} + 3 = \frac{9}{4-3} + 3 = 12$ (мин)

Ответ: 12 минут. верно

Задача 5

Дано:

SABC – пир.

D ∈ (ABC)

$\rho(D; SA) = 5$

$\rho(D; SB) = 2\sqrt{5}$

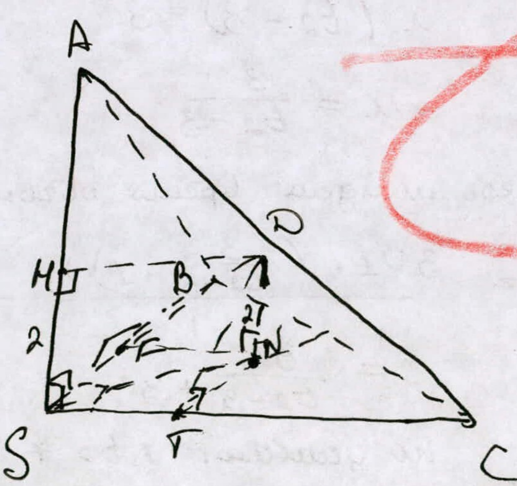
$\rho(D; SC) = \sqrt{13}$

$SA \perp SB$; $SA \perp SC$

$SB \perp SC$

min V_{SABC} – ?

Решение:



пояснение

1) Пусть $H \in SA$; $DH \perp SA$

$F \in SB$; $DF \perp SB$

$T \in SC$; $DT \perp SC$

} построение

$N \in (SBC)$; $DN \perp (SBC)$

$(AS \perp BS; AS \perp CS) \Rightarrow AS \perp (SBC)$ } ⇒ призн. перп прям и плоск

$t_1 = \frac{S}{v_1} = 3$ мин. (по условию), т.е.

$S = 3v_1$.

Медленный водитель проезжал круг за $t_2 = \frac{S}{v_2}$ (мин).

2) Поскольку оба водителя едут в одном направлении и время между обгонами одинаково (ибо скорость водителей неизменна), то найдем время обгона, посчитав, когда же случится первый.

Итак, к моменту 1-го обгона быстрый водитель проехал на 1 круг больше, чем медленный. Пусть медленный проехал x (кругов), тогда быстрый проехал (x+1) кругов. А время Δt (время обгона, в минутах) они ехали одинаковое.

Итак: $\Delta t = \frac{S(x+1)}{v_1} = \frac{S \cdot x}{v_2}$

Найдем x:

$\frac{Sx}{v_1} + \frac{S}{v_1} = \frac{Sx}{v_2}$

$\frac{Sx}{v_2} - \frac{Sx}{v_1} = \frac{S}{v_1}$

$= 3$ по 1) пункту

$x\left(\frac{S}{v_2} - \frac{S}{v_1}\right) = 3$

$x(t_2 - 3) = 3$

$x = \frac{3}{t_2 - 3}$

3) теперь найдем время обгона Δt: $\Delta t = \frac{S(x+1)}{v_1} =$

$= \frac{3v_1 \cdot \left(\frac{3}{t_2-3} + 1\right)}{v_1} = 3 \cdot \left(\frac{3}{t_2-3} + 1\right) =$

$= \frac{9}{t_2-3} + 3$

по условию: $\Delta t > 7$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{9}{t_2-3} + 3 > 7$

$\frac{9}{t_2-3} > 4 > 0$, тогда

$\frac{t_2-3}{9} < \frac{1}{4}$

2) Сравним $\frac{\sqrt{3}+1}{2}^{\cdot 19}$ и $\frac{26}{19}^{\cdot 2}$, т.е. $\frac{19\sqrt{3}+19}{38}$ и $\frac{52}{38}$;

т.е. $(19\sqrt{3}+19)$ и 52.

$19\sqrt{3}+19 \vee 52$

$19\sqrt{3} \vee 33$

$\sqrt{3} \vee \frac{33}{19}$

$$
\begin{array}{r|l}
33 & 19 \\
-19 & 1,\cancel{3}736\ldots \\
140 & \\
-133 & \\
70 & \\
-57 & \\
130 & \\
-114 & \\
160\ldots &
\end{array}
$$

$\frac{33}{19} >_{\approx} 1,736.$

$$
\begin{array}{r}
\times\ 1,736 \\
1,736 \\
\hline
10416 \\
5208\ \\
12152\ \ \\
1736\ \ \ \\
\hline
3,313696
\end{array} > 3,
$$

т.е. $\left(\frac{33}{19}\right)^2 > (1,736)^2 > 3$
$h(m)=\sqrt{m}$ ↗ на $[0;+\infty)$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{3} < \frac{33}{19}$, тогда

$19\sqrt{3}+19 < 52$

$\underbrace{\left(\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}\right) < \frac{\sqrt{3}+1}{2}}_{\text{взяли из 1) пункта}} < \frac{26}{19}$

Ответ: $\left(\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}\right) < \frac{26}{19}$.

верно

Задача 2 верно

1) Пусть S (км) - длина трассы
v_1 (км/мин) - скорость более быстрого водителя
v_2 (км/мин) - скорость менее быстрого водителя.

Тогда быстрый водитель проезжает круг за

Чистовик

$\Rightarrow$ ЮN ∥ AS — как 2 прям, перп. 1 плоск.

$\triangle NSH$ — прям(?) $\Rightarrow$ — по призн. прям.

$\Rightarrow NS = DH = 5$; $DN = HS$. — прот. стор прям.

2) $DF \perp BS$; NF — проекц DF на (BSC)
BS ⊂ (BSC) $\Rightarrow$

$\Rightarrow NF \perp BS$, $SC \perp BS$ $\Rightarrow FN \parallel ST$ — по теор. о трех перпендик.

аналог. $TN \parallel FS$, $\angle S = 90°$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow S$ FNT — прям. — по призн. прямоуг.

$\triangle STN$: $\angle T = 90°$: $SN^2 = ST^2 + TN^2 = 25 \Rightarrow$ — т. Пифагора.

$\Rightarrow ST^2 = 25 - TN^2 = NF^2$ — прот. стор. прям

3) $\triangle NFD$; $\angle N = 90°$, $DN^2 = DF^2 - FN^2 =$ — т. Пифагора

$= 20 - 25 - TN^2 =$

$= NT^2 - 5$

$\triangle NTD$; $\angle N = 90°$: $ND^2 = TD^2 - TN^2 =$

$= 13 - TN^2$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow NT^2 - 5 = 13 - TN^2$

$TN^2 = 9$, $TN > 0$ $\Rightarrow TN = 3$, — аксиома изм. отрез.

тогда $TS = \sqrt{25-9} = 4$. — из п. 2)

4) $DN^2 = 13 - TN^2 = 4 \Rightarrow DN = 2 = HS$ — из п. 1), 3).

Макс. объем дост-ся,
если SD — выс пир,
т.е. $SD \perp (ABC) \Rightarrow SD \perp BC$ — опр перп пр и пл.
SN — проекц SD на (SBC) $\Rightarrow$

$\Rightarrow SN \perp BC \Rightarrow$ — теор. о трех. перпендик.

$\Rightarrow \angle BCS = \angle BSN =$

$= \arcsin \frac{4}{5}$

$= \sqrt{2,3^2 + 2,6^2} + \sqrt{0,7^2+3,4^2} = \sqrt{5,29+6,76} + \sqrt{0,49+11,56} =$

$= \sqrt{12,05} + \sqrt{12,05} = 3,5 + 3,5 = 7$

$= 2\sqrt{12,05} = \sqrt{48,2}$

арифм. ошибка

Ответ: 7

вот ответ

Задача 4

$[\log_3(\log_2 x)]^2 - 10\log_3([\log_2 x]) +$

$+ 21\log_3(\log_2[x]) = 0$

ОДЗ: $[x] > 0$, т.е. $x \geq 1$

$\log_2 x > 0$, т.е. $(2-1)(x-1) > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

неверно

1) Если $x \geq 4$, то

$\log_2[x] \geq \log_2 4 = 2$. т.к. $f(t) = \log_2 t \nearrow$ на $(0;+\infty)$

~~$\log_3([\log_2 x]$~~ $\log_3(\log_2[x]) \geq \log_3 2$,

т.к. $h(m) = \log_3 m \nearrow$ на $(0;+\infty)$

т.е. $21\log_3(\log_2[x]) \geq 21\log_3 2$

$[\log_2 x] \geq \log_2 4 = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow -10\log_3([\log_2 x]) \leq -10\log_3 2$

тогда $[\log_3(\log_2 x)]^2 - 10\log_3([\log_2 x]) +$

$+ 21\log_3(\log_2[x]) \geq 11\log_3 2 > 0$, т.е. рав-во

0 не достигается. Аналогично это больше 0 и при $x > 2$. неверно

Если $\underline{x = 2}$, то верно: $[\log_3 \log_2 2]^2 - 10\log_3([\log_2 2]) +$

$+ 21\log_3(\log_2[2]) = 0 - 0 + 0 = 0$. (ист)

Если же $1 < x < 2$, то $21\log_3(\log_2[x]) =$

$= 21\log_3 \cdot \log_2 1 = 0$ не сущ-ет.

Ответ: $\{2\}$. неверно

$$f(a) = \sqrt{(a-3)^2 + (2a-4)^2} + \sqrt{a^2 + (2a-4+6)^2} =$$

$$= \sqrt{a^2 - 6a + 9 + 4a^2 - 16a + 16} + \sqrt{5a^2 + 8a + 4} =$$

$$= \sqrt{5a^2 \cancel{+10a} - 22a + 25} + \sqrt{5a^2 + 8a + 4}$$

$D(f) = [0;2]$; $D(f') = (0;2)$.

$$f'(a) = \left(\sqrt{5a^2 - 22a + 25} + \sqrt{5a^2 + 8a + 4}\right)' =$$

$$= \frac{(10a - 22)}{2\sqrt{5a^2 - 22a + 25}} + \frac{10a + 8}{2\sqrt{5a^2 + 8a + 4}} = \frac{5a - 11}{\sqrt{5a^2 - 22a + 25}} + \frac{5a + 4}{\sqrt{5a^2 + 8a + 4}}$$

В данном случае все критические точки найдем, решив уравнение $f'(a) = 0$, т.е.

$$\frac{11 - 5a}{5a + 4} = \frac{\sqrt{5a^2 - 22a + 25}}{\sqrt{5a^2 + 8a + 4}}, \text{ тогда}$$

$$\frac{25a^2 - 110a + 121}{25a^2 + 40a + 16} = \frac{5a^2 - 22a + 25}{5a^2 + 8a + 4}.$$

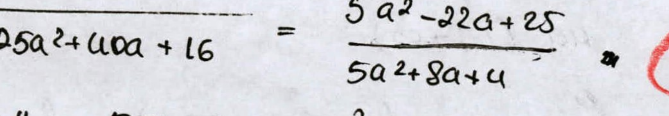
$$125a^4 - 550a^3 + 605a^2 + 200a^3 - 880a^2 + 968a + 100a^2 - 440a + 484 = 125a^4 + 200a^3 + 80a^2 - 550a^3 - 880a^2 - 352a + 625a^2 + 1000a + 400$$

$$968a - 440a + 484 = 1000a - 352a + 400$$

$$528a + 484 = 648a + 400$$

$$84 = 120a$$

$$a = \frac{84}{120} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}.$$

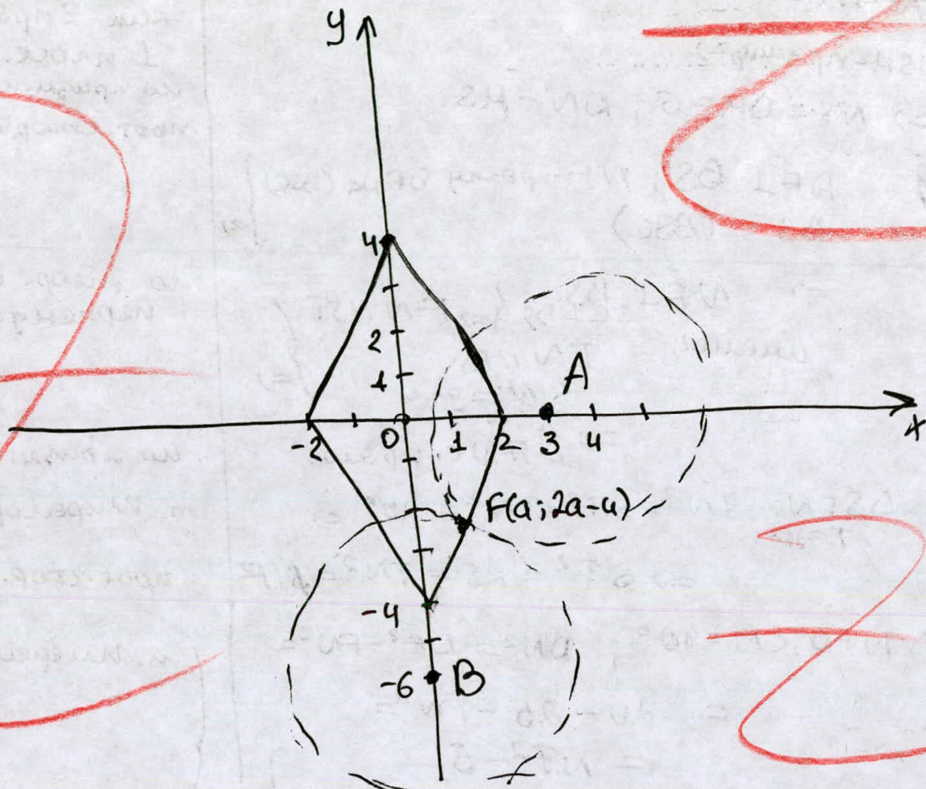


$f(a) \searrow$ на $(0;\ 0{,}7]$

$f(a) \nearrow$ на $[0{,}7;\ 2)$ $\Rightarrow \min\limits_{(0;2)} f(a) = f(0{,}7) =$

$$= \sqrt{(0{,}7 - 3)^2 + (1{,}4 - 4)^2} + \sqrt{0{,}7^2 + (1{,}4 + 2)^2} =$$

Задача 3



1) $2|x|+|y|=4$ – это уравнение задает ромб с вершинами $(0;4)$; $(0;-4)$; $(2;0)$; $(-2;0)$.

2) $\sqrt{(x-3)^2+y^2}$ – радиус окр-ти с центром $(3;0)$

$\sqrt{x^2+(y+6)^2}$ – радиус окр-ти с центром $(0;-6)$

Итак, т.к. если окр. пересек, то ~~1~~ точ. пересеч. точно лежит в ~~левой нижн. чет~~ IV четверти, то рассмотрим это как наименьшую сумму расстояний от точек A, B до прямой $y = 2x-4$

По формуле вычисления расстояния от точки до прямой:

Наименьшая сумма радиусов в том случае, когда пересек в т. $F(a;b)$ – согл. усл,

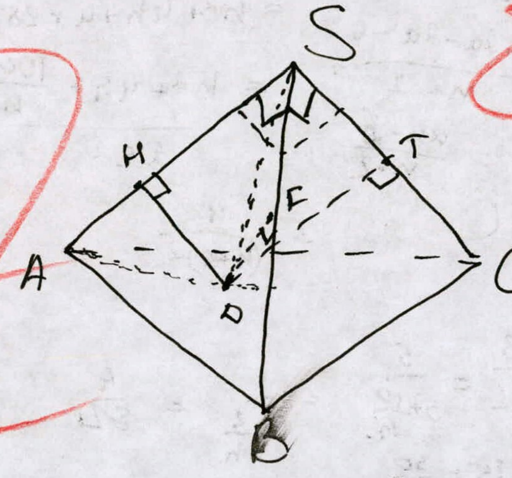
~~где~~ $F(a;2a-4)$ - в IV четверти

В др. четв-х расст. до центров окр. будет значительно больше.

~~Найдем знач~~ Запишем искам. выражение как функцию, зависящую от a:

Черновик

Задача 5



$DH = 5$

$DF = 2\sqrt{5}$

$DT = \sqrt{13}$

$\angle S$ - все по $90°$.

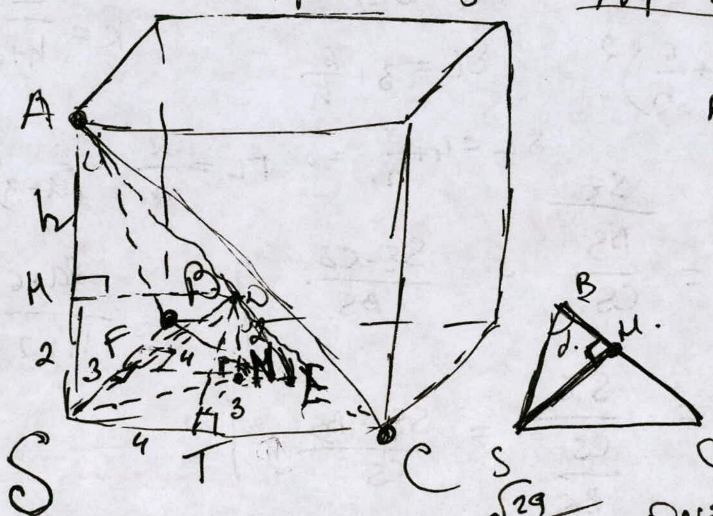
V_{min} - ?

$SC \perp (ASB) \Rightarrow SC \perp AB$

$V_{SABC} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot SC \cdot \sin 90° \cdot \rho(AB; SC)$

прям. пар-д

$\boxed{\text{Произв!}}$



DN - перп. на (SBC) из D

~~DS~~ $\parallel AS$.

~~DA~~ $NF \perp BS$

$NT \perp SC$

$NFST$ - прямоуг.

$DHSN$ - прям. $\Rightarrow$

$\Rightarrow NS = DH = 5$.

пусть $ST = x$, тогда: $= FN$

$DS = \sqrt{29}$

$DN^2 = DF^2 - FN^2 = 20 - x^2$.

$NT^2 = SN^2 - ST^2 = 25 - x^2$

$DN^2 = DT^2 - ST^2 = 13 - 25 + x^2 =$

$= x^2 - 12$,

т.е.

$25 - x^2 = x^2 - 12$

$2x^2 = 32$

$x^2 = 16$; $x = 4$.

$DN = \sqrt{20^2 - 16} = 2$.

пусть $AD \cap BC = E$.

$\triangle EMD \sim \triangle ESA \Rightarrow$

$MA = h$.

$\Rightarrow \frac{EN}{ES} = \frac{ND}{SA}$.

$\frac{EN}{EN+5} = \frac{2}{h+2}$

$ENh + \cancel{2EN} = \cancel{2EN} + 10$; $EN = \frac{10}{h}$

$SE = 5 + \frac{10}{h}$.

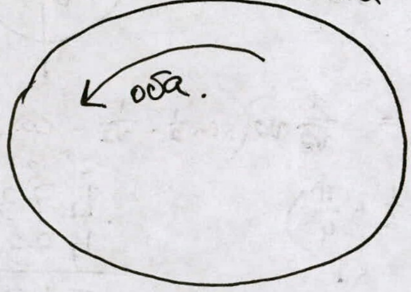
$\frac{EC}{\sin\angle ESC} = \frac{SE}{\sin\angle SEC} \Rightarrow$

$\frac{SH}{SC} = \frac{BS}{BC}$

Задача 2

2 вод.

1 км



$v = const.$

$v_1 > v_2$

~~$t_1 = t_2 = 3$~~ $t_1 = 3$

$t_2 =$ цел. число мин

Δt_2 между обг. - цел. > 7.

t_3.

Пусть S км - дл. кр.

$v_1; v_2$

$\frac{S}{v_1} = 3 \Rightarrow S = 3v_1$

$\frac{S}{v_2} \in \mathbb{Z}. > 3 \quad \frac{3v_1}{v_2} \in \mathbb{Z}.$

n кр. 2й.

$(1+n)\cdot v_1 = n \cdot v_2.$

$\frac{S(1+n)}{v_1} - \frac{Sn}{v_2} = t_3 > 7$

$\frac{S}{v_1} + \frac{Sn}{v_1} - \frac{Sn}{v_2} = 0.$

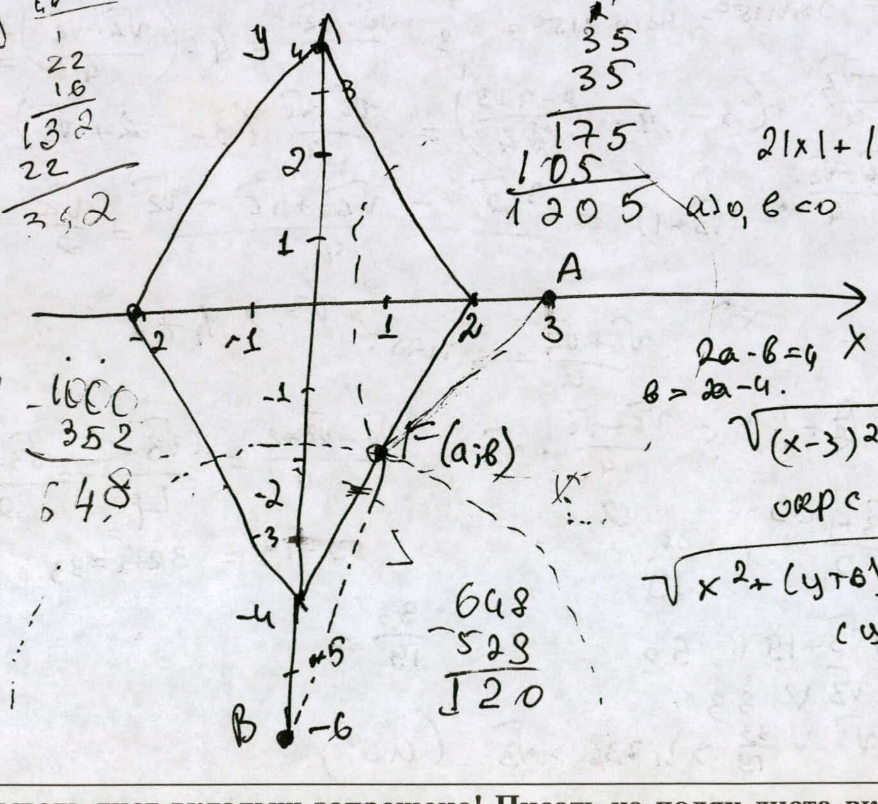
$3 + n\left(\frac{3v_1}{v_1} - \frac{3v_1}{v_2}\right) = 3 + n\left(3 - \frac{3v_1}{v_2}\right)$

t_2

$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array} \quad \begin{array}{r} 676 \\ 529 \\ \hline 1205 \end{array} \quad \begin{array}{r} 121 \\ 8 \\ \hline 968 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 15 \\ \hline 110 \\ 22 \\ \hline 132 \\ 22 \\ \hline 352 \end{array}$$

3



$$\begin{array}{r} 35 \\ 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1205 \end{array}$$

$a > 0, \ b < 0$

$2|x| + |y| = 4.$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 1156 \\ 49 \\ \hline 1205 \end{array}$$

$2a - b = 4$

$b = 2a - 4.$

$\sqrt{(x-3)^2 + y^2}$ - рад

окр с ц. $(3;0)$

$\sqrt{x^2 + (y+6)^2}$ - рад. окр

ц. $(0;-6)$

$$\begin{array}{r} 968 \\ -440 \\ \hline 528 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1000 \\ -352 \\ \hline 648 \end{array} \quad \begin{array}{r} 648 \\ -529 \\ \hline 120 \end{array}$$

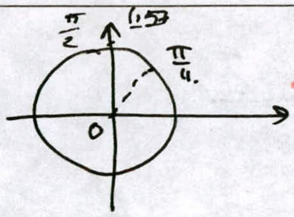
(1)

$26 \mid 19$ — $1{,}36$

$\frac{1{,}36}{}$ > sin...

$19 \cdot 7 = 133$; $19 \cdot 6 = 114$

-19, 70, -57, 130, -114, 160



$$\left(\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}\left(\sin\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+\cos\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right) =$$

$$= \sqrt{2}\cdot\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$$

$1{,}73 \cdot 1{,}73 = 519 + 1211 = 2{,}9929$

$33 \mid 19$ — $1{,}736$; -19, 140, -133, 70, -57, 130

$19 \cdot 7 = 133$

$\frac{\pi}{4} = \frac{3{,}14}{4} < 1$; $19 \cdot 6$; $\frac{1}{2}$.

$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{30+45}$

$$\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2} = \frac{\pi+2}{4};$$

$3{,}14 - 180$

$\frac{1}{2} - x.$

$$\sin 75^\circ = 3\sin 15^\circ - 4\sin^3 15^\circ$$

$$\sin^2 30^\circ = \frac{1-\cos 60^\circ}{2} = \frac{1-\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} \text{ (ист.)}$$

$\frac{3{,}14}{\frac{1}{2}} = \frac{180}{x}.$

$$\sin^2 15^\circ = \frac{1-\cos 30^\circ}{2} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}.$$

$\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}\cdot 2 = 4\sqrt{3}$

$\frac{180}{x} = 6{,}28.$

$\frac{180}{6{,}28} = x.$

$x \approx 30^\circ.$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{8-4\sqrt{3}}}{4} = \frac{\sqrt{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$\angle 75^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \sin < \sin 75^\circ$

$$\cos 15^\circ = \sin 75^\circ = 3\sin 15^\circ - 4\sin^3 15^\circ = 3\cdot\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} - 4\cdot\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^3 =$$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\cdot\left(3 - 4\cdot\frac{8-4\sqrt{3}}{16}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\left(3 - 2+\sqrt{3}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\cdot(\sqrt{3}+1) = \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$\sqrt{3} > 1{,}7$

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} = \sin 75^\circ.$$

$$\sqrt{2}\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right) < \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\cdot\sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}+2}{4} = \frac{2\sqrt{3}+2}{4} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}.$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{2} \vee \frac{26}{19}$$

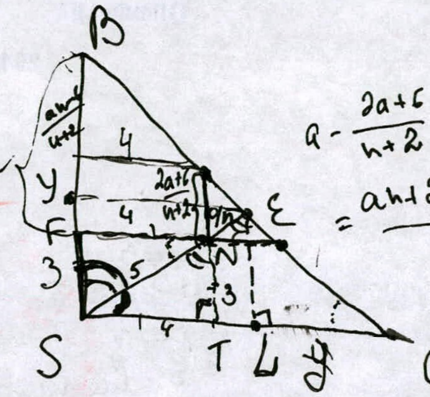
$52-19 = 32+1 = 33$

$19\sqrt{3}+19 \vee 52$

$\frac{33}{19} =$

$19\sqrt{3} \vee 33$

$$\sqrt{3} \vee \frac{33}{19} > 1{,}736 > \sqrt{3} \text{ (ист.)}$$



$a - \frac{2a+6}{n+2} = \frac{an+2a-2a-6}{n+2} = \frac{an-6}{n+2}$

$AE^2 = AN^2 + NE^2 =$
$= (n+2)^2 + (5+\frac{10}{n})^2 =$
$= n^2+4n+4+25+\frac{100}{n}+\frac{100}{n^2} =$
$= n^2+4n+\frac{100}{n}+\frac{100}{n^2}+29$

$DE^2 =$

$= \frac{4}{(n+2)^2}$

$CL^2 = (y^2 \Rightarrow$

$\frac{NT}{EL} = \frac{3}{EL} = \frac{5}{5+\frac{10}{n}} = \frac{1}{1+\frac{2}{n}} = \frac{4}{SL}$

$EC = 4^2 + EL^2 =$
$= 4^2 + (3+\frac{6}{n})^2$

$15 + \frac{30}{n} = 5EL$

$EL = 3+\frac{6}{n}$

$k = \frac{2}{n+2}$

$SL = 4+\frac{8}{n} \Rightarrow TL = \frac{8}{n}$. $(a+3)\cdot\frac{2}{n+2}$

9. синус.

$\frac{CE}{\frac{3}{5}} = \frac{SE}{\frac{BS}{CS}} = \frac{SE-CS}{BS}$

$\frac{BE}{\frac{4}{5}} = \frac{SE}{\frac{CS}{BS}} = \frac{SE\cdot BS}{CS}$

2)

$\frac{2a+6}{n+2}$

$\Rightarrow \frac{CE\cdot BE}{\frac{12}{25}} = SE^2$.

$CE\cdot BE = \frac{25}{12}\cdot(5+\frac{10}{n})^2$.

$9.\ (b^2 - \frac{12b}{n} + \frac{100}{n^2} + \frac{64}{n} + 16)(a+4)^2 =$
$= 16.\ (a^2 + \frac{100}{n^2} - \frac{169}{n} + 9 + \frac{36}{n})(b+3)^2$.

$\frac{CS}{BS} = \frac{4EC}{3BE}$

8
4 2
11736
11736
10416
115208
12152
1736
2,3 33896

94-55-36-90 (181.4)

$DS = \sqrt{29}$. $CT = a$, тогда

черновик

$DC^2 = 13 - a^2$

$DF^2 = 20 - b^2$.

$DA^2 = h^2 + 25$

~~Если через~~

~~CE~~ ~~CE~~ $= a$;

$SC = a$; $CL = a - 4 - \frac{8}{h}$

$\cancel{CK^2 = CL^2 + EL^2 = 2a^2}$

$CT = a$; $\left(a - \frac{8}{h}\right)^2 +$ $EL^2 = CE^2 =$

$= a^2 - 2 \cdot \frac{8}{h} \cdot a + \frac{64}{h^2} +$ $\left(3 + \frac{6}{h}\right)^2 =$

$= a^2 - \frac{16}{h} \cdot a + \frac{64}{h^2} + 9 + \frac{36}{h} + \frac{36}{h^2}$

$BF = b$; $\left(b - \frac{6}{h}\right)^2 + \left(4 + \frac{8}{h}\right)^2 = BE^2 =$

$= b^2 - \frac{12b}{h} + \frac{36}{h^2} + 16 + \frac{64}{h} + \frac{64}{h^2}$.

$\cancel{(a+4)^2 + (b+3)^2 = (EC + EB)^2}$.

$\cancel{a^2 + 4a + 16 + b^2 + 6b + 9 =}$

~~S~~ E

$\frac{CS}{\sin\alpha} = \frac{EC}{\frac{3}{5}}$.

$\frac{BS}{\sin\alpha} = \frac{BE}{\frac{4}{5}}$. $\frac{CS}{\sin\alpha} \cdot \frac{\sin\alpha}{BS} = \frac{EC}{\frac{3}{5}} \cdot \frac{\frac{4}{5}}{BE} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{CS}{BS} = \frac{4EC}{3BE}$

$3BE \cdot CS = 4EC \cdot BC$.

$9BE^2 \cdot CS^2 = 16EC^2 \cdot BC^2$

$$[\log_3(\log_2 x)]^2 - 16\log_3([\log_2 x]) + 21\log_3(\log_2([x])) = 0.$$

$[x] > 0.$

$x \geq 1.$

$\log_2 x > 0 \Rightarrow x > 1.$

$$\left(\frac{a+4}{b+3}\right)^2 = \frac{16\varepsilon c^2}{9 b \varepsilon^2} = \frac{16 \cdot a^2 - \frac{16 \cdot 16a}{h} + \frac{16 \cdot 100}{h^2} + 9 \cdot 16 + \boxed{\frac{36 \cdot 16}{h}}}{9b^2 - \frac{9 \cdot 12b}{h} + \frac{900}{h^2} + \boxed{\frac{9 \cdot 64}{h}} + 16 \cdot 9}$$

Если SD – не выс. ос.

$$9\left(b^2 - \frac{12b}{h} + \frac{100}{h^2} + \frac{64}{h} + 16\right)(a^2 + 8a + 16) = 16\left(a^2 + \frac{100}{h^2} - \frac{16a}{h} + 9 + \frac{36}{h}\right)(b^2 + 6b + 9)$$

$$9a^2b^2 - \frac{9a^2b \cdot 12}{h} + \frac{900}{h^2} \cdot a^2 + \frac{64a^2 \cdot 9}{h}$$

$1 = \log_2 1 < \log_2 [x] \leq \log_2 2 = 2.$

$0 < \log_2 x \leq 1$

$\log_3(\log_2 x) \leq 0.$

$x = 2$ подх.

$21\log_3[x] \leq 21\log_3 2.$

$2 \leq$; $0 < \log_2 x \leq 1$

Если $x > 4$, то

$21\log_3\left(\log_2([x])\right) > 21\log_3 2$

$+ 10\log_3([\log_2 x]) > 10\log_3 2.$

$x > 2$; дано.

$x > 2$, то

$1 \leq x \leq 2.$

Шифр

Черновик

ОЛИМПИАДА ПВГ 2016

$f=\sqrt{(a-3)^2+(2a-4)^2}+\sqrt{a^2+(2a+2)^2}=$

$=\sqrt{a^2-6a+9+4a^2-16a+16}+\sqrt{a^2+4a^2+8a+4}=$

$=\sqrt{5a^2-22a+25}+\sqrt{5a^2+8a+4}.$

$f'=(5a-22)\cdot\frac{1}{2\sqrt{5a^2-22a+25}}+(5a+8)\frac{1}{2\sqrt{5a^2+8a+4}}$

$(5a-22)\cdot\sqrt{5a^2+8a+4}+(5a+8)\cdot\sqrt{5a^2-22a+25}=0$

$\sqrt{\frac{5a^2-22a+25}{5a^2+8a+4}}=\frac{22-5a}{5a+8}$

$\frac{5a^2-22a+25}{5a^2+8a+4}=\frac{484+25a^2-220a}{25a^2+80a+64}.$

$125a^4+400a^3+320a^2+22\cdot80a^2-22\cdot25a^3-22a\cdot64+$
$+125a^2+25\cdot80a+25\cdot64=125a^4+484\cdot5a^2-$
$-220\cdot5a^3+8a\cdot484+8a\cdot25a^2-8a\cdot220a+4484+$
$+100a^2-880a.$

$-350a^3-1575a^2$

$-22\cdot64+25\cdot80-8.$

$220\cdot5=$
$=22\cdot5\cdot5\cdot2$

$22\cdot5\cdot5(1-2)$

$320+~~2280~~+625-$
$-484\cdot5~~-8220~~-$
$-100=$
$=525+320-2420=$
$=845-2420$

$2420-845=1575$

$400+22\cdot25-220\cdot5-8\cdot25$

$220=22\cdot5\cdot5=$
$=$
$2225=22\cdot5\cdot5.=$

$22\cdot25=550$

$22\cdot22=484$

$484\cdot5=2420$

$64\cdot5=320$

$\frac{S}{v_1} = 3 \Rightarrow S = 3v_1$ $\quad \frac{S}{v_2} = \frac{3v_1}{v_2}$.

x кр – 2й
$x+1$ кр – 1й.

$\frac{S_x}{v_2} = \frac{(x+1)\cdot S}{v_1}$ т

$75^0 = \frac{75}{180}\cdot\pi = \frac{25}{60}\pi = \frac{5}{12}\pi$.

$\frac{S_x}{v_2} = \frac{S_x}{v_1} + \frac{S}{v_1}$
$\frac{S}{v_1} = 3$

$\frac{S_x}{v_2} - \frac{S_x}{v_1} = 3$.

$x\left(\frac{3v_1}{v_2} - 3\right) = 3$.

$x = \frac{3}{t_2 - 3}$; время обгона:

$\cancel{\frac{S_x}{v_2}}$ $\frac{(x+1)\cdot S}{v_1} = \frac{\left(\frac{3}{t_2-3}+1\right)\cdot 3\cancel{v_1}}{\cancel{v_1}} =$

$= \frac{9}{t_2-3} + 3 > 7$

$\frac{9}{t_2-3} > 4$.

$t_2 - 3 < \frac{9}{4} = 2{,}25$

$3 < t_2 < 5{,}25$
$\Downarrow$
$t_2 = 4$ или $t_2 = 5$.
если $t_2 = 5$, то

$\Delta t = \frac{9}{5-3} = \frac{9}{2}$ – ней

т.е. $t_2 = 4$. $\quad \Delta t = \underline{9\ ч}$