

01-20-68-35  
(176.1)



Олимпиада ПВГ  
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 4-1

15:48 - 15:52  
Выход: 17:48 - 17:52  
+1 час: 8 16:13  
+1 час: 16:53

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников «Пионер Воробьевого лога!»

по математике

Баринов Аркадий Григорьевич

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«20» марта 2016 года

Подпись участника

~~Задача 1.~~

Пусть  $N$ -количество учеников, тогда по условию  $N \leq 40$ , а также  $N:7$  и  $N:4$  ( $\frac{1}{7}N$ -количество учеников - это целое число, аналогично  $\frac{1}{4}N$ ).

$$\text{И.е. } \begin{cases} N:28 \\ N > 0 \text{ (по смыслу)} \\ N \leq 40 \end{cases} \Rightarrow N = 28 - \text{единственное число из } [0; 40], : 28.$$

Тогда  $\frac{N}{7} = \frac{28}{7} = 4$  (цел.) - золото

$\frac{N}{4} = \frac{28}{4} = 7$  (цел.) - серебро

$\frac{N}{9} = 7$  (цел.) - бронза

$\sum$  медалей  $= 14 + 4 = 18$  (цел.), значит без медалей осталось  $28 - 18 = 10$  (цел.) - 10 морковей

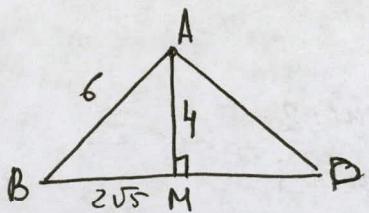
Ответ: 10 шт. ~~Задача решена~~

~~Задача 4.~~

$$\frac{\ln \frac{\pi x}{2} - \cos \frac{\pi x}{2} + 3}{\ln \frac{\pi x}{2} + \cos \frac{\pi x}{2} - 3} \geq \ln(\arcsin \frac{x}{10}) - \frac{x}{10}, \quad x \in [-75; 5]$$

Найти сумму всех целых решений отрезка.

- ① Рассмотрим с левой частью нер-ва: разделим ее на  $x$  из заданных на 4 группы по остатку при делении на 4.



$$BD = 2\sqrt{6^2 - 4^2} = 4\sqrt{5} = 4\sqrt{5}.$$

$$BD_{\min} = 4\sqrt{5}.$$

Мы доказали, что  $BD \rightarrow \min$  в этом случае. Все условия, данные в задаче выполнены. Существоует такой  $\triangle ABD$ . Его можно построить след. образом: строим окр., описанную около  $\triangle ABD$ . Её центр лежит на прямой  $AM$  и ищем точку  $M$  ( $\text{т.к. } BM > MA$ ). Радиусу ~~окружности~~  $C$  — это точка пересечения окр с  $AM$ .

Уч учишься, условия выполнены.

Ответ:  $4\sqrt{5}$ ! Задача решена

Задача 5.

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + 2y(x-a) + a^2 = 0 \\ 2^{-2-y} \cdot \log_2 x < 3 \end{cases} \quad a - \text{есть реш ищется для решения.}$$

(1) Решим уравнение (1).

$$x^2 + y^2 + y^2 + 2yx - 2ya + a^2 = 0$$

$(x+y)^2 + (y-a)^2 = 0$ . Т.к квадрат неотриц, то

$$\begin{cases} x+y=0 \\ y-a=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-a \\ y=a \end{cases}$$

(2) Неравенство:

$$2^{-2-a} \cdot \log_2 a < 3. \quad | : 2^{-2-a} > 0$$

$$\log_2 a < \frac{1}{2^{-2-a}}$$

$A \geq B$ , причем  $B = 0$

$A = -1$  при  $x = 4m+2$  и  $m \in \mathbb{Z}$

$A = 0$  при  $x = 4m+3$ .

$$x \in [-10; 5]$$

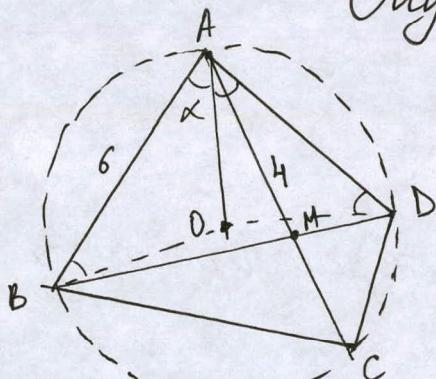
То есть решениями будут все числа из  $[-10; 5]$ , ~~дающие остаток 3~~. при  $\vdash 4$

$$x \in \{3; -1; -5; -9\}$$

Искомое  $\sum = -1 - 5 - 9 + 3 = -12$

Ответ:  $-12$ . Задача решена

Задача 3.



$AB$  и  $AD$  равнобеделены от  $O$ , значит  $AO$  - биссектриса  $\angle BAD$ .

$$\triangle AOB - \text{р/б} \quad AO = OB = R \Rightarrow \angle BAO = \angle ABO$$

Аналогично с  $\triangle AOD$ . Получаем, что  $\angle AOB = \angle AOD = 180 - 2d$ , и.е.

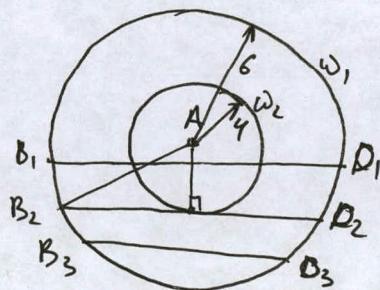
$\triangle AOB \sim \triangle AOD$  по 2 сторонам и углам между ними,

и.е.  $\underline{AB = AD = 6}$

Перерисуем рис. с учетом полученных сведений.

Возьмем точку  $A$ . Проведем 2 окружности с центром в этой точке и радиусами  $= 6$  и  $= 4$ . Тогда  $\omega_1(A; 6)$  и  $\omega_2(A; 4)$

$$M \in \omega_2, B \in \omega_1, D \in \omega_1, \text{ } \cancel{\text{и}}$$



$B_1D_1$  - не мин, т.к.  $B_2D_2 < B_1D_1$

$B_3D_3$  не может быть, и.к.  $B_3D_3 \not\subset \omega_2$ ,

$A \in BD$

$M \in \omega_2$ .

Получаем, что  $BD \rightarrow \min$  ~~когда~~ когда  $BD$  касается окружности  $\omega_2$ . 3/7

1.)  ~~$x = 4m$~~

 $m \in \mathbb{Z}$ 

$$\frac{\sin 2\pi m - \cos 2\pi m + 1}{\sin 2\pi m + \cos 2\pi m - 1} = \frac{0 - 1 + 1}{0 + 1 - 1} = \frac{0}{0} - \text{не определено.}$$

т.е.  $x = 4m$  — не подходит  $\ominus$ 

2.)  $x = 4m + 2$

$$\frac{\sin(2\pi m + \frac{\pi}{2}) - \cos(2\pi m + \frac{\pi}{2}) + 1}{\sin(2\pi m + \frac{\pi}{2}) + \cos(2\pi m + \frac{\pi}{2}) - 1} = \frac{\sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2} + 1}{\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} - 1} = \frac{1 + 1}{1 - 1} = \frac{2}{0} - \text{не определено.}$$

 $x = 4m + 2$  — не подходит  $\ominus$ 

3.)  $x = 4m + 3$

$$\frac{\sin(2\pi m + \pi) - \cos(2\pi m + \pi) + 1}{\sin(2\pi m + \pi) + \cos(2\pi m + \pi) - 1} = \frac{0 + 1 + 1}{0 - 1 - 1} = \frac{2}{-2} = -1$$

4.)  $x = 4m + 3$

$$\frac{\sin(2\pi m + \frac{3\pi}{2}) - \cos(2\pi m + \frac{3\pi}{2}) + 1}{\sin(2\pi m + \frac{3\pi}{2}) + \cos(2\pi m + \frac{3\pi}{2}) - 1} = \frac{-1 + 1}{-1 - 1} = \frac{0}{-2} = 0$$

② Теперь посмотрим на правую часть нер-ва.

 $(\sin(\arcsin \frac{x}{10}) - \frac{x}{10})$ . Это выражение определено

~~если~~ при  $\left| \frac{x}{10} \right| \leq 1 \quad -1 \leq \frac{x}{10} \leq 1$   
 $-10 \leq x \leq 10$ . т.к.  $x \in [-75; 5]$ , то

с данным условием  $x \in [-10; 5]$ .

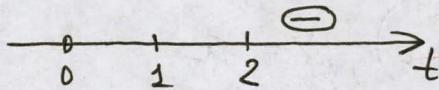
При  $x \in [-10; 5] \quad \sin(\arcsin \frac{x}{10}) - \frac{x}{10} = \frac{x}{10} - \frac{x}{10} = 0$ .

Тогда если обозначить левую часть нер-ва за A, а правую — за B, мы получим

2/7

$\log_2(-a) < 2^{2+a}$ , пусть  $-a = t$ , тогда  
 $t \in (0; +\infty)$ .

$$\log_2 t < 2^{2-t}.$$



① при  $t > 2$

$$\begin{aligned} \log_2 t &> 1 \\ 2^{2-t} &< 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{реш. нер-ва } \log_2 t < 2^{2-t} \text{ нет } \ominus \\ 2^{2-t} < 1 \end{array} \right.$$

② при  $t = 2$

$$\begin{aligned} \log_2 2 &= 1 \\ 2^{2-2} &= 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{не подх. } \ominus \\ 2^{2-2} = 1 \end{array} \right.$$

③ при  $1 < t < 2$

$$\begin{aligned} 0 < \log_2 t &< 1 \\ 2^{2-t} &> 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{подходит все } t \in (1; 2) \oplus \\ 2^{2-t} > 1 \end{array} \right.$$

④ при  $t = 1$

$$\begin{aligned} \log_2 1 &= 0 \\ 2^{2-1} &= 2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{подх. } \oplus \\ 2^{2-1} = 2 \end{array} \right.$$

⑤ при  $t \in (0; 1)$

$$\begin{aligned} \log_2 t &< 0 \\ 2^{2-t} &> 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{подх. } \oplus \cdot \text{ все } t \in (0; 1). \\ 2^{2-t} > 0 \end{array} \right.$$

Значит решение для все  $t \in (0; 1)$

$$0 < t < 2$$

$$0 < -a < 2$$

$$-2 < a < 0$$

$$a \in \boxed{-2; 0}.$$

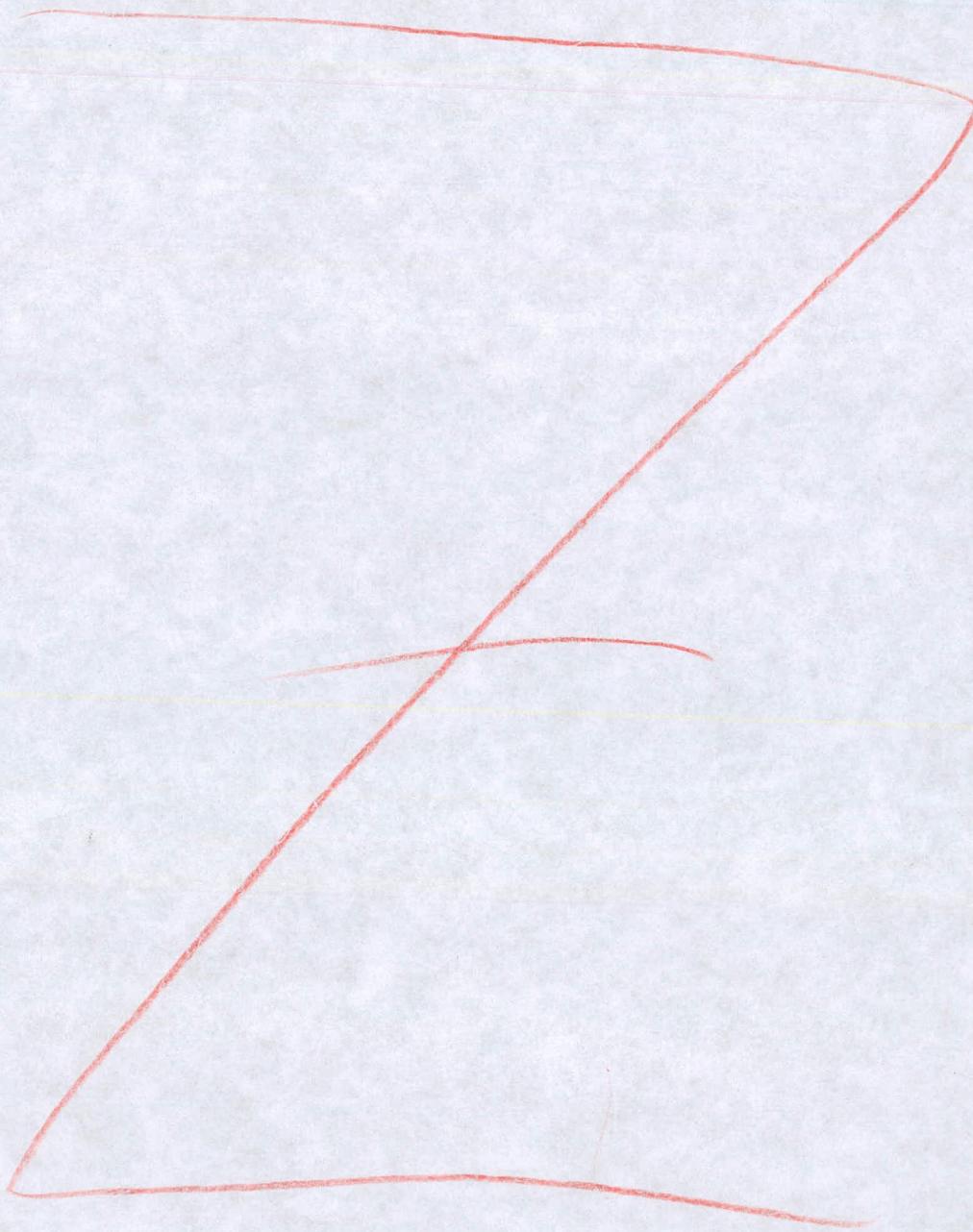
$$A = \overline{2015}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

~~380-12628-0866013~~

~~Задача № 1~~ № 1. Исходное выражение  $A = 2015$

Ombem: 2015.



Чтого: система имеет решение при  
 $a \in (-2; 0)$ , такие что  $\begin{cases} x = -a \\ y = a \end{cases}$

Решем:  $a \in (-2; 0)$ ,  $\begin{cases} x = -a \\ y = a \end{cases}$

Задача решена

Задача 2

$$x^3 - 2015x + 2016 = 0$$

$$x^3 - 2015x + 32 \cdot 9 \cdot 7 = 0$$

$$x(x^2 - 2015) + 32 \cdot 9 \cdot 7 = 0$$

$\stackrel{?}{=} 3 \cdot 7$

~~Если корень 2 или 3 то~~ ~~2016 : x~~ ~~2016~~ ~~5~~ ~~3~~ ~~7~~ ~~2015~~  
~~то x~~ ~~2 или 3~~ ~~но~~ ~~также~~ ~~так~~

Целых решений нет, попробуем иначе

$$x \cdot (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0$$

$$x^3 - x^2(x_1 + x_2 + x_3) + x(x_1x_3 + x_2x_3 + x_1x_2) - x_1x_2x_3 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1x_3 + x_2x_3 + x_1x_2 = 2015 \\ x_1x_2x_3 = -2016 \end{cases}$$

нужно обосновать  
наличие трех  
разных корней

$$A = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = x_3^2 + (x_2 + x_3)x_2 =$$

аналогичное для  $x_2$  и  $x_3$ . Тогда

$$3A = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 =$$

$$= 2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_1x_3) - 3(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3) =$$

$$= 2(x_1 + x_2 + x_3)^2 - 3(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3) = 3 \cdot 2015$$

$$(x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 = 8 \quad A$$

~~$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$~~

$$\therefore x_1 = -(x_2 + x_3)$$

~~$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = 2015$$~~

~~$$x_1 x_2 x_3 = -2016$$~~

~~$$(x_1 - x_2)^2 + 3x_1 x_2$$~~

~~$$(x_1 - x_2)^2 - x_1 x_2$$~~

~~$$x_3^2 - (-x_2 + x_3)x_2$$~~

~~$$x_3^2 - x_2^2 - x_2 x_3$$~~

~~$$(x_3 - x_2)(x_3 + x_2) - x_2 x_3$$~~

~~$$x(x_3 - x_2)x_3 + x_2$$~~

~~$$- x_1 x_3 + x_2 x_2 - x_2 x_3$$~~

$$(x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 = x_3^2 + x_1 x_2 = x_3^2 \therefore (x_2 + x_3)x_2 =$$

$$= x_3^2 - x_2^2 - x_2 x_3 = (x_3 - x_2)(x_3 + x_2) - x_2 x_3 =$$

$$= (x_3 - x_2)(-x_1) - x_2 x_3 = -x_1 x_3 + x_1 x_2 - x_2 x_3 =$$

~~$$= 2x_1 x_2 - 2015 = \cancel{x_3} \cancel{(2016 - 2015)} =$$~~

~~$$= \cancel{2x_1 - x_2 - x_3} x_2 - 2015 = -2x_2^2 - 2x_2 x_3$$~~

~~$$x_3(x_3 - x_2) x_2^2 - x_3 (x_3 - x_2)$$~~

$$(x_1+x_2)^2 - x_1 x_2 = x_3^2 + (-(-x_2+x_3))x_2 = 3 \quad 2$$

~~$$= x_3^2 + x_1 x_3 + x_2^2 = x_3^2 + (x_1+x_2)x_2 = 5 \quad 5$$~~

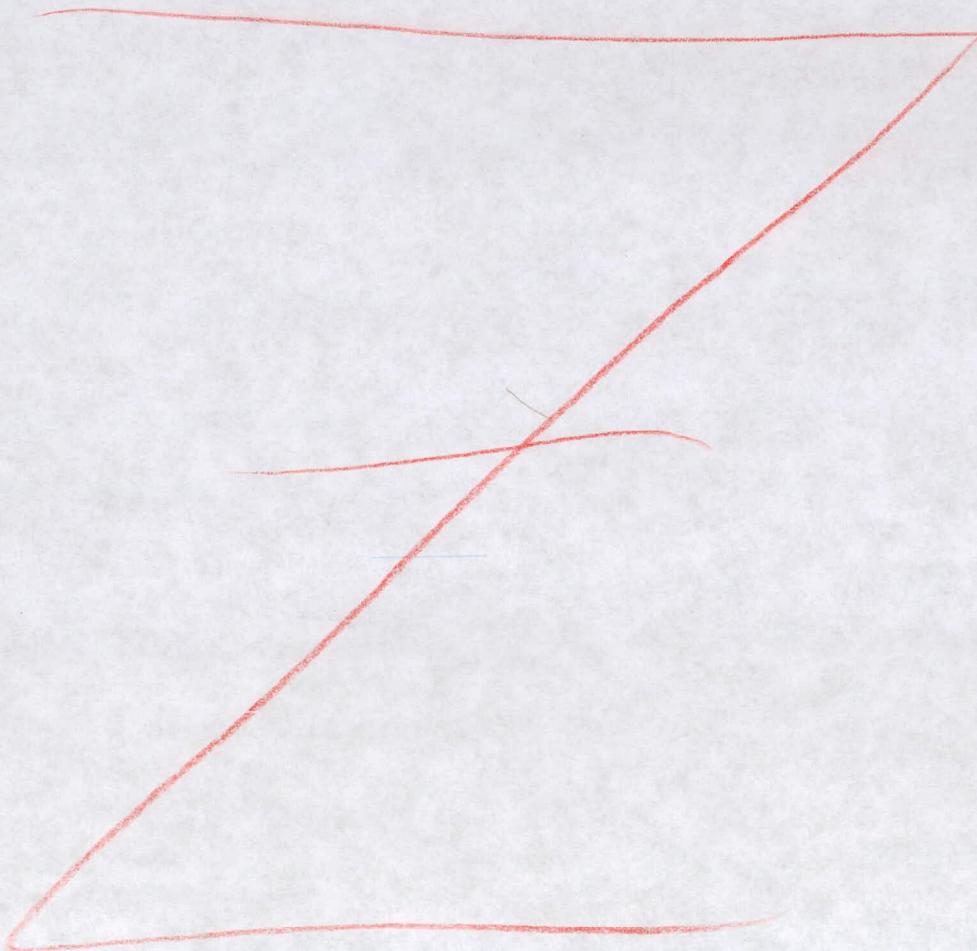
~~$$\Leftrightarrow A = x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 \quad (x_1+x_2)^2 - x_1 x_2$$~~

~~$$A = x_2^2 + x_2 x_3 + x_3^2 \quad (x_2+x_3)^2 - x_2 x_3$$~~

~~$$A = x_1^2 + x_1 x_3 + x_3^2 \quad (x_1+x_3)^2 - x_1 x_3$$~~

~~$$2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$$~~

~~$$2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$$~~



ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

01-20-68-35

(176.1)

Олимпиада

НВГ

2016

$$x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2$$

$$x^3 - 2015x + 2016 = 0$$

$$\begin{array}{r} \cancel{x^3} \\ -2015x + 2016 \\ \hline \cancel{-2015x} + 2016 \\ 2016 \\ \hline 189 \\ 126 \\ \hline 63 \\ 63 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$32 \cdot 63 - 63 = 189$$

$$2016 = 32 \cdot 63 = 32 \cdot 4 \cdot 3^3 = 9 \cdot 32$$

$$\begin{array}{l} x^3 - 2015x + 2016 = 0 \\ 3x^2 - 2015 = 0 \\ x^2 = \frac{2015}{3} > 0 \end{array}$$

$$x \sim 2015$$

$$\begin{array}{r} 274 \\ \times 274 \\ \hline 896 \\ + 896 \\ \hline 5376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 7 \\ \hline 224 \\ + 112 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$x(x^2 - 2015) + 2016 = 0$$

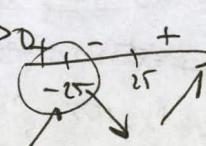
$$x(x^2 - 2015) + 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7 = 0$$

$$\begin{array}{r} \cancel{x} \cdot 1 | 0 | -2015 | 2016 \\ \hline 32 | \cancel{504} | 32 \end{array}$$

$$y' = 3x^2 - 2015 > 0$$

$$(x - \sqrt{\frac{2015}{3}})$$

$$(x - 25)(x + 25) > 0$$



$$\cancel{x^3} - 2016x + 2016 = 0$$

$$\cancel{-2016x} + 2016 = 0$$

$$2016 = 0$$

$$189 = 0$$

$$126 = 0$$

$$63 = 0$$

$$32 = 0$$

$$18 = 0$$

$$9 = 0$$

$$4 = 0$$

$$2 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1 = 0$$

$$0 = 0$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$$\begin{array}{r} \cancel{2^5} \cdot 3^7 \cdot 7 \\ 2^5 \cdot 3^7 \cdot 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr} 23 & 18 & \cancel{3 \cdot 7} \quad 9 \cdot 2 \\ 28 & 12 & \cancel{3 \cdot 7} \quad \cancel{3 \cdot 4} \\ 14 & 24 & 2 \cdot 7 \quad \cancel{3 \cdot 8} \end{array}$$

$$x(x^2 - 2015) + 2^5 \cdot 3^7 \cdot 7 = 0$$

$$\cancel{x=3 \cdot 7} \quad (x^2 - 2015) + 2^5 \cdot 3^7 \cdot 7 = 0$$

$$(18^2 - 2015) + 2^5 \cdot 3^7 \cdot 7 = 0$$

$$x(x^2 - 2015) + 2^5 \cdot 3^7 \cdot 7 = 0$$

$$1) (2^5 \cdot 9)^2 - 2015) + 7 \cancel{-} = 0$$

$$2) (63^2 - 2015) + 2^5 = 0$$

~~21.3~~

~~16 \times 7~~

~~9 \cdot 4~~

~~453~~ не оно будет 3) 3  
ибо 2.

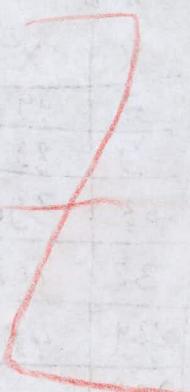
$$\begin{array}{r} 2^5 \cdot 9 \cancel{-} \\ 2^5 \cdot 9 \cdot 7 \cancel{-} \end{array}$$

$$9 \cdot 7$$

63

$$\begin{array}{r} 63 \\ 63 \\ + 378 \\ \hline 1015 \\ - 984 \\ \hline 3984 \end{array}$$

-63



$$-a < 2$$

$$\log_2$$

$$a > -2$$

$$0 < -a$$

$$a < 0$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

~~(49-2015) 432-2~~

~~832~~

~~32-7~~

~~32-7~~

$$-(32-2015) + 363$$

~~(2015-2015) + 363~~

~~2.3.7~~

~~32.9.7~~

~~83~~

~~32~~

~~7~~

~~224~~

~~32~~

~~5~~

~~228~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

~~224~~

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

i)  $N \leq 40 \text{ м}$

$$\frac{1}{7}N = 30 \text{ м}$$

~~7 14 21 28 35~~

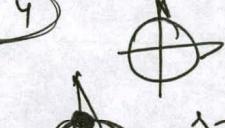
$$\frac{1}{4}N - \text{сев}$$

$$\frac{1}{4}N - \text{ЮР}$$

$$n : 7 : 4$$

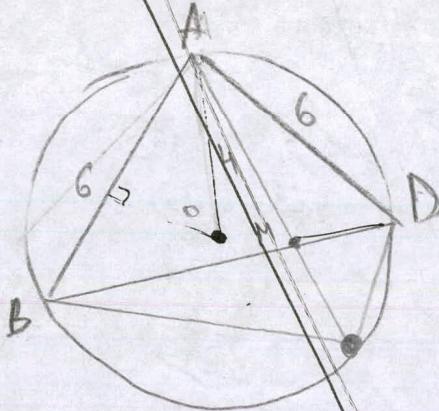
$$4 : 7 : 4 : 28$$

$$28 \quad 40 - 28 = 12 \text{ м}$$

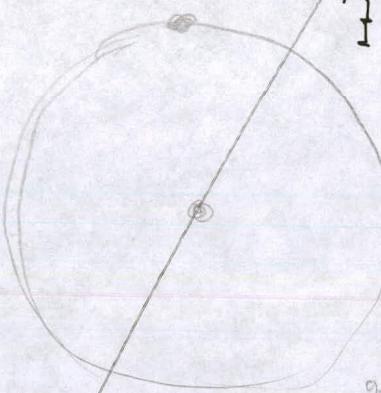


$$4 : 7$$

3)



BD mm



$$2\sqrt{5}$$

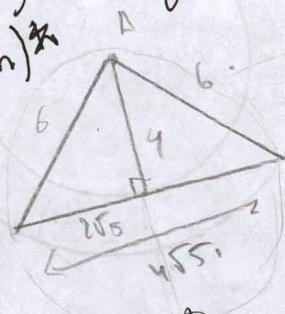
$$9-4$$

$$16-20-25$$

$$AB \Leftrightarrow AD = \text{диагональ } ABD$$



$$6 \cdot 28 + (\sin 28) \cdot (\sin 60)$$



$$\frac{887}{625}$$

$$\frac{\sin \frac{\pi x}{2} - \cos \frac{\pi x}{2} + 1}{\sin \frac{\pi x}{2} + \cos \frac{\pi x}{2} - 1} \geq \sin \left( \arcsin \frac{x}{10} \right) - \frac{x}{10}$$

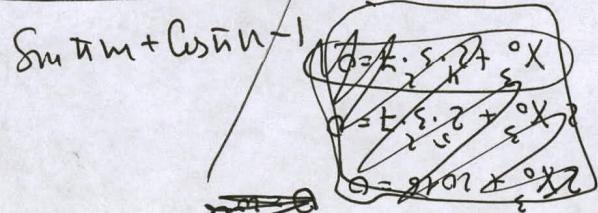
~~запись~~

$$0 = \sin^2 \theta + (\sin \theta - 2)^2$$

$$= 9 + 4\theta + 2\sin^2 \theta - 4\sin \theta$$

i) при  $x = 2 \text{ м}$

$$\frac{\sin \frac{\pi \cdot 2}{2} - \cos \frac{\pi \cdot 2}{2} + 1}{\sin \frac{\pi \cdot 2}{2} + \cos \frac{\pi \cdot 2}{2} - 1} \Rightarrow \frac{\sin \pi - \cos \pi + 1}{\sin \pi + \cos \pi - 1}$$



$$X_3 - 2015X_0 + 2016 = 0$$

$$2X_1 X_2 - (X_3 + X)$$

$$2X_1 X_2 - (2X + X)$$

$$-4101 + 2022 \cdot X = 0$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & x = 4m \\ & x = 4m + 1 \\ & x = 4m + 2 \\ & x = 4m + 3 \end{aligned}$$

арcsin  $\frac{x}{10}$ 

$$-(4m+1)$$

Олимпиада

ПВГ

2016

Баланс  
арcsin  $\frac{x}{10}$ 

$$\text{им } \sin \cancel{\pi(4m+1)} - \cos \pi(4m+1) = 0$$

$$\text{где } \frac{\sin \pi(4m+1) - \cos \pi(4m+1)}{\sin \pi(4m+1) + \cos \pi(4m+1) - 1} = \frac{2}{-2} = -1$$

334

$$\sin(\pi(4m+2)) - \cos(\pi(4m+2)) = 0$$

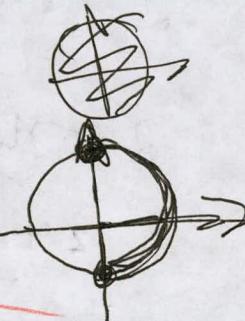
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1} = -1$$

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + 1}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) - 1} = -1$$

$$-1 \leq \frac{x}{10} \leq 1$$

$$-10 \leq x \leq 10$$

$$\frac{x}{10} - \frac{x}{10}$$



Баланс

$$\frac{x}{10} - \frac{x}{10}$$

$$-10 \leq 4m+2 \leq 5$$

$$-12 \leq 4m \leq 3$$

$$-3 \leq m \leq \frac{3}{4}$$

$$[-3; 0]$$

$$A \geq B \Leftrightarrow 0$$

3-4

-3-4

-5

-9

$$\frac{-9\pi}{2}$$

$$-\frac{11\pi}{2}$$

$$-\frac{6\pi+11\pi}{2}$$

$$-\frac{8\pi}{2}$$

$$-\frac{10\pi}{2}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

~~F~~

$$0 = (x_1 - x_2) + (x_2 - x_3) x$$

~~$$0 = 2016 + x_1 + x_2 + x_3 - 3x$$~~

~~$$x_1 + x_2 + x_3 = 2016$$~~

$$\frac{x_3}{2016} = \frac{x_2}{2016} + \frac{x_1}{2016}$$

$$= x_1 x_2 - (x_1 + x_2) x$$

~~$$(x_1 x_2 - x_2 x_3 - x_3 x_1) x$$~~

$$x_3 - x_1 x_2 = x_3 - x_1 x_2 - x_2 x_3 + x_2 x_3$$

~~$$\frac{x_3}{2016} + (x_3)^2$$~~

$$(x_1 + x_2) x - x_1 x_2$$

$$x_1 x_2 x_3 = -2016$$

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = 2015$$

$$0 = x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

~~$$\frac{x_1}{2016} + \frac{x_2}{2016} + \frac{x_3}{2016}$$~~

$$\frac{x_3}{2016} + \frac{x_1}{2016}$$

$$=$$

$$= \frac{x_3}{2016} - x_1 x_2 - (x_1 + x_2) x$$

$$\frac{x_1 x_2}{2016}$$

$$x_1 x_2 x_3 = 2016$$

$$x_1 x_3 + x_2 x_3 + x_1 x_2 = 2015$$

$$0 = x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$0 = (x_1 x_3 + x_2 x_3 + x_1 x_2) x + (x_1 + x_2 + x_3) x - x$$

$$0 = x_1 x_2 x_3 - x_1 x_2 x - x_1 x_3 x + x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x - x_1 x_3 x$$

~~$$0 = (x_1 - x)(x_2 - x)(x_3 - x)$$~~

$$0 = (x_1 - x)(x_2 - x)(x_3 - x)$$

$$x_1^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 - x_1 x_2^2 = (x_1 + x_2) x - x_1 x_2$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$$2^{t-2} \cdot \log_2 t < 2^{\lfloor t-2 \rfloor}$$

$$\frac{t-2}{2} > \log_2 t$$

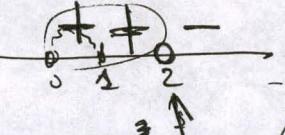
$$\log_2 t < \frac{1}{2^{t-2}}$$

$$\log_2 t < 2^{\frac{2-t}{2}}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{2-t}{2}$$

$$< 0 > 0$$

$$[0; \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2}; 2]$$



$$x^3 - 2015x + 2016 = 0$$

$$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$$

Мы не можем оставить 3/  
скользко-р2

$$x(x-2015) + 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7 = 0$$

$$\cancel{2^5} \quad \cancel{2^5 \cdot 7}$$

$$\begin{matrix} \text{берем} \\ 2^5 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{не берем} \\ 2^5 \end{matrix}$$

$$x(x-2015) + \underline{32 \cdot 9 \cdot 7} = 0$$

$$\cancel{\frac{32}{7}} \quad \cancel{224}$$

$$\begin{matrix} 32 \cdot 9 \oplus 9 \cdot 7 \ominus 7 \ominus \\ 32 \cdot 7 \ominus 9 \ominus \\ 32 \ominus \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -2015 \\ 2008 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2008 \cdot 9 \\ 18 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 222 \\ -28 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 28 \\ 28 \end{matrix}$$

$$\cancel{\log_2 t} \cdot (7-2015) + 32 \cdot 9 = 0$$

$$(63^2 - 2015) + 32 = 0$$

$$(32^2 - 2015) + 63 = 0$$

$$(224^2 - 2015) + 9 = 0$$

$$\begin{matrix} 63 \ominus \\ \cancel{63} \quad \cancel{189} \\ \cancel{578} \quad \cancel{2015} \\ \cancel{396} \quad \cancel{1984} \\ \cancel{1024} \quad \cancel{2015} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 32 \\ +32 \\ 64 \\ +96 \\ 1024 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 10 \\ -2015 \\ 1024 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 10 \\ -993 \end{matrix}$$

$$\cancel{1000} \quad \cancel{1000}$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№ 5

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + 2y(x-a) + a^2 = 0 \\ 2^{-2-y} \cdot \log_2 x < 3 \end{cases}$$

~~$$x^2 + y^2 + 2yx - 2ya + a^2 = 0$$~~

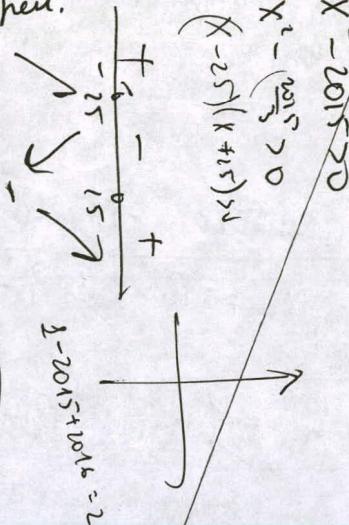
$$(x+y)^2 - 2ya + a^2 + y^2 = 0$$

$$(x+y)^2 + (y-a)^2 = 0$$

$$\boxed{x = -y} \quad \boxed{y = a}$$

$$\begin{matrix} y = a \\ x = -a \end{matrix}$$

или. реш.



$$x^3 - 2015x + 2016 > 0$$

$$x^3 + 2015x + 2016$$

$$2^{-2-a} \cdot \log_2 -a < 3$$

~~$$2^{2-a} \cdot \log_2 a \quad -a = t$$~~

~~$$2^{-2+t} \cdot \log_2 t - \log_2 2 < 3$$~~

~~$$\log_2 a < 3 \quad \log_2 t < 3$$~~

~~$$\log_2 -2a + \log_2 (\log_2 a) < 0$$~~

~~$$\log_2 (\log_2 t) < 1+2$$~~

$$2^{-2-a} \log_2 -a < 3$$

$$2^{t-2} \cdot \log_2 t < 3$$

~~$$2^{t-2} \cdot \log_2 t < 3$$~~

