49-22-11-80
(176.1)

Олимпиада ПВГ
2016

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
## имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Выход $16^{06}-16^{10}$

Вариант 4-1

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

**Олимпиада школьников** „Покори Воробьёвы горы!"

**по** математике

Бабакова Вадима Валерьевича
фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«20» марта 2016 года

Подпись участника

Бабаков

75 (семьдесят пять)

# ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

49-22-11-80 (176.1)

ОЛИМПИАДА ПВГ 2016

Чистовик (стр. 1) №1 $\exists$ кол-во учеников $= a$.

Из соображений логики $a$ целое, как и кол-во золотых, серебр, бронзовых медалистов $\Rightarrow a \vdots 7$, $a \vdots 4 \Rightarrow$

$a = 7 \cdot 4k$, где $k \in \mathbb{N}$. Но по условию $a \le 40$:

$a = 28k \le 40 \Rightarrow k = 1$ — единств. случай $\Rightarrow a = 28$.

Соответственно, тортов придётся покупать:

$a - \frac{1}{4}a - \frac{1}{4}a - \frac{1}{7}a = 28 \cdot (1 - \frac{2}{4} - \frac{1}{7}) = 10$

Ответ: 10 тортов

+

№5 $\begin{cases} x^2 + 2y^2 + 2y(x-a) + a^2 = 0 \ (1) \\ 2^{-2-y} \cdot \log_2 x < 1 \ (2). \end{cases}$

$\ast$ (1) часть системы отдельно:

$x^2 + y^2 + 2xy + y^2 - 2ay + a^2 = 0$

$(x+y)^2 + (y-a)^2 = 0$. $(x+y)^2 \ge 0$, $(y-a)^2 \ge 0 \Rightarrow$

Рав-во вып-ся только в случае

$\begin{matrix} y = -x \\ y = a \end{matrix} \Rightarrow x = -a$.

ОДЗ из (2) ч. системы: $x > 0$

$\ast$ (2) ч. системы: $2^{-2-a} \cdot \log_2(-a) < 1$ $\left(\cancel{\cdot 2^{-2-a} > 0}\right)$

$\left(\cancel{\log_2(-a) < 2^{2+a}}\right)$ $\exists\ -a = t$, по ОДЗ $x > 0 \Rightarrow -a > 0 \Rightarrow a < 0$

$t > 0$:

$2^{t-2} \cdot \log_2 t < 1$.

При $t > 0$ $2^{t-2} > 0$, $2^{t-2} \uparrow$; $\log_2 t \uparrow$

При $t < 1$ $\log_2 t < 0 \Rightarrow 2^{t-2} \cdot \log_2 t < 0 \Rightarrow$

$t \in (0;1)$ полностью удовл-т нер-ву;

при $t = 1$ $\log_2 t = 0 \Rightarrow 2^{t-2} \cdot \log_2 t = 0 \Rightarrow t = 1$ также удовл-т нер-ву;

№3 ] $AMB$ – р/б. △ с $\angle AMB = 90°$. Чистовик (стр. 4)

] $AM = BM = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$ как катеты в р/б. п/у △.

~~(Тогда $BD = 6\sqrt{2} > 4 \Rightarrow$)~~

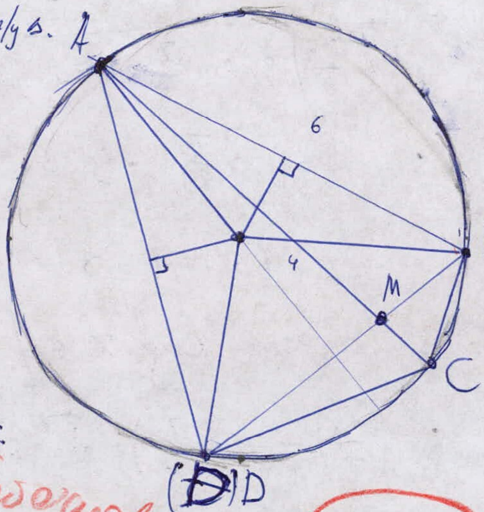
~~$\angle BA$~~| $3\sqrt{2} > 4 = AM$, что неворн $\Rightarrow$

$\angle BAM \geq 45°$.

~~(В ...)~~ Наименьш. длину

$BD$ имеет, если $M$ – середина $BD$:

$BD = 2\sqrt{36-16} = 4\sqrt{5}$.




Нет обоснования

—

№4 Чистовик (стр 3)

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)-\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)+1}{\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)+\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)-1} \geq \sin\left(\arcsin\frac{x}{10}\right)-\frac{x}{10}$$

$\sin\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \arcsin\left(\frac{x}{10}\right) \in \left(\cancel{\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]}\right) \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow$

$\frac{x}{10} \in [-1;1] \Rightarrow x \in [-10;10]$. Учитывая условие, ОДЗ имеет вид $x \in [-10;5]$. При этом $\sin(\arcsin\frac{x}{10}) = \frac{x}{10}$.

$\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)-\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)=\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$;

$\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)+\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)=\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$.

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sin\left(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{1}{\sqrt{2}}} \geq 0$$

$1^\circ \begin{cases}\sin\left(\frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4}\right) \geq -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\left(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4}\right) > \frac{1}{\sqrt{2}}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-\frac{\pi}{4}+2\pi n \leq \frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{4}+2\pi n, n\in Z \\ -\frac{5\pi}{4}+2\pi k < \frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in Z\end{cases} \Leftrightarrow$

ошибка

$\begin{cases}4n \leq x \leq 3+4n \\ 1+4k < x < 4+4k\end{cases} \Rightarrow x = 2+4n; 3+4n, n\in Z$.

$2^\circ \begin{cases}\sin\left(\frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\left(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4}\right) < \frac{1}{\sqrt{2}}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-\frac{3\pi}{4}+2\pi a \leq \frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4} \leq -\frac{\pi}{4}+2\pi a, a\in Z \\ \frac{\pi}{4}+2\pi b < \frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{4}+2\pi b, b\in Z\end{cases} \Leftrightarrow$

ошибка

$\begin{cases}-1+4a \leq x \leq 4a \\ 4b < x < 4b+1\end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing$

±

Отбор корней: $1^\circ$ $x=2+4n$: $-10 \leq 2+4n \leq 5$:

$x=-10;-6;-2;$

$2^\circ$ $x=3+4n$: $-10 \leq 3+4n \leq 5$:

$x=-9;-5;-1;3$

В итоге $\sum x = -10+(-6)-2-9-5-1+3=-30$

Ответ: $-30$

Чистовик (стр. 2) $t > 1$ : $\log_2 t > 0 \Rightarrow 2^{t-2} \cdot \log_2 t$ монотонно возрастает как произведение двух монотонно возрастающих положительных функций $\Rightarrow$

$2^{t-2} \cdot \log_2 t = 1$ имеет только 1 решение. Легко, заметить, что это решение $t = 2$ : $2^0 \cdot \log_2 2 = 1 \Rightarrow$ $t \in (1;2)$ удовл-т условию. В итоге $t \in (0;2) \Rightarrow$

$a \in (-2;0)$. При этом $x = -a$; $y = a$. +

Ответ: при $a \in (-2;0)$ решением системы явл. $(-a;a)$

№2 Пусть $y = x^3 - 2015x + 2016$:

$y' = 3x^2 - 2015 \Rightarrow$ точка максимума ~~(минимума)~~ $- x = -\sqrt{\frac{2015}{3}}$;

точка минимума ~~(максимума)~~ $- x = \sqrt{\frac{2015}{3}}$.

$$\left.\begin{aligned} y\left(-\sqrt{\tfrac{2015}{3}}\right) &= -\frac{2015}{3} \cdot \sqrt{\frac{2015}{3}} + 2015 \cdot \sqrt{\frac{2015}{3}} + 2016 > 0 \\ y\left(\sqrt{\tfrac{2015}{3}}\right) &= \frac{2015}{3} \cdot \sqrt{\frac{2015}{3}} - 2015 \cdot \sqrt{\frac{2015}{3}} + 2016 < 0 \end{aligned}\right\}$$

ур-е $x^3 - 2015x + 2016 = 0$ имеет 3 различные решения. нет обоснования

По т. Виета для $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ : +

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = b \\ x_1x_2x_3 = -c \end{cases}$$

. В частности, $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -2015 \\ x_1x_2x_3 = -2016 \end{cases}$

$$\begin{cases} x_3 = -(x_1 + x_2) \quad (1) \\ x_1x_2 + x_3(x_1 + x_2) = -2015 \quad (2) \\ x_1x_2x_3 = -2016 \quad (3) \end{cases}$$

. Из (1) и (2) $x_1x_2 - (x_1+x_2)^2 = -2015 \Rightarrow$

$$x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = 2015$$

Аналогично $x_1^2 + x_1x_3 + x_3^2 = 2015$

$x_2^2 + x_2x_3 + x_3^2 = 2015$,

если выражать $x_2 = (x_1 + x_3)$ и $x_2 = -(x_2 + x_3)$ из (1) соотв.

Ответ: 2015.

49-22-11-80
(176.1)



Черновик (стр. 5)

№3 ~~x+x3~~ $x_1^2 - x_1x_3 + x_3^2 = x_1^2 + (x_1 + x_2)x_1 + x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 =$

~~$2x_1^3$~~ $x_1^2 + x_1^2 + x_2x_2 + x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = 3x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$

$(x_1 + x_3)^2 - 2x_1x_3 = \cancel{(2x_1 - x_2)^2 + 2x_1(x_1 + x_2)} = \cancel{x_2^2 + 2x_1(x_1 + x_2)} =$

$= \cancel{2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2} =$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \cancel{2015} = -2015 \\ x_1x_2x_3 = -2016 \end{cases}$$

$(x-3)^2(x-2) = 0$

$(x^2 - 6x + 9)(x-2) = 0$

$x^3 - 6x^2 + 9x - 2x^2 + 12x - 18 = 0$

~~$x^3 - 8x^2 + 21x - 18 = 0$~~

$x^3 - 8x^2 + 21x - 18 = 0$

$x_1 + x_2 + x_3 = 8.$ $-$

~~$x_1 x_2$~~ $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 21$ $+$

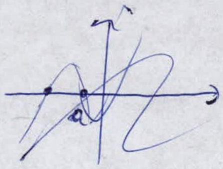
$x_1x_2x_3 = 18.$ $-$

$2016 : 3 = 672$

$\sqrt{672} \approx 26$

$x_3 = -x_1 - x_2$:

$x_1x_2 + x_3(x_1 + x_2) = -2015$



$x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2 - 2x_1x_2 = -2015$

$$\boxed{x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = 2015.}$$

$y' = 3x^2 - 2015$ $f\left(+\sqrt{\frac{2015}{3}}\right) = \frac{2015}{3}\sqrt{\frac{2015}{3}} - 2015 \cdot 26 + 2016 =$

$672 \cdot 26 - 2015 \cdot 25 < 0$

~~$y_2$~~ $f\left(-\sqrt{\frac{2015}{3}}\right) = -\frac{2015}{3}\sqrt{\frac{2015}{3}} + 2015 \cdot 26 + 2016$

$-672 \cdot 26 + 2015 \cdot 27 > 0$ $\Bigg\} \Rightarrow$

ур-е имеет 3 различных корня. Но при этом, ~~уp~~ если система ур-ий имеет решение $(x_{01}; x_{02}; x_{03})$, то оно так же имеет решения $(x_{02}; x_{01}; x_{03})$, $(x_{03}; x_{01}; x_{02})$ и т.д. $\Rightarrow$ ~~доста~~ необходимо и достаточно найти ед. знач-е $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$ ~~что~~ которое и будет являться искомым.

Черновик. Стр. 6

$Bm^2 = 36+16-2\cdot 6\cdot 4\cdot \cos x$ $\qquad \cos(\pi-\alpha)=\cos\alpha$

$Dm^2 = 36+16-2\cdot 6\cdot 4\cdot \cos(180^\circ-2\alpha-x)$

$BD^2 = 72+72\cos 2\alpha$

$104-48(\cos x+\cancel{\cos(180^\circ-2\alpha-x)}\ \cos(2\alpha+x))-72\cos\alpha\cdot BD=-40$

$\cos x+\cos(2\alpha+x)=2\cos(\alpha+x)\cos\alpha$

$BD^2=72(\cos 2\alpha+1)$

$BD\cdot 72\cos\alpha = 144+48\cdot 2\cos(\alpha+x)\cos\alpha$

$\cos\alpha(72BD-96\cos(\alpha+x))=144$

$\cos\alpha(3BD-4\cos(\alpha+x))=6$

$\sum a = \frac{-72+4}{2}\cdot 20+\frac{-75+5}{2}\cdot 21=$

$=-34\cdot 20-35\cdot 21$

$\sin(\arcsin x)$

$x.$

$-\frac{\pi}{4}+2\pi k\le \frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4}\le\frac{5\pi}{4}+2\pi k \ \Big|\cdot\frac{4}{\pi}$

$-\frac{5\pi}{4}+2\pi k<\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{4}+2\pi k$

$\cancel{-1+8n}\ \ 2\pi n\le\frac{\pi x}{2}\le\frac{3\pi}{2}+2\pi n\ \Big|\cdot\frac{2}{\pi}$

$4n\le x\le 3+4n$

$-\frac{3\pi}{2}+2\pi k<\frac{\pi x}{2}<2\pi k$

$2\pi a\le\frac{\pi x}{2}\le-\frac{\pi}{2}+2\pi a\ \Big|\cdot\frac{2}{\pi}$

$4a \geq x \geq -2+4a$

$2\pi b<\frac{\pi x}{2}<\frac{\pi}{2}+2\pi b$

$4b<x<1+4b$

49-22-11-80 (176.1)



Черновик (стр. 1).

$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)$

$\sin(\alpha-\frac{\pi}{2}) \cdot \sin(\beta-\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}\cos(\alpha-\frac{\pi}{2}-\beta+\frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta-\pi) = \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)$

$\cos\alpha \cdot \sin(\beta-\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta+\frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta-\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}\cancel{\cos}\sin(\beta-\alpha) - \frac{1}{2}\sin(\alpha+\beta)$

№1 Т.к. кол-во ~~уч~~ всех учеников – целое, как и кол-во учеников, завоевавших ту или иное кол-во медалей, ~~кол-в~~ кол-во всех учеников $a \vdots 7$ и $a \vdots 4$:

$a = 28k$, $k \in \mathbb{N}$. При этом $a \le 40 \Rightarrow$

~~$a = 28$~~ $28k \le 40$: $k = 1$, $a = 28$.

~~Ит~~ В итоге золотые медали получило $28 \cdot \frac{1}{7} = 4$ человека

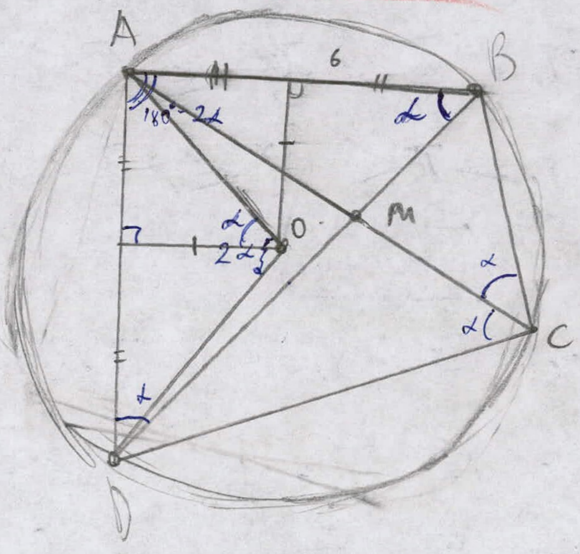
серебр. $28 \cdot \frac{1}{4} = 7$ челов., бронз.: $28 \cdot \frac{1}{4} = 7$ ч.

Кол-во тортов $= a - 4 - 7 \cdot 2 = 10$.

Ответ: 10 тортов.

№2 $x^3 - 2015x + 2016 = 0$

| | 1 | 0 | −2015 | 2016 |
|---|---|---|---|---|
| −1 | 1 | −1 | −2014 | 5030 |




№3 $AM = 4$

$AB = 6$.

$DM^2 + 36 - 2DM \cdot 36\cos\alpha = 16$

~~$BM^2 + 36 - 2BM \cdot 36 \cdot \cos\alpha = 16$~~

Т.к. ABCD вписан в окружность, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ \Rightarrow$

$\angle B + \angle D = 180^\circ$.

$BM^2 + DM^2 + 72 - \cancel{2}72\cos\alpha(DM + BM) = 32$

Черновик. (стр. 4) №5 $x^2+2y^2+2y(x-a)+a^2=0$

$\cancel{(x-a)^2=x^2-2ax+a^2}$

$\cancel{x^2-2ax+a^2+y^2+2y(x-a)=y^2-2ax}$

$\cancel{((x-a)^2+y)^2}$ $\quad x^2+2xy+y^2+y^2-2ay+a^2=0$

$(x+y)^2+(y-a)^2=0 \Rightarrow$

$y=-x;\quad a=y;\quad x=-a:$

$\cancel{2^{-2+x}}\ 2^{x-2}\cdot\log_2 x \le 1$ | ОДЗ: $x>0$
$a<0$

$2^{-2-a}\cdot\log_2(-a)<1$ | $:2^{-2-a}>0:$

$\cancel{\log_2(-a)<2^{a+2}}$ $\quad 2^{-2-a}>\frac{1}{4}$

$\cancel{-a < 2^{a+2}}$ $\quad \log_2(-a)>0$ } $-a=t;\ t>0:$

$2^{t-2}\cdot\log_2(t)\le 1$ при $t>0$

~~при~~ $\cancel{t>0\ 2^{t-2}}$ ~~при~~ $\cancel{\forall t\ 2^{t-2}>0,\ 2^{t-2}\uparrow}$

при $t>0$ $\quad 2^{t-2}>0,\ 2^{t-2}\uparrow:$

$\cancel{\log_2(t)\uparrow}$ ~~при~~ $\cancel{t>}$

при $t\in(0;1)$ $\quad \log_2(t)<0 \Rightarrow 2^{t-2}\cdot\log_2(t)<0 \Leftrightarrow$
$2^{t-2}\cdot\log_2 t<1 \Rightarrow$

$t\in(0;1)$ в полностью удовл. ~~подхо~~ нер-ву.

$t=1$ $\quad \log_2 t=0 \Rightarrow 2^{t-2}\cdot\log_2 t=0<1 \Rightarrow t=1$ уд-т нер-ву

$t>1$: $\log_2 t>0 \Rightarrow 2^{t-2}\cdot\log_2 t$ монотонно возр. как произв-е двух монотонно возр. полож. ф-ий $\Rightarrow$

$2^{t-2}\cdot\log_2 t=1$ имеет 1 решение. Легко заметить, что при $t=2$ $\quad 2^{t-2}\cdot\log_2 t=1 \Rightarrow$

$t<2$ уд-т условию. В итоге $t\in(0;2) \Rightarrow a\in(-2;0)$.

# ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик (стр. 3) $\cancel{-79} \le 4a \le 5$

$a = -2; -1; 0; 1 \Rightarrow x = -8; -4; 0; 4.$

$a = -18; -17; \dots; 1.$

$20 \notin x$

$c\ x_1 = -72$

$x_{20} = 4$

$-10 \le 4a + 1 \le 5$; $x = -7; -3; 1; 5$. $a = -19; 1$:

$21 \notin x$

$c\ x_2 = -75;$

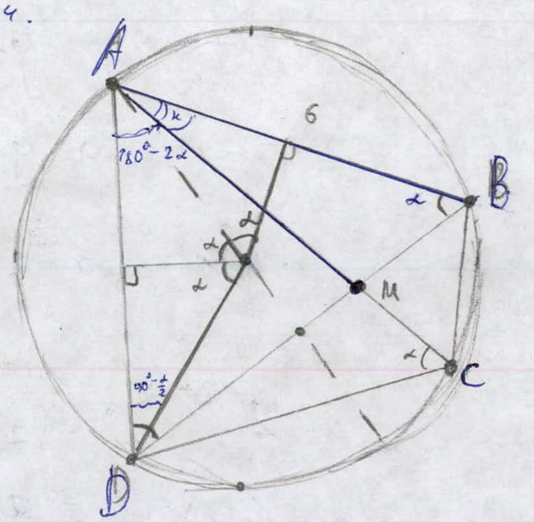
$x_2 = 5$

В итоге $\sum x = -8 - 4 + 0 + 4 - 7 - 3 + 1 + 5 = -9$

Ответ: $-9$.

а3

$Ak = 6,\ AM = 4.$




$$\begin{cases} BD^2 = 2 \cdot 36 + 2 \cdot 36 \cdot \cos 2\alpha \\ BM^2 + DM^2 - 72\cos\alpha(DM + BM) = -40 \end{cases}$$

$\cancel{\cos\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha = \frac{r}{3}$.

$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha};\ \cos\alpha = \frac{1}{1 + \frac{r^2}{9}} = \frac{3}{\sqrt{r^2+9}}$

$x_1 + x_2 + x_3 = 0$

$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = 2015$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -2016$

$x_1 x_2 + x_3(x_1 + x_2) = 2015$

$x_1 + x_2 = \frac{2016}{x_1 x_2};\ x_3 = -(x_1 + x_2)$

$x_3 = -x_1 - x_2$

$x_1 x_2(-x_1 - x_2) = -2016$

$x_1 x_2 - \frac{(x_1+x_2)^2 \cancel{2016}}{\cancel{x_1 x_2}} = 2015$

$x_1 x_2 - x_1^2 - 2x_1 x_2 - x_2^2 = 2015$

$x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = -2015$

$(x+a)^2(x+b) = 0$

$(x^2 + 2ax + a^2)(x+b) = x^3 + 2ax^2 + a^2 x + bx^2 + 2abx + a^2 b = 0$

$x^3 + x^2(+2a+b) + x(a^2 + 2ab) + a^2 b = 0$

$$\begin{cases} 2a + b = 0;\ b = -2a \\ a^2 + 2ab = -2015 \quad a^2 - 4a^2 = -2015 \quad 3a^2 = 2015 \\ a^2 b = 2016 \quad -2a^3 = 2016 \end{cases}$$

$a^3 = 1008$

# ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик (стр. 2)

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)-\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)+1}{\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)+\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)-1} \geq \sin\left(\arcsin\frac{x}{10}\right)-\frac{x}{10}$$

$$\frac{\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+1}{\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)-1} \geq \sin\left(\arcsin\frac{x}{10}\right)-\frac{x}{10}$$

$\arcsin x = \alpha$
$x \in [-1;1]$,
$\sin\alpha = x$.

$\sin(\arcsin x) = x$ при ~~$x \in [0;\pi]$ при $x \in (-1;1)$~~

~~$= \pi - x$ при $x \in [\pi;$~~

$-1 \leq \frac{x}{10} \leq 1 \Rightarrow -10 \leq x \leq 10$

$\arcsin x \in [-1;1]$. $\Rightarrow \sin(\arcsin x) \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sin\left(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{1}{\sqrt{2}}} \geq 0$$

$$\begin{cases}\sin\left(\frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4}\right) \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \sin\left(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4}\right) > \frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{\pi}{4}+2\pi k \leq \frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{4}+2\pi k\\ -\frac{3\pi}{4} < \frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4} < -\frac{\pi}{4}\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}2\pi n+\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi x}{2} \leq \pi+2\pi n\\ 2\pi k-\pi < \frac{\pi x}{2} < -\frac{\pi}{2}+2\pi k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4n+1 \leq x \leq 2+4n\\ 4k-2 < x < -1+4k\end{cases} \Rightarrow$$

~~$\boxed{x = 2+4n}$, $n \in \mathbb{Z}$~~

$$\begin{cases}4n+1 \leq x \leq 2+4n\\ 2+4k < x < 3+4k\end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing$$

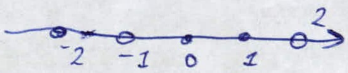
$$\begin{cases}\sin\left(\frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4}\right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\\ \sin\left(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4}\right) \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases} \Leftrightarrow$$

~~$\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{4}$ $\quad \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{4}$ $\quad \leq \frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4} \leq$~~

$$\begin{cases}-\frac{5\pi}{4} \leq \frac{\pi x}{2}-\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4}\\ -\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-\pi+2\pi a \leq \frac{\pi x}{2} \leq \frac{\pi}{2}+2\pi a\\ -\frac{\pi}{2}+2\pi b \leq \frac{\pi x}{2} \leq \pi+2\pi b\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}-2+4a \leq x \leq 1+4a\\ -1+4b \leq x \leq 2+4b\end{cases} \Leftrightarrow \left\{x = 4a;\ 1+4a.\right.$$

$x = 4a;\ 4a+1$ :



фин. ОДЗ: $x \in [-10;10]$ ; $[-7.5;5]$

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!