70-52-89-18
(181.3)

Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

+1
+1
12^{33}
12^{36}

Вариант 172

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников

по математике

Байкабулова Тимура Фаридовича
фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата
«22» марта 2016 года

Подпись участника

Ясинский / (85) (Восемьдесят пять) / Желтов А.Б.

Матвеев

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

70-52-89-18 (181.3)

ОЛИМПИАДА ПВГ 2016

Чистовик

Задача 1.

Докажем, что $\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}<\frac{26}{19}$

Пусть $f(x)=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$.

Функция $\sqrt{2}\sin x$ возрастает при $x\in(0;\frac{\pi}{2})$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $f(x)=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$ возрастает при $x\in(0;\frac{\pi}{4})$

Заметим, что $f(\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

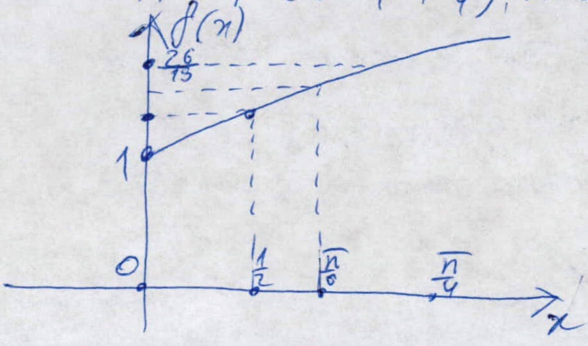
Докажем, что $f(\frac{\pi}{6})<\frac{26}{19}$:

$$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}<\frac{26}{19}$$
$$\Updownarrow$$
$$1+\sqrt{3}<\frac{52}{19}$$
$$\Updownarrow$$
$$19+19\sqrt{3}<52$$
$$\Updownarrow$$
$$19\sqrt{3}<33$$
$$\Updownarrow$$
$$\sqrt{3}<\frac{33}{19}$$
$$\Updownarrow$$
$$3<\frac{33\cdot 33}{19^2}$$
$$\Updownarrow$$
$$1<\frac{\cancel{11\cdot 33}\ 11\cdot 33}{19^2}$$
$$\Updownarrow$$
$$19^2<11\cdot 33=363$$
$$\Updownarrow$$

$361<363$ – верно, значит, $f(\frac{\pi}{6})<\frac{26}{19}$

Заметим, что т.к. $0<\frac{1}{2}<\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{4}$ (т.к. $\pi>3$),

$f(x)\uparrow$ при $x\in(0;\frac{\pi}{4})$, то $f(\frac{1}{2})<f(\frac{\pi}{6})<\frac{26}{19}$



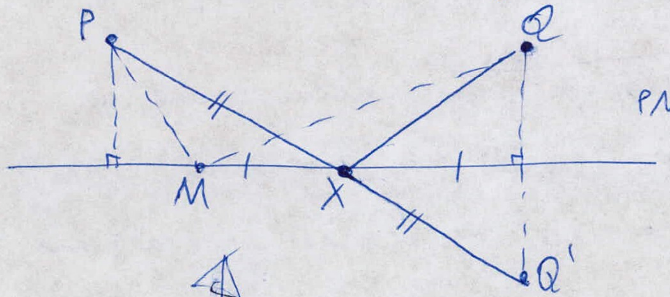
Значит, $f(\frac{1}{2})=\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}<\frac{26}{19}$.

Ответ: $\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}<\frac{26}{19}$

Верно

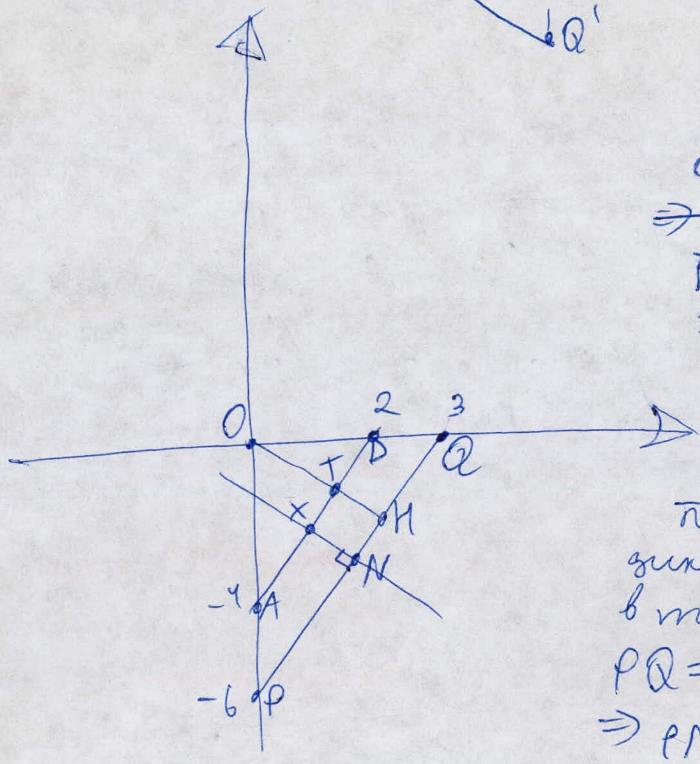
черновик Задача 3 (продолжение)

– по неравенству треугольника:



$PM + MQ' \geqslant PX + XQ' = PX + XQ$

$PM + MQ''$



Пусть N – середина PQ,
OH – высота в $\triangle OPQ$,
$OH \cap AD = T$

~~$\Rightarrow OH =$~~

$PQ = \sqrt{3^2+6^2} = 3\sqrt{5}$

$\Rightarrow OH = \dfrac{3 \cdot 6}{3\sqrt{5}} = \dfrac{6}{\sqrt{5}} = \dfrac{6\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow TH = \dfrac{1}{3} OH = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ (из подобия $\triangle$).

Пусть серединный перпендикуляр к ~~AD~~ PQ пересекает AD в точке X. Тогда $XN = TH = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$PQ = 3\sqrt{5}$, $PN = \dfrac{1}{2} PQ \Rightarrow$

$\Rightarrow PN = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow PX^2 = PN^2 + XN^2 = \dfrac{3 \cdot 5}{4} + \dfrac{4}{5} = \dfrac{45}{4} + \dfrac{4}{5} = \dfrac{225+16}{20} =$

$= \dfrac{241}{20} \Rightarrow PX = \dfrac{\sqrt{241}}{2\sqrt{5}} \Rightarrow PX + XQ = 2PX = \dfrac{\sqrt{241}}{\sqrt{5}}$

Значит, наименьшее значение выражения при данных условиях равно $\sqrt{\dfrac{241}{5}}$

Ответ: $\sqrt{\dfrac{241}{5}}$

ответ верный

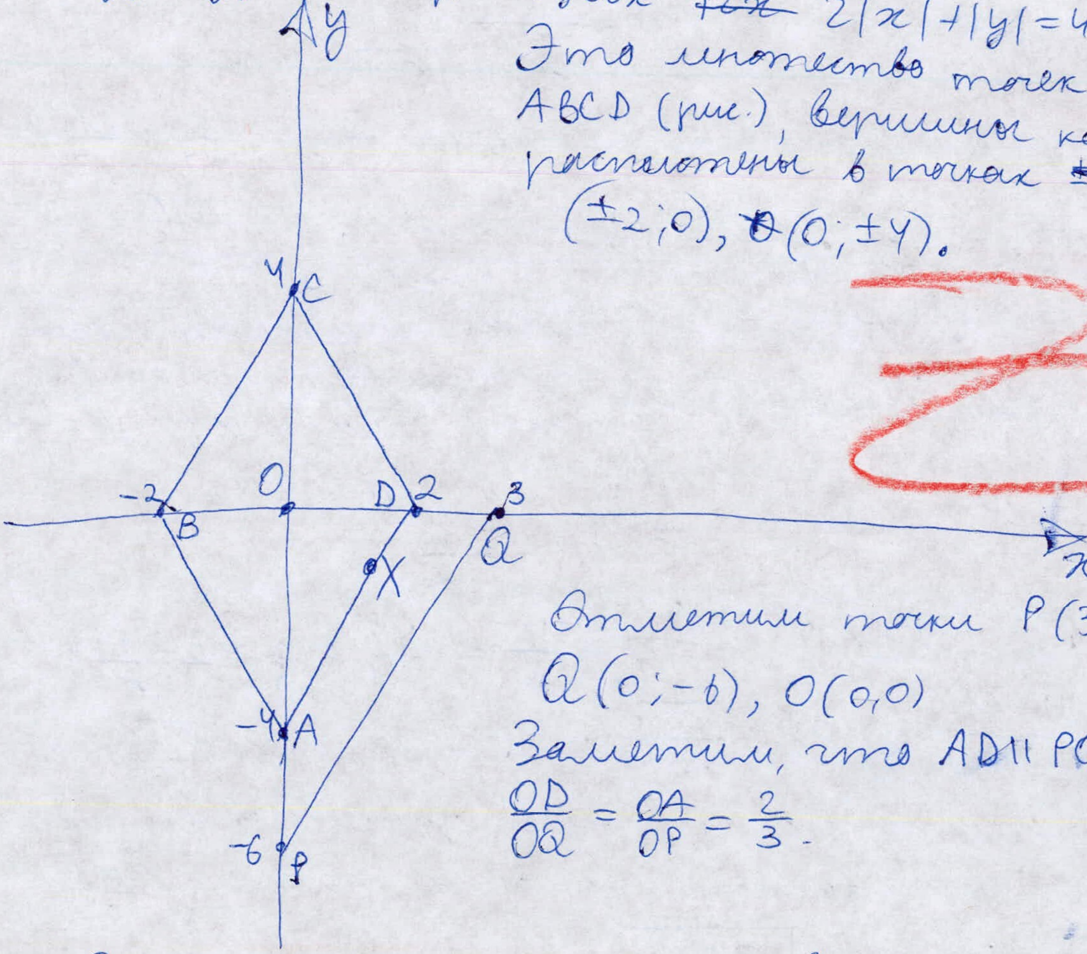
Задача 3 чистовик

$\sqrt{(x-3)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y+6)^2}$, $2|x|+|y|=4$.

1). Заметим, что $\sqrt{(x-3)^2+y^2}$ – расстояние до точки с координатами $(3,0)$ на плоскости xOy, $\sqrt{x^2+(y+6)^2}$ – расстояние до точки с координатами $(0;-6)$.

2). Нарисуем на плоскости множество точек, ~~удв~~ удовлетворяющих ~~2x~~ $2|x|+|y|=4$:

Это множество точек – ромб $ABCD$ (рис.), вершины которого расположены в точках ~~±2,~~ $(\pm 2;0)$, ~~0~~ $(0;\pm 4)$.



Отметим точки $P(3,0)$ и $Q(0;-6)$, $O(0,0)$

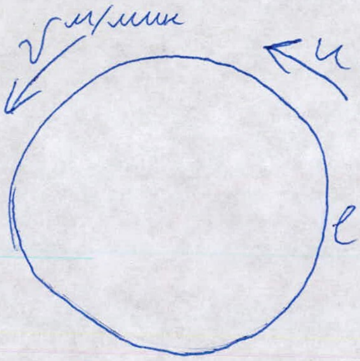
Заметим, что $AD \parallel PQ$, тк $\frac{OD}{OQ}=\frac{OA}{OP}=\frac{2}{3}$.

Заметим, что теперь для выполнения условия нужно найти такую точку X на ромбе $ABCD$, чтобы сумма ~~PX и~~ $PX+XQ$ была минимальна. Из рисунка видно, что её нужно выбрать на отрезке AD. Заметим, что, тк $PQ \parallel AD$, ее нужно выбрать так, чтобы ~~PX = XQ~~ PX равнялась XQ. $\Rightarrow$ на серединном перпендикуляре к PQ

обоснование см. ниже.

Чистовик Задача 2

Пусть длина кольцевой трассы равна l метров, скорость более быстрого водителя равна v метров в минуту, более медленного - u метров в минуту. Пусть второй проезжает круг за n минут. Тогда $n \in \mathbb{Z}, n>3$.



$(n \in \mathbb{Z}, n>3)$

Тогда по условию $\frac{l}{v}=3$, $\frac{l}{u}=n$ ~~$(n \in \mathbb{Z})$~~ ~~$(n \in \mathbb{N}$, т.к~~

Пусть два водителя встретились. Тогда в следующий раз они встретятся через $\frac{l}{v-u}$ минут (отношение разделяющего их расстояния к скорости догона).

Пусть $t=\frac{l}{v-u}$. Тогда t - время между обгонами

$$t=\frac{l}{v-u}=\frac{l}{\frac{l}{3}-\frac{l}{n}}=\frac{1}{\frac{1}{3}-\frac{1}{n}}=\frac{1}{\frac{\cancel{3-n}}{3n}}=\frac{\cancel{3n}}{\cancel{3-n}}$$

$$=\frac{1}{\frac{n-3}{3n}}=\frac{3n}{n-3}=\frac{3(n-3)+9}{n-3}=3+\frac{9}{n-3}.$$

(так как $\frac{l}{v}=3 \Rightarrow v=\frac{l}{3}$, $\frac{l}{u}=n \Rightarrow u=\frac{l}{n}$).

Значит, $t=3+\frac{9}{n-3}$. По условию t - целое и >7, значит, $9 \vdots (n-3)$, $n-3>0$. $\Rightarrow (n-3) \in \{1;3;9\}$ - положительные делители числа 9, т.к $9=3^2$.

Рассмотрим случаи:

1). $n-3=1 \Rightarrow$ ~~$t=12$~~ $t=3+9=12$, $n=4$ - подходит

2) $n-3=3 \Rightarrow t=3+\frac{9}{3}=6<7$ - не подходит

3). $n-3=9 \Rightarrow t=3+\frac{9}{9}=4<7$ - не подходит.

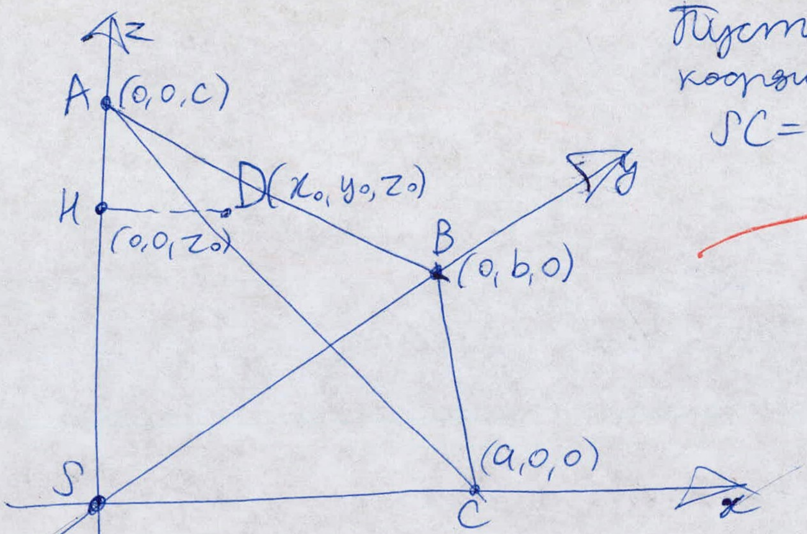
Значит, $t=12$ мин. Ответ: 12 минут

ответ верный.

чистовик

Задача 5

Направим ось x вдоль ребра SC, ось y - вдоль SB, ось z - вдоль SA. Тогда оси x, y, z образуют систему координат, тк по условию ребра взаимно перпендикулярны.



Пусть точка D имеет координаты (x_0, y_0, z_0), $SC=a$, $SB=b$, $SA=c$.

По условию расстояние от D до SA равно 5 $\Rightarrow$ расстояние от D до оси z равно 5, значит, $x_0^2+y_0^2 = 5^2$ (тк если $DH \perp SA$, H имеет координаты $(0,0,z_0)$ и $DH = \sqrt{x_0^2+y_0^2}$ по формуле расстояния между точками). Аналогично $x_0^2+z_0^2=(2\sqrt{5})^2=20$, $y_0^2+z_0^2=(\sqrt{13})^2=13$. Значит,

$$\begin{cases} x_0^2+y_0^2=25 \\ x_0^2+z_0^2=20 \\ y_0^2+z_0^2=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0^2=13-z_0^2 \\ x_0^2+13-z_0^2=\cancel{20}25 \\ x_0^2+z_0^2=20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y_0^2=13-z_0^2 \\ 2x_0^2=45-13=32 \\ x_0^2+z_0^2=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0^2=13-z_0^2 \\ x_0^2=16 \\ z_0^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0^2=9 \\ x_0^2=16 \\ z_0^2=4 \end{cases}$$

Тк $x_0, y_0, z_0 > 0$, $x_0=4$, $y_0=3$, $z_0=2$.

Знаит, условие о расстояниях равносильно тому, что плоскость проходит через точку с координатами $(4;3,2)$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Задача 4 (продолжение) Черновик

решение внизу страницы ↓

~~1 случай:~~

$c=1$. Уравнение примет вид:

$k^2+11\log_3 1=0$

$\Updownarrow$

$k^2=0$

$\Updownarrow$

$k=0$

$\Updownarrow$

$[\log_3(\log_2 x)]=0$

$\Updownarrow$

$0\le\log_3(\log_2 x)<1$

$\Updownarrow$ т.к $f(x)=\log_3 x\uparrow$

$1\le\log_2 x<2$

$\Updownarrow$ т.к $f(x)=\log_2 x\uparrow$

$2\le x<4$ $\quad$ ~~$x\in[2;4)$~~

$c=1 \Rightarrow x\in[2^1;3)\Rightarrow$

$\Rightarrow x\in[2;3)$

Учитывая условие ~~случая~~, получим

$x\in[2;3)$

2 случай:

$c=2$. ~~Уравнение примет вид:~~

$\Rightarrow x\in[4;5)$. ~~Уравнение примет вид:~~

~~$[\log_3\log_2 x]^2+11\log_3 2=0.$~~

Задача 4 (продолжение)

$k^2+11\log_3 c=0. \Rightarrow \cancel{c\Leftarrow}\ k^2=-11\log_3 c\Rightarrow$

$\Rightarrow\log_3 c\le 0\Rightarrow c\le 1$. c – целое $\Rightarrow c=1.\Rightarrow$

$\Rightarrow 11\log_3 c=0$. Уравнение примет вид:

$k^2=0$. Вернемся к x:

$[\log_3(\log_2 x)]=0$

$\Updownarrow$

$0\le\log_3(\log_2 x)<1$ $\quad$ $1\le\log_2 x<3$

$\Updownarrow$ т.к $f(x)=\log_3 x\uparrow$ $\quad$ $2\le x<2^3$

$1\le\log_2 x<2$ $\quad$ $[\log_2 x]=c=1$

$\Updownarrow$ т.к $f(x)=\log_2 x\uparrow$ $\quad$ $\downarrow$

$2\le x<4$. $\quad$ $2\le x<4$

Т.к $c=1$, $x\in[2^1;3)\Leftrightarrow x\in[2;3)$. Учитывая это условие, получаем ответ: $[2;3)$ $\quad$ $[x]=2^c$

$\downarrow$

Ответ: $[2;3)$ $\quad$ $x\in[2;3)$

ответ верный, но грубая ошибка в начале, которая упростила решение

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Задача 4. Чистовик

$[\log_3(\log_2 x)]^2 - 10\log_3([\log_2 x]) + 21\log_3(\log_2([x])) = 0.$

Пусть $[\log_3(\log_2 x)]^{\cancel{2}} = k$, $[\log_2 x] = n$, $[x] = m$.

~~Тогда~~ $k, n, m \in \mathbb{Z}$ и уравнение примет вид:

$k^2 - 10\log_3 n + 21\log_3(\log_2 m) = 0$

$\Updownarrow$

$k^2 + \log_3 \frac{(\log_2 m)^{21}}{n^{10}} = 0$

ошибка

$\log_3 \frac{(\log_2 m)^{21}}{n^{10}} = -k^2$ - целое число.

$\Rightarrow \left(\frac{(\log_2 m)^{21}}{n^{10}}\right)^{-1} = 3^{k^2}$ - целое число

$n^{10} = 3^{k^2}(\log_2 m)^{21}$

$\Rightarrow (\log_2 m)^{21} = 3^{k^2} \cdot n^{10}$ - целое число

далее ошибки в рассуждении

$\Rightarrow \log_2 m = \sqrt[21]{t}$, $t \in \mathbb{Z} \Rightarrow \log_2 m$ - алгебраическое число $\Rightarrow \log_2 m$ - ~~целое~~ рациональное число ~~(тк m целое)~~

(тк если $\log_2 m$ не рационально, оно не является алгебраическим)

~~m - целое~~ $\Rightarrow \log_2 m = \frac{a}{b}$, $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow m = 2^{\frac{a}{b}}$. m - целое $\Rightarrow \frac{a}{b}$ - целое. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \log_2 m$ - целое. $\Rightarrow m = 2^c$, ~~$c \in \mathbb{N}$~~ $c \in \mathbb{Z}, c \geq 0$

$\Rightarrow [x] = 2^c \Rightarrow x = 2^c + d$, $c \in \mathbb{Z}, c \geq 0$, $d \in [0;1)$

~~Тогда~~ ~~$[\log_2 x]$~~ $2^c \leq x < 2^{c+1} \Rightarrow$

$\Rightarrow c \leq \log_2 x < c+1 \Rightarrow [\log_2 x] = c$.

~~Тогда~~ уравнение примет вид

~~k^2~~ $k^2 - 10\log_3 c + 21\log_3 c = 0$

$\Updownarrow$

$k^2 + 11\log_3 c = 0.$

~~$\Rightarrow 11\log_3 c = -k^2 \leq 0 \Rightarrow$ ~~$c \in$~~ $c \leq 3 \Rightarrow$ ~~$c \in \{1;2\}$~~ $c = 1$~~

~~Рассмотрим случаи:~~

~~1. Значит, $c = 1$. Найдем x:~~

Шифр

~~Задача~~ черновик 5 (продолжение).

Заметим, что плоскость, заданная уравнением ~~$\frac{x}{a}+b$~~

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0$ проходит через точки A, B, C (т.к. их координаты $(a,0,0), (0,b,0), (0,0,c)$)

Она должна также проходить через точку $D-(4,3,2)$:

$$\frac{4}{a}+\frac{3}{b}+\frac{2}{c}=1$$

Заметим, что $V_{SABC}=\frac{1}{3}\cdot SA\cdot S_{SBC}=\frac{1}{6}SA\cdot SB\cdot SC=$
$=\frac{1}{6}abc$.

Значит, необходимо найти минимальное значение выражения $\frac{1}{6}abc$ при условии
$\frac{4}{a}+\frac{3}{b}+\frac{2}{c}=1$.

Заметим, что по неравенству о средних арифметическим и средним геометрическим

$$1=\frac{4}{a}+\frac{3}{b}+\frac{2}{c}\geqslant 3\sqrt[3]{\frac{24}{abc}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\sqrt[3]{\frac{24}{abc}}\leq 1 \Rightarrow 27\cdot\frac{24}{abc}\leq 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow abc\geqslant 27\cdot 24 \Rightarrow \frac{abc}{6}\geqslant 27\cdot 4=108$$

Значит, $V\geqslant 108$. Заметим, что равенство достигается, если $\frac{4}{a}=\frac{3}{b}=\frac{2}{c}=\frac{1}{3}$, то есть $a=12$, $b=9$, $c=6$. Значит, минимальное значение объема равно 108.

Ответ: 108

ответ верный.

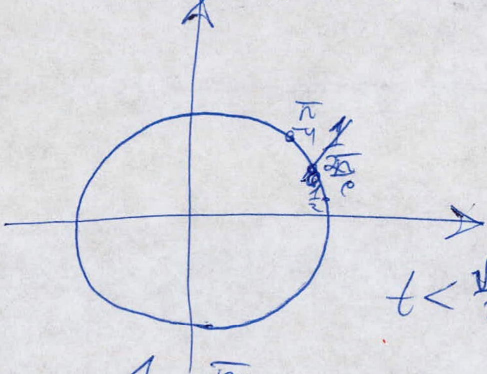
70-52-89-18
(181.3)

Олимпиада ПВГ 2016

№1. черновик

$\frac{26}{19}$ $\quad 1 = \sin\frac{1}{2} + \cos\frac{1}{2}$

$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4})$



$\frac{1}{2} < \frac{\pi}{4}$ $\quad \pi > 2.$

$1\frac{7}{19}$

$\frac{240}{5} = \frac{24 \cdot 10}{5} = 48.$

$t < \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \approx 1.7$

$7 \mid 19$

$\cancel{\frac{1}{2} > \frac{\pi}{6}}$

$\sin\frac{1}{2} < \frac{1}{2}.$ $\quad \frac{7}{19} > \frac{7}{20} = 1.35.$

$\sqrt{48} = 4\sqrt{3} = 4.17.$

$\frac{1}{2} < \frac{\pi}{6}$

$3 < \pi.$

$\cancel{t >}$ $\quad t \approx \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \approx \frac{2.7}{2} = 1.35$

$t < 1.35.$

$\frac{26}{19} = f(\frac{\pi}{2})$

$\frac{1}{2} < \frac{\pi}{6}.$

$\cancel{\sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}}$

$\sqrt{2}\sin(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}) < 1.35$ $\quad f\uparrow$ от 0 до $\frac{\pi}{4}$

$f(x) = \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}) < 1.35.$ $\quad f(\frac{\pi}{6}) > \frac{26}{19}.$

$f(\frac{\pi}{6}) = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

$\cancel{\frac{1+\sqrt{3}}{2} > \frac{7}{19}}$

$\cancel{1+\sqrt{3} > \frac{14}{19}}$

$\cancel{19 + 19\sqrt{3} > 14}$

$\frac{1+\sqrt{3}}{2} > \frac{26}{19} = 1 + \frac{7}{19}$

$1 + \sqrt{3} > 2 + \frac{14}{19}$

$\sqrt{3} > 1 + \frac{14}{19} = \frac{19+14}{19} = \frac{33}{19}$

$3 > \frac{33 \cdot 33}{19 \cdot 19}$

$(20-1)^2 = 400 - 40 + 1 = 361$

$\frac{11 \cdot 33}{19^2} < 1.$

$\cancel{343} < 19^2$

$363 < 361$ — верно.

черновик.

№4.

$[\log_3(\log_2 x)]^2 - 10\log_3([\log_2 x]) + 21\log_3(\log_2([x])) = 0.$

$x^2 - 10x + 21 = 0.$

$\left[\begin{array}{l} x = 7 \\ x = 3 \end{array}\right.$

$\log_3 \log_2 = 7.$

$\cancel{x = 2^{3}}$

$x = 2^{3^2}$

$\ln[x] = [\ln x]$

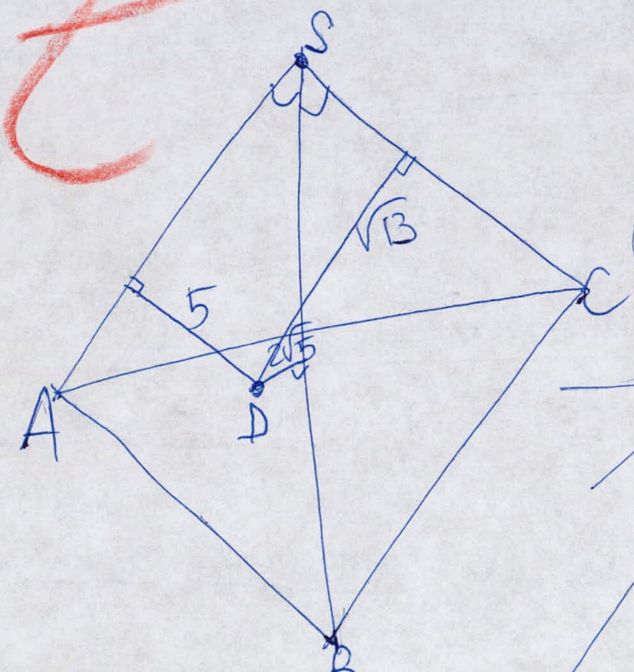
$\cancel{n \le x \le m}.$

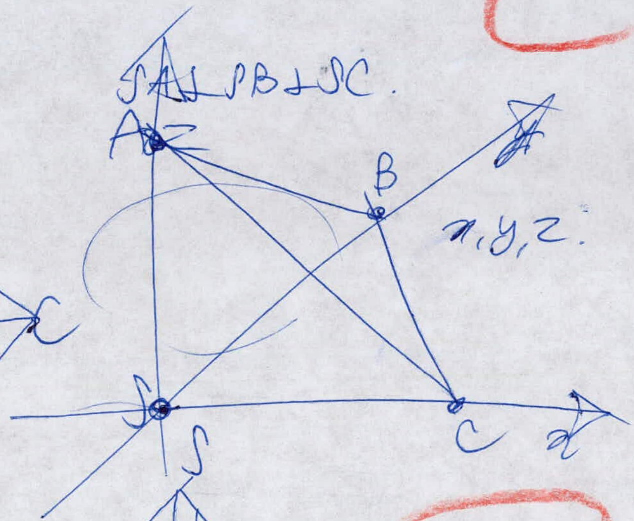
$n \le x < m.\ [x] = n.$

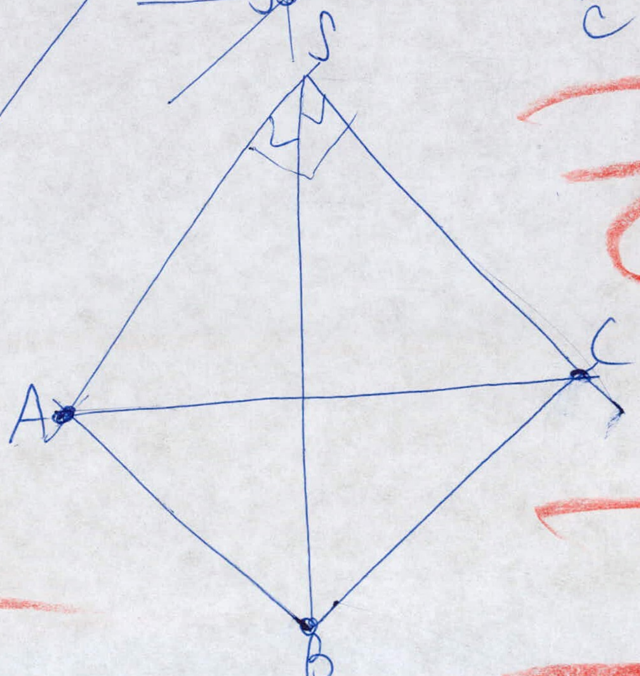
$x^2 + y^2 = 25$

$\cancel{x =}$

№5.



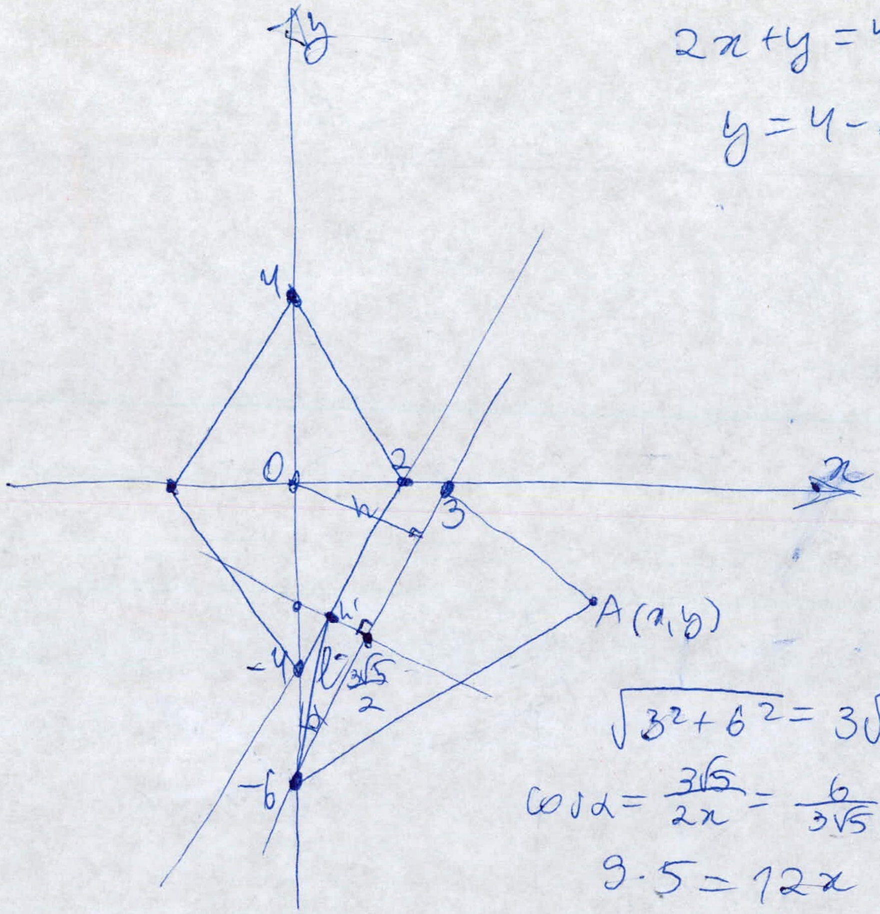




№3. черновик

$\sqrt{(x-3)^2+y^2} + \sqrt{x^2+(y+6)^2}$

$2|x|+|y|=4.$



$2x+y=4$

$y=4-2x.$

$\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{1+2^2}=3\sqrt5$

$\cos\alpha=\frac{3\sqrt5}{2x}=\frac{6}{3\sqrt5}$

$9\cdot5=12x$

$3\cdot5=4x=15$

$x=\frac{15}{4}$ 200+25

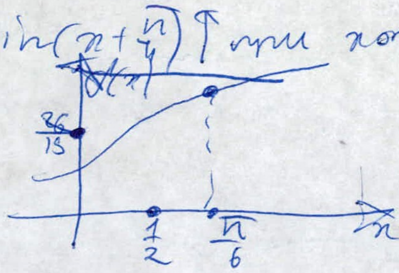
$h=\frac{\cancel{3}\cdot6}{\cancel{3}\sqrt5}=\frac{6}{\sqrt5}$

$h'=\frac{2}{\sqrt5}=\frac{2\sqrt5}{5}$

$l^2=\frac{9\cdot5}{4}+\frac{4\cdot5}{25}=\frac{45}{4}+\frac{4}{5}=\frac{45\cdot5+4\cdot4}{20}=\frac{225+16}{20}=$
$=\frac{241}{20}.$

$\frac{26}{19}$ $\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}$. черновик

$f(x)=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})\uparrow$ при подходе к $\frac{\pi}{4}$.



$\frac{26}{19}$ $f(\frac{1}{2})$

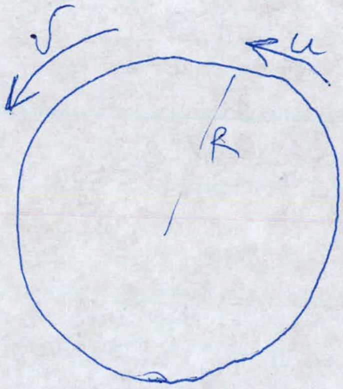
$f(\frac{\pi}{6})<\frac{26}{19}$.

$f(\frac{1}{2})<\frac{26}{19}$.

$\sqrt{2}$.

241

$280-241=39$.



$\frac{2\pi R}{v}=3$

$\frac{2\pi R}{u}=n>3$.

длина окр. — l метров
v метров/мин
u м/мин.

$\frac{l}{v}=3$. $v=\frac{l}{3}$ $v>u$.

$\frac{l}{u}=n$. $\cancel{n=u=\frac{l}{u}}$ $u=\frac{l}{n}$.

$t_{об}=\frac{l}{v-u}=\frac{l}{\frac{l}{3}-\frac{l}{n}}=\frac{1}{\frac{1}{3}-\frac{1}{n}}=\frac{1}{\frac{n-3}{3n}}=$

$=\frac{3n}{n-3}>7$.

$\frac{3n}{n-3}=\frac{3(n-3)+9}{n-3}=3+\frac{9}{n-3}$

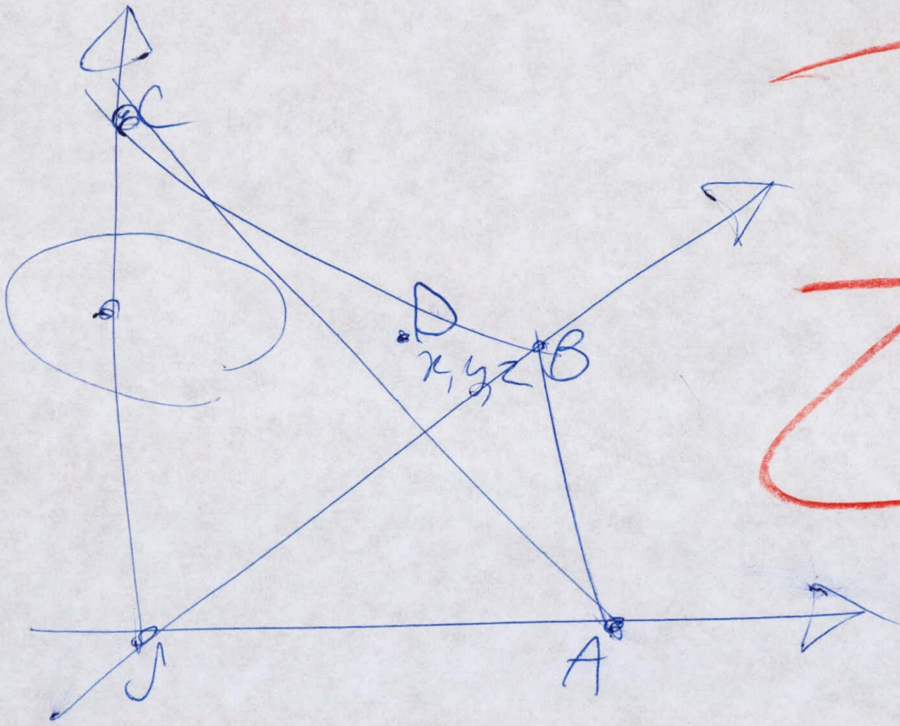
$\frac{9}{n-3}>7$ $\cancel{n=4.}$ $n-3=1;3;9$.

$n=4$. $t=12$.

$n=6$ $\cancel{t=3}$ $t=6$.

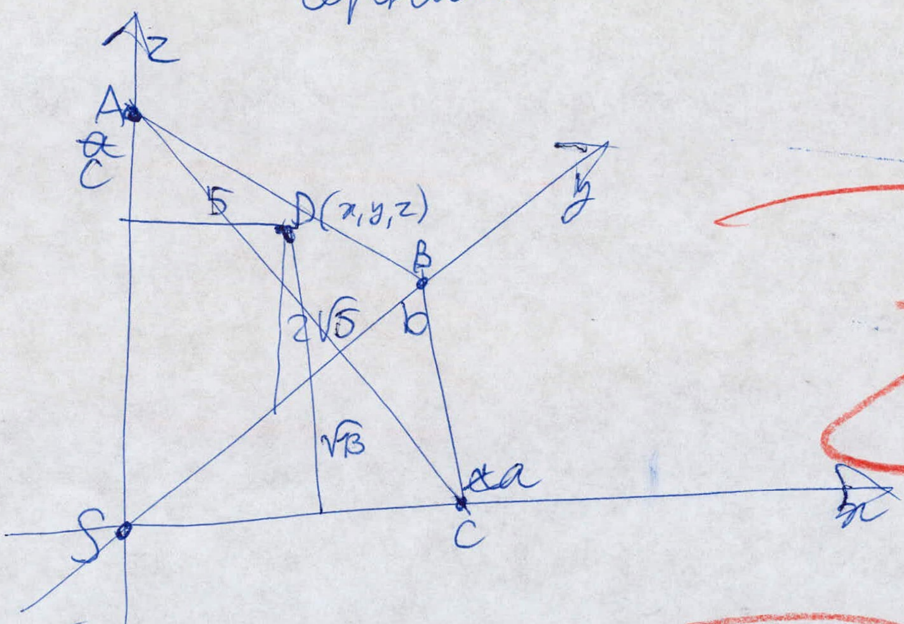
$n=$ ~~[illegible]~~

№4.5 черновик



70-52-89-18
(181.3)

Черновик



$$\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x^2+z^2=4\cdot 5=20 \\ y^2+z^2=13 \end{cases}$$

$$y^2=13-z^2$$

$$\begin{cases} x^2+13-z^2=25 \\ x^2+z^2=20 \end{cases}$$

16, 9, 4

$$2x^2+13=45$$

(4, 3, 2)

$$2x^2=32$$

$$x^2=16 \quad \cancel{x=4}$$

$$y^2=9$$

$$z^2=4.$$

$$V=\frac{abc}{6}.$$

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0.$$

$\min(abc)$ - !

$$\frac{4}{a}+\frac{3}{b}+\frac{2}{c}-1=0.$$

$$\frac{4}{a}+\frac{3}{b}+\frac{2}{c}=1.$$

$$abc \geqslant 27\cdot 24.$$

$$\frac{abc}{6} \geqslant 27\cdot 4$$

$$1=\frac{4}{a}+\frac{3}{b}+\frac{2}{c} \geqslant 3\sqrt[3]{\frac{24}{abc}}$$

$$3\sqrt[3]{\frac{24}{abc}} \le 1 \qquad 27\cdot\frac{24}{abc}\le 1$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

черновик

$x = 2^n + t \quad t$ от 0 до 1.

$[\log_3(\log_2(2^n+t))]^2 - 10\log_3 n + 21\log_3 n = 0.$

$[\quad]^2 + 11\log_3 n = 0.$

$\cancel{n=}\quad n < 3.$

n от ~~1 до 3.~~ 1 до 2.

1). $n = 1.$

$x = 2 + t$

$[\quad]^2 = 0.$

$[\log_3(\log_2 x)] = 0. \qquad 0 \leq \log_3(\log_2 x) < 1$

$\cancel{\log_2 x = 1.}$

$x = 2.$

~~2). $n = 2.$~~

~~$x = 4 + t.$~~

№4 черновик

$[\log_3(\log_2 x)]^2 - 10\log_3([\log_2 x]) + 21\log_3(\log_2(\underbrace{[x]}_{2^n})) = 0$

$2^n \le x < 2^{n+1}$

$\log_2 x = n.$

$\cancel{m \le x \le m+1}$

$10\log_3 n + 21\log_3(\log_2 m) = k.$

$\log_3 n^{10} + \cancel{2}\log_3 \cdot (\log_2 m)^{21} = k$

$\log_3 (n^{10} \cdot (\log_2 m)^{21}) = k.$

$(\log_2 m)^{21}$ — целое число.

~~log~~

$10\log_3(\underbrace{[\log_2 x]}_{n}) + 21\log_3(\log_2(\underbrace{[x]}_{m})) = \cancel{0}k.$

$10\log_3 n + 21\log_3(\log_2 m) = k.$

$\log_3 n^{10} \cdot (\log_2 m)^{21} = k.$

$n^{10} \cdot (\log_2 m)^{21} = 3^k.$ m - целое

$\log_2 m$ рационально. $\Rightarrow$ целое.

$\cancel{m = 2^a}$ $\cancel{m = 2^n}$ $m = 2^a$ $x = 2^5 + \frac{1}{5}.$

$\ln x = 5^+.$

$[x] = 2^a \Rightarrow x = 2^a + \Delta x.$

$\Rightarrow [\log_2 x] = a = n.$