40-91-66-92
(181.2)

ОЛИМПИАДА ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 172

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы"

по математике

Сидоренко Артура Павловича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

+1

Дата

«22» марта 2016 года

Подпись участника

Чистовик №1 75 (семьдесят пять) Мирадис Постолит Ильготин

1) Заметим, что $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.

Действительно, $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \sin x \cdot \cos\frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x + \sin x)$

Тогда $\sin\frac{1}{2} + \cos\frac{1}{2} = \sqrt{2}\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$

2) Заметим, что $\frac{1}{2} < \frac{\pi}{6}$. Действительно, $\frac{1}{2} < \frac{\pi}{6}$, т.к. $\frac{6}{2} < \frac{6\pi}{6}$ $(3 < \pi)$.

Тогда $\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right) < \sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}\right)$, т.к. оба угла $\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4} \text{ и } \frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4} = \frac{5}{12}\pi\right)$ находятся в первой четверти ~~в перв~~ в единич. окр-ти

$0 < \frac{\pi}{4} < \frac{1}{2}+\frac{\pi}{4} < \frac{5}{12}\pi < \frac{\pi}{2}$

3) $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}(\sqrt{3}+1)$

Тогда $\sqrt{2}\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right) < \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)$

4) Покажем, что $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1) < \frac{26}{19} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}+1 < \frac{52}{19} \Leftrightarrow \sqrt{3} < \frac{52-19}{19} \Leftrightarrow \sqrt{3} < \frac{33}{19} \underset{\substack{\sqrt{3}>0 \\ \frac{33}{19}>0}}{\Leftrightarrow} 3 < \frac{33^2}{19^2}$

$33^2 = (30+3)^2 = 900 + 2\cdot 3\cdot 30 + 9 = 900 + 180 + 9 = 1089$

$19^2 = (20-1)^2 = 400 - 2\cdot 20 + 1 = 361$

$19^2 \cdot 3 = 361\cdot 3 = 900 + 180 + 3 = 1083$

Тогда $3 < \frac{33^2}{19^2} \Leftrightarrow 3 < \frac{1089}{361} \Leftrightarrow 3 < \frac{1083+6}{361} \Leftrightarrow 3 < 3 + \frac{6}{361}$.

5) Имеем следующую итоговую цепочку ~~нер-в~~:

$\sin\frac{1}{2} + \cos\frac{1}{2} = \sqrt{2}\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right) < \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}(\sqrt{3}+1) = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1) < \frac{26}{19}$.

Ответ: $\frac{26}{19} > \left(\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}\right)$

верно!

Отсюда $8x \geq 17$, что при $x \geq 8$ верно.

Таким образом, $u \leq 2v \Rightarrow 10u \leq 21v$., т.е.

$t - 10u + u \geq 0$., т.к. $t \geq 0$, $-10u + 21v \geq 0$

Ответ: $[2; 3)$

ВЕРНО

$t=0 \Rightarrow 0 \le \log_3 \log_2 x < 1 \Rightarrow 1 \le \log_2 x < 3 \Rightarrow 2 \le x < 8$

$t=u=v$ при $x \in [2;3)$. ~~Этот отрезок явл.~~

Числа из этого отрезка явл. решениями ур-я.

Но нет ли других чисел?

Пусть $x<2$. Тогда x вне ОДЗ

Пусть $x \ge 3$, но $x<4$. Тогда $t=0$, $u=0$, $v>0$.

$v \ge \log_3 \log_2 4$

$v \ge \log_3 2$

Ясно, что тогда $t-10u+21v>0$.

Пусть $4 \le x < 8$. Тогда $t=0$, $u>0$, ~~$v>0$.~~

~~$(v \ge \log_3 2)$~~

Заметим, что тогда $u < \log_3[\log_2 8]$, $u<1$.

Тогда $t-10u+v > 0 -10 + 21\log_3 2 > 0$,

т.к. $\log_3 2 > \log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}$, отсюда $21\log_3 2 > 10{,}5 > 10$.

Пусть $x \ge 8$. Тогда $t \ge 1$.

Покажем, что при этих x $\log_3[\log_2 x] \le 2\log_3 \log_2 [x]$

$[\log_2 x] \le 9\log_2[x]$

$[\log_2 x] \le \log_2 x$ $\qquad 9\log_2[x] \ge 9\log_2(x-1)$

~~$\log_2 x \le 9\log_2(x-1)$, $\frac{\log_2 x}{\log_2(x-1)} \le 9$, т.к.~~

~~при x $\frac{\log_2(x+1)}{\log_2 x} > \frac{\log_2 x}{\log_2(x-1)}$ при x наших x.~~

$[\log_2 x] \le \log_2 x \underset{\uparrow}{\le} 9\log_2(x-1) \le 9\log_2[x]$

докажем.

$\log_2 x \le 9\log_2(x-1) \Leftrightarrow \log_2 x \le \log_2(x-1)^9 \Leftrightarrow x \le (x-1)^9$

$\log_2$ строго возраст.

По нер-ву Бернулли $(1+(x-2))^9 \ge 1+9x-18 = 9x-17$.

Чистовик №2.

1) Примем длину кольцевой трассы за единицу (один оборот). Пусть $v_б$ и $v_м$ – скорости быстрого и медленного водителя соответственно.

Тогда $\frac{1}{v_б} = 3$ (мин). Отсюда $v_б = \frac{1}{3}$ (об/мин)

Пусть время прохождение трассы медленным водителем равно n. Тогда $\frac{1}{v_м} = n$, отсюда $v_м = \frac{1}{n}$. (n целое) $n > 0$

2) Пусть τ – время метода обгона. Тогда

$\tau = \frac{1}{v_б - v_м}$ ($(v_б - v_м)$ – скорость обгона)

Нужно, чтобы $\tau > 7$ и чтобы τ было целым.

$\tau > 7 \Leftrightarrow \frac{1}{v_б - v_м} > 7 \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{n}} > 7 \underset{\text{основное св-во дроби}}{\Leftrightarrow} \frac{3n}{\frac{3n}{3} - \frac{3n}{n}} > 7$

$\underset{n>0}{\Leftrightarrow} \frac{3n}{n-3} > 7 \Leftrightarrow 3n > 7n - 21 \Leftrightarrow 4n < 21$

Т.к. n целое, n может равняться только 4 и 5 ($n = 4$ или $n = 5$). Проверим, когда τ целое.

При $n = 4$ $\tau = \frac{3 \cdot 4}{4 - 3} = 12$ (мин) (по формуле $\tau = \frac{3n}{n-3}$)

При $n = 5$ $\tau = \frac{3 \cdot 5}{5 - 3} = \frac{15}{2}$ – не явл. целым.

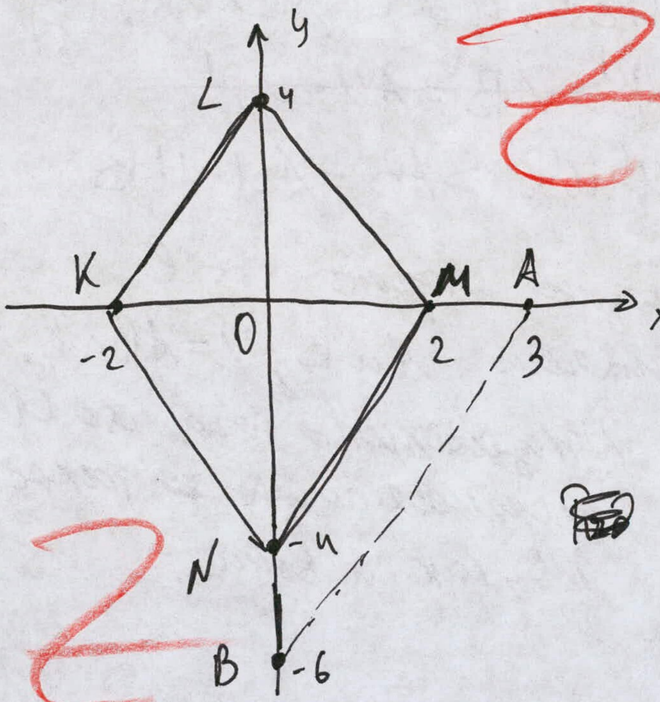
При $n = 4$ $\tau = 12$ мин.

Ответ: 12 мин.

Верно!

Чистовик

№3

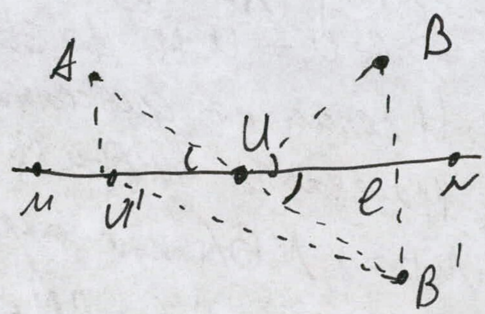


1) На координатной пл-ти Oxy ур-е $2|x|+|y|=4$ задаёт границу ромба на рисунке.

Выр-е $\sqrt{(x-3)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y+6)^2}$ можно интерпретировать как ~~расс~~ сумму расстояний от нек. точки $(x;y)$ до точек $A(3;0)$ и $B(0;-6)$.

2) Сначала найдем миним. сумму расстояний от нек. точки на отрезке ~~MN(M(2;0), N(0;-4)~~ $MN(M=(2;0)\ \ N=(0;-4))$ до A и B.

3) Научимся искать миним. сумму расстояний для двух точек A и B до прямой l.



Когда A и B по одну сторону от l, то точку с миним. суммой расстояний можно найти, симметрично отобразив точку B относит. l: $B'=S_l(B)$

Пусть $U=AB'\cap l$. Тогда $UB=UB'$ т.к. $S_l(U)=U$, плюс при движениях длина отрезков сохраняется. При этом $\angle AUM=\angle BUN$.

$\sigma_{\text{и}} > 1+2\cdot 3 = 7 = \sigma_{\text{N}}$ $\quad \sigma_{\text{L}} > \sigma_{\text{N}}$.

~~Также $\sigma_{\text{L}} \neq \sigma_{\text{и}}$~~ $=\sqrt{\frac{233}{20}}$.

Обратим внимание, что $\sigma_{\text{и}} = \sqrt{\frac{233}{20}} < \sqrt{\frac{240}{20}} = \sqrt{12} < 4$

$\sigma_{\text{и}} < \sigma_{\text{N}}$. Значит, $\sigma_{\text{и}}$ есть искомый ответ.

Ответ: $\cancel{\sqrt{\frac{233}{20}}}$

ОТВЕТ: $\underline{2}\cdot$ ОВИ

№4.

$$\left[\log_3(\log_2 x)\right]^2 - 10\log_3\left(\left[\log_2 x\right]\right) + 21\log_3\left(\log_2([x])\right) = 0.$$

Рассм. ОДЗ в левой части. Должно быть определено $\log_3(\log_2([x]))$. Тогда $\log_2([x]) > 0$, значит, $[x] > 1$, тогда $x \geq 2$.

$\log_3([\log_2 x])$ опр. при $[\log_2 x] > 0$, тогда $x > 1$.

$[\log_3(\log_2 x)]$ опр при $\log_2 x > 0$, тогда $x > 1$.

Значит, ОДЗ есть $x \geq 2$.

Пусть $t = [\log_3(\log_2 x)]$
$u = \log_3([\log_2 x])$
$v = \log_3(\log_2([x]))$

Рассмотрим случай, когда $t = u = v$. Имеем:
$t^2 - 10t + 21t = 0 \Leftrightarrow$
$t^2 + 11t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = -11. \end{array}\right.$

При $t = v = -11$ $\quad v = -11 \Leftrightarrow \log_3(\log_2[x]) = -11$.
Тогда $\log_2[x] = 3^{-11} < 1$. x вне ОДЗ.

Остаётся только $t = 0$.
$v = 0 = \log_3(\log_2([x]))$. Тогда $\log_2[x] = 1$
Тогда $[x] = 2$, $x \in [2;3)$.
$u = 0 = \log_3[\log_2 x] \Rightarrow [\log_2 x] = 1 \Rightarrow 1 \leq \log_2 x < 2 \Rightarrow$
$2 \leq x < 4$

~~$GU = BK = \frac{3}{2}\sqrt{5}$. $BG = \frac{3}{2}\sqrt{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{3}{2}$.~~

~~$BU \underset{\text{т. Пифагора}}{=} \sqrt{\frac{9}{4}\cdot 5 + \frac{9}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{6}$~~

$BG = 2\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ОШИБКА

$BU \underset{\text{т. Пифагора}}{=} \sqrt{\frac{4\cancel{2}}{5} + \frac{9}{4}\cdot 5} = \sqrt{\frac{2\cdot 4 + 9\cdot 5\cdot 5}{20}} = \sqrt{\frac{8+250-25}{20}} =$

$= \sqrt{\frac{233}{20}}$ т.к. $BU > BN$, и U правее, чем G, то U будет правее N, иначе было бы $BU < BN$.

Пусть $BU = \sigma_u$.

5) Заметим, что если аналогичную процедуру проделать для KL, то мы больший рез-т получим. Это связано с тем, что KL „дальше" от AB ($KL \parallel AB$, конечно). Проделав ~~ту же~~ те же расчёты с трапециями, мы получим, что у $A\angle KB$ будет больше высота. Если точка даваемая построениями в п. 3 за пределами KL, то расстояние будет только больше.

6) Найдем ~~расс~~ мин. сумму расстояний для KN. AB не пересек. с отрезком KN. $\Rightarrow$ минимум расстояние на границе отрезка.

~~Это точка N, т.к. $BK > BN$, $AK >$~~

Рассчитаем расстояние для N.

$BN = 2$. $AN = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Сумма $\sigma_N = 7$.

Для точки K $AK = 3 + 2 = 5$, $BK = \sqrt{2^2 + 6^2} =$

$= 2\sqrt{1^2 + 3^2} = 2\sqrt{10}$

$\sigma_K = 5 + 2\sqrt{10} > 5 + 2 = 7 = \sigma_N$

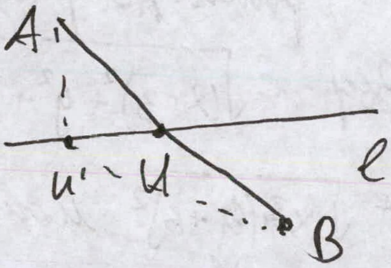
7) Миним. расстояние для LM. Тут всё аналогично п. 6 $\sigma_M = 1 + \sqrt{2^2 + 6^2} = 1 + 2\sqrt{10}$. $\sigma_L = 10 + \sqrt{4^2 + 3^2} = 15$.

~~Когда A и B лежат по разные стороны~~

Если взять другую $U' \in l$, $U' \neq U$, то по нер-ву треугольника ~~$AU' + U'B' > AB' = AU + UB'$~~

$$AU' + U'B \overset{\text{св-ва движений}}{=} AU' + U'B' > AB' = AU + UB$$

Если A и B по разные стороны от l, то мы просто соединяем A и B, $U = AB \cap l$.



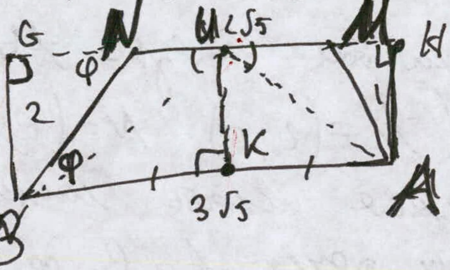
Доказательство того, что U — искомая точка ~~то~~ такое же, как и выше.

4) Вернёмся к п. 2. Заметим, что $AB \parallel MN$ по Т. Фалеса для AB и MN и секущих OA и OB.

$AB = \sqrt{3^2+6^2} = 3\sqrt{1^2+2^2} = 3\sqrt{5}$ $\angle OBA = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} = \varphi$, $\angle OBA = \angle NBA$

$MN = 2\sqrt{5}$. $AM = 1$ $BN = 2$

Имеем трапецию.



Пусть U — искомая точка.

Пусть $AH, BG \perp MN$.

$\triangle AUH = \triangle BUG$ по углу и катету ($AH = BG$ как перпендикуляры к AB и MN) $\Rightarrow GU = UH$. Но $GH = AB$ (ABGH — прямоугольник) $\Rightarrow$ U лежит на серединном перпендикуляре к AB UK. Кроме того, U внутри отр-ка MN. $\angle GNB = \angle NBA$ как накрест лежат при $AB \parallel MN$.

4а) Найдем ~~AH~~ BG. ~~$BG = BN \sin\varphi$~~. $BG = BN \sin\varphi$

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{ctg}\varphi = 2$. $\cancel{\frac{1}{\sin^2\varphi} + 1}$

По осн. тригоном. тождеству $\operatorname{ctg}^2\varphi + 1 = \frac{1}{\sin^2\varphi}$

$\frac{1}{\sin^2\varphi} = 5$ $\sin\varphi = 1/\sqrt{5}$

Черновик

$\frac{26}{19}$ $\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}$.

$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\varphi)$

$\sin(x+\varphi)=\sin x\cos\varphi+\cos x\sin\varphi$

$\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\varphi=45°=\pi/4$

$\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}=\sqrt{2}\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$

$\frac{1}{2}<\frac{3}{4}<\frac{\pi}{4}$. $\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right)>\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\sqrt{2}>\sqrt{2}\sin\left(\frac{1}{2}+\pi/4\right)>1$.

~~$\frac{26}{19} < \sqrt{2}$ $\frac{26}{19}<19\sqrt{2}$~~

~~$676 < 722$.~~

$26^2=(25+1)^2=$
$=25^2+2\cdot25+1=$
$=625+50+1=676$.

$19^2=(20-1)^2=400-2\cdot20+1=361$.

$\frac{26}{19}$ $\sin\frac{1}{2}+\cos\frac{1}{2}=\sqrt{2}\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$

$\sin\left(\frac{1}{2}+\pi/4\right)>\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

~~$\frac{1}{2}<\frac{\pi}{3}$~~

$\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}>\frac{\pi}{3}$

$\frac{1}{2}>\frac{\pi}{12}$

$6>\pi$

$\sqrt{2}\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right)>\frac{\sqrt{6}}{2}=\sqrt{\frac{3}{2}}$

$\sqrt{\frac{3}{2}}$ $\frac{26}{19}$ $\frac{3}{2}<\frac{26^2}{19^2}$

$3\cdot19^2<26^2\cdot2$

$361\cdot3<676\cdot2$

$1083<1352$

$\times\begin{array}{r}361\\3\\\hline 1083\end{array}$

$\frac{5}{12}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{6}$

$\sin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}\right)<\sin\frac{5}{12}\pi$ $\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}<\frac{5}{12}\pi$

$\frac{1}{2}<\frac{\pi}{6}$

$3<\pi$

$\sin\frac{5}{12}\pi=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=$
$=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}=$
$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\right)=$
$=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$

$\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)<\frac{26}{19}$

$\sqrt{3}+1$ $\frac{52}{19}$ $\begin{array}{r}52\\-19\\\hline 33\end{array}$

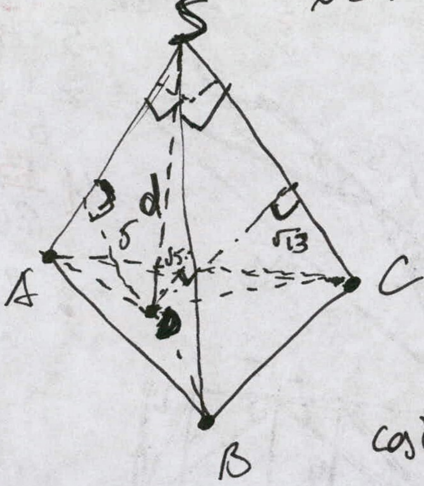
$\sqrt{3}$ $\frac{52-19}{19}=\frac{33}{19}$.

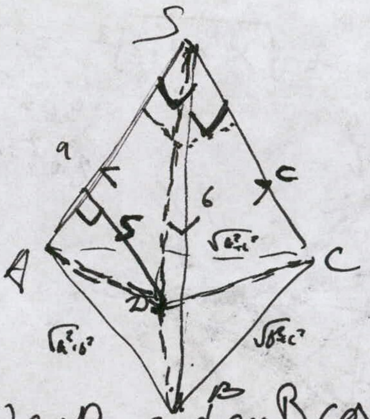
$33^2=(30+3)^2=$
$=900+2\cdot3\cdot30+9=900+180+9=$
$=1089$

$3<\frac{1089}{361}=3+\frac{6}{361}$

$19^2=(20-1)^2=400-2\cdot20+1=361$

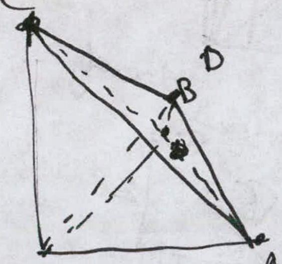
№5.

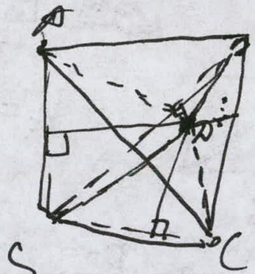


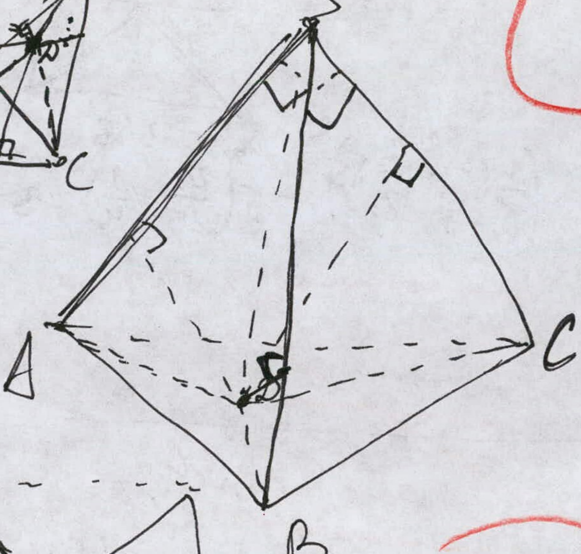


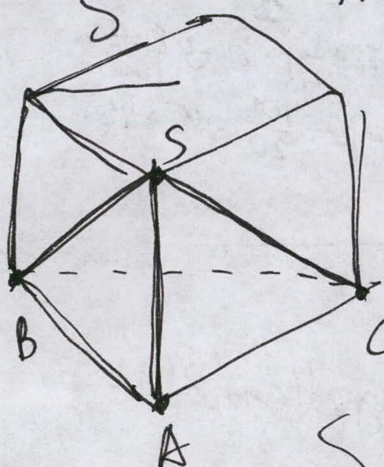
$\cos\gamma = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\cos A$

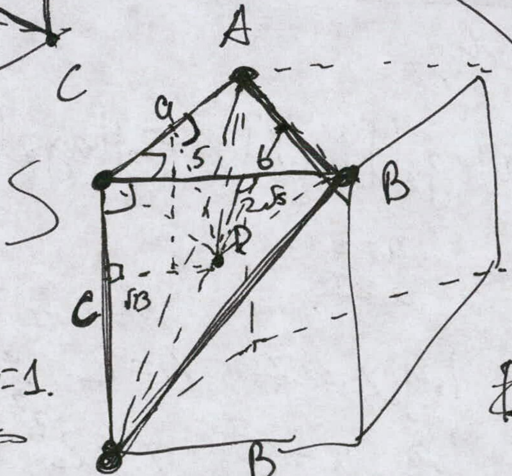
$\cos\gamma = 0 \quad \gamma = 90^\circ$



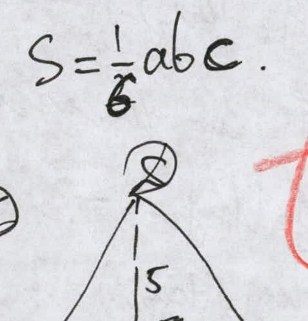








$S = \frac{1}{6}abc.$

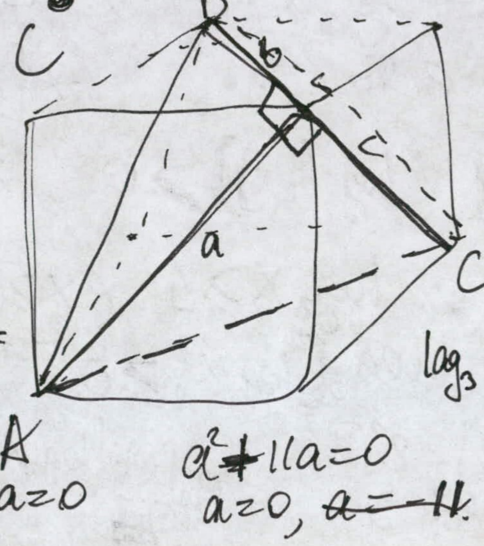


при $x \geq 2 \quad \delta \leq 1$

$\Delta_2 \leq \log_2 \frac{2}{2-1} = 1.$

~~$\Delta_3 \leq 1$~~

$(a-\Delta_1)^2 - 10(a-\Delta_2) + 21(a-\Delta_3)$



$\Delta_1 \leq 1$

$\log_2(x-\delta) + \log_2 x = \log_2 \frac{x}{x-\delta}$

$a^2 - 10a + 21a = 0$

$a^2 + 11a = 0$

$a = 0$, ~~$a = -11$~~

$x = 2$

$\log_2 x = 1.$

$\log_3(\log_2 x) = -11$

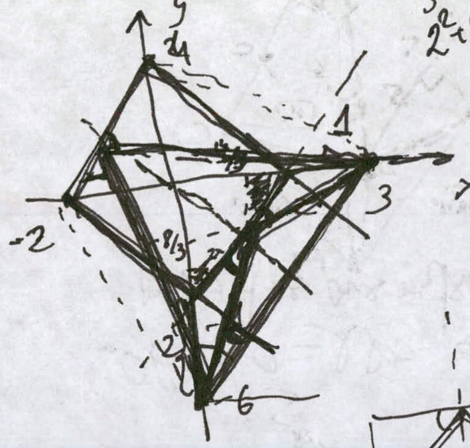
$\log_2 x = 3^{-11}$ не то

Черновик

№3.

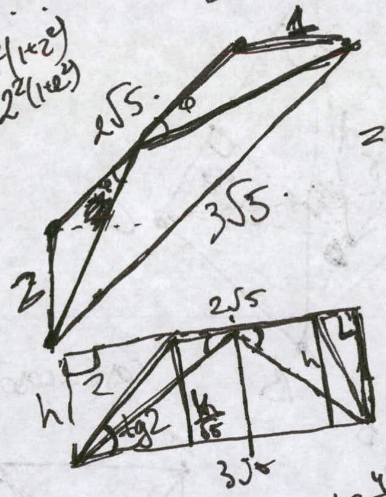
$\sqrt{(x-3)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y+6)^2}$ — ???

$3^2+6^2=3^2(1+2^2)$
$2^2+4^2=2^2(1+2^2)$



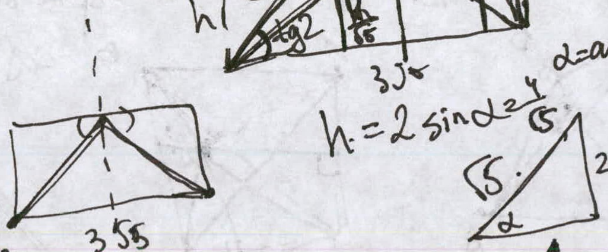
$\frac{3}{5}+\frac{9}{4}\cdot 5=\frac{3}{5}+\frac{5}{4}+10=$
$=\frac{3}{5}+4+\frac{1}{4}=$
$=11\frac{13}{20}$

25



$\alpha=\operatorname{arctg}2.$

$h=2\sin\alpha=\frac{4}{\sqrt5}$



$\left(\frac{4}{5}\sqrt5\right)^2+\left(\frac{3}{2}\sqrt5\right)^2=5\left(\frac{20}{25}+\frac{9}{4}\right)=5\,\frac{80+}{100}$

$5\left(\frac{20}{25}+2+\frac{1}{4}\right)=10+5\,\frac{80+25}{100}=$
$=10+\frac{105}{20}=15+\frac{1}{4}5.$

№4.

$[\log_3(\log_2 x)]^2-10\log_3([\log_2 x])+21\log_3([\log_2[x]])\geq 0$

$a^2-10a+21\geq 0$ $\quad a=3$ $\quad a=7.$

$\log_3(\log_2 x)=3 \quad \log_2 x=27 \quad x=2^{27}=2^{3^3}$

$\log_3(\log_2 x)=7 \quad \log_2 x=3^7 \quad x=2^{3^7}$ Всё целое.

Другие реш-я есть??

~~$x\in[2^{27};+1)\cup[2^{3^7}+1)$~~

$x\in[2^{27};2^{27}+1)\cup[2^{3^7};2^{3^7}+1)$

$x>1$

$[x]\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1.$ $\quad \log_2([x])\geq 0$

$[\log_2 x]\geq 0 \quad \log_2 x\geq 1. \quad x\geq 2$

$27\leq\log_2 x<28$

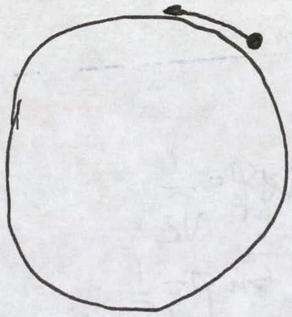
$\log_3[\log_2 x]\geq 0.$

$x<2^{27}+1 \quad [x]=2^{27}$ $\quad$ ~~$\log_2[x]$~~ $[\log_2 x]=27$

$\log_2([x])=27 \quad 3$

черновик

№2.



$v_б = \frac{1}{3}$ (мин$^{-1}$)

$t_б = \frac{1}{v_б} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$

$t_м = \frac{1}{v_м} = n, n \in \mathbb{N}$

~~tобгон~~ $= \tau = \frac{1}{v_б - v_м} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{n}} =$

$= \frac{3n}{\frac{3n}{3} - \frac{3n}{n}} = \frac{3n}{n-3} > 7.$

$3n > 7n-21$

$4n-21<0$

$4n<21$

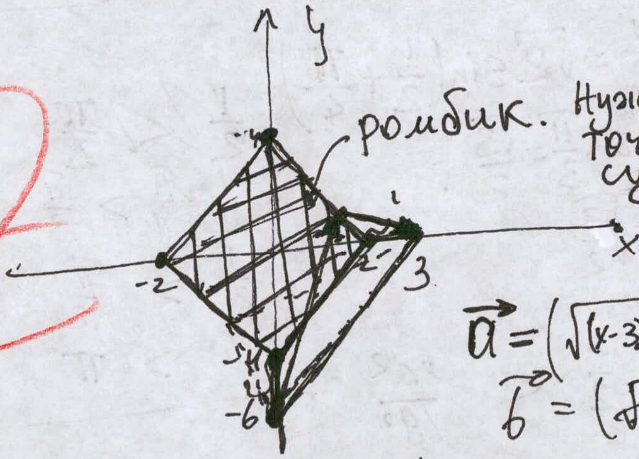
$n=4$ или $n=5$ мин

$\frac{3\cdot4}{4-3}=12$

$\frac{3\cdot5}{5-3}=\frac{15}{2}$ не целое

№3.

$f(x,y)=\sqrt{(x-3)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y+6)^2}$ $2|x|+|y|=4.$



ромбик. Нужно найти точки с мин. суммой расстояний

$\vec{a} = \left(\sqrt{(x-3)^2+y^2}; -1\right)$

$\vec{b} = \left(\sqrt{x^2-1}; \sqrt{x^2+(y+6)^2}\right)$

$\boxed{-f(x,y) = \vec{a}\,\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi}$

$\sqrt{(x-3)^2+y^2} = -\lambda$

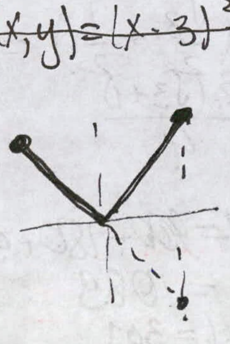
$-1 = \lambda\sqrt{x^2+(y+6)^2}$

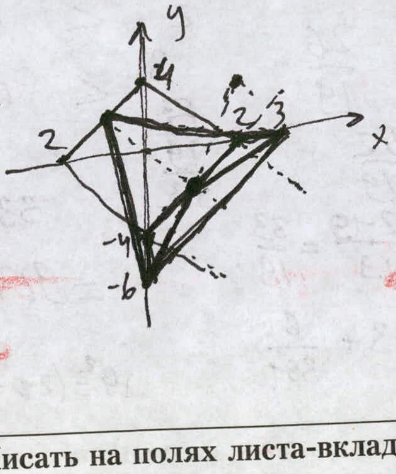
$\frac{\sqrt{(x-3)^2+y^2}}{-1} = \frac{-1}{\sqrt{x^2+(y+6)^2}}$

$\sqrt{(x-3)^2+y^2}\cdot\sqrt{x^2+(y+6)^2}=1.$

№3.

~~$f^2(x,y)=(x-3)^2+y^2+x^2+(y+6)^2$~~





Черновик

$$\left[\log_3(\log_2 x)^2\right] - 10\log_3[\log_2 x] + 4\log_3(\log_2[x]) = 0.$$

$t = [\log_3(\log_2 x)] = 0$ $\log_3 \log_2[x] = 0$

$u = \log_3[\log_2 x] = 0$ $\log_2[x] = 1$ $[x] = 2$

$\cancel{x \geq 2}.$

$\boxed{2 \leq x < 3}$

$v = [\log_2 x] = 1$ $1 \leq \log_2 x \leq 2$

$2 \leq x < 4$ $2 \leq x < 3$

$0 \leq \log_3(\log_2 x) < 1$

$1 \leq \log_2 x < 3$

$2 \leq x < 8$

поч при ($t = u = v$) нет реш?

$x \geq 8.$ $[\log_2 x] \leq \log_2[x]$

$2^{[\log_2 x]}$ $[x]$

$\cancel{2^{[\log_2 x]} \leq 2^{\log_2 x}}$

$\log_3[\log_2 x] \leq 2\log_3(\log_2[x])$

$[\log_2 x] \leq \log_2[x]$ $x \geq 8.$

$[\log_2 x] \leq \log_2 x$