54-02-89-26
(180.6)

Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 171

+ 1 лист

+1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников

по математике

Доброхотова Никиты Андреевича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«22» 03 2016 года

Подпись участника

всё Беловик.

75 (семьдесят пять)

№2.

Решение:

Пусть ϑ_1 и ϑ_2 — скорости мальчиков и $\vartheta_1 > \vartheta_2$. Тогда 5 мин и t_2 — время, за которое они проходят полный круг ($t_2 \in Z$). Тогда по условии задачи имеем систему.

$$\begin{cases} \vartheta_1 \cdot 5 = l \\ \vartheta_2 \cdot t_2 = l \\ \vartheta_1 Z = l + \Delta \\ \vartheta_2 Z = \Delta \\ Z \geqslant 12 \end{cases}$$

, где l — длина круга, а Δ — некоторое расстояние, пройденное ими перед встречей. Z — время, через которое они встретятся.

Система сводится к виду

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{5} - \frac{1}{t_2} \quad \text{или} \quad Z = 5 + \frac{25}{t_2 - 5} \quad (1)$$

(1) — диофантово уравнение при $Z \geqslant 12$ имеет единственное решение $t_2 = 6$, $Z = 30$. ?

почему?

Итак, $t_2 = 6$ минут нужно 2-ому мальчику чтобы пройти полный круг.

Ответ: 6 минут. верно

№3.

Решение:

$\sqrt{(x+6)^2+y^2} + \sqrt{x^2+(y-4)^2}$ — сумма радиусов окружностей с центрами в ~~в~~ $(-6; 0)$ и $(0; 4)$ соот-но. Покажем решение

$2|x| + 3|y| = 6$ и центры ~~этих окр~~ на ~~графике~~ оси координат

(см. рис 1)

1

№4.

Решение: $x=3$ — корень уравнения

$$[\log_2(\log_3 x)]^2 - 11\log_2([\log_3 x]) + 18\log_2(\log_3([x])) = 0. \quad (1)$$

ОДЗ: $x \geqslant 3$, т. к. $\begin{cases} [\log_3 x] > 0 \Rightarrow x \geqslant 3. \\ [x] > 0 \Rightarrow x \geqslant 1 \\ \log_3 x > 0 \Rightarrow x > 1 \\ x > 0 \end{cases}$

Корнями уравнения будут числа также от 3 до 4, т. е. $x \in [3; 4)$.

Покажем, что больше корней нет.

Рассмотрим

$\log_2(\log_3([x]))$. Т. к. $x \geqslant 3$, то это число всегда ~~положительное~~ неотрицательно, т. к.

$\log_3([x]) \geqslant 1$

Число $\log_2([\log_3 x])$ также ~~положительно~~ неотрицательно при $x \geqslant 3$.

Но $\log_2(\log_3[x]) \geqslant \log_2[\log_3 x]$

(В самом деле $\log_3[x] \geqslant [\log_3 x]$

при $x \in [3^n; 3^{n+1})$ $[\log_3 x] = n$, а

$\log_3[x] \geqslant n$), поэтому

все слагаемые ур-ния (1) — неотрицательны. И равенство (1) сохраняется в том случае, если все слагаемые равны нулю, т. е. при $x \in [3; 4)$.

Ответ: $[3; 4)$. верно

4.

стояние. На основании этого имеем.

$AB \geq AC \geq \sqrt{3}$ К тому же $\vee$ будет парал-лел, если $AD \in BC$ -

D лежит на окружности с ц. в точке A и радиусом $\sqrt{2}$

нет решения, не доделано

См стр-5.

№1.

Решение: Пусть $\sim$ - знак неопределённости (т.е. обе части неопределённости можно возвод в квадрат (если обе части неотр.), переносит из одной в части в другую и т.д.

Тогда

$\cos 1 + \sin 1 \sim \left(\frac{7}{6}\right)^2$

$(\cos 1 + \sin 1)^2 \sim \left(1 + \frac{1}{6}\right)^4$

$1 + \sin 2 \sim 1 + \frac{4}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6^2} + 4 \cdot \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^4}$

$\sin 2 \sim \frac{5}{6} + \frac{25}{6^4}$

Т.к. ряд Тейлора для синуса сходится, то

$\sin 2 = \left(2 - \frac{2^3}{3!}\right) + \left(\frac{2^5}{5!} - \frac{2^7}{7!}\right) + \ldots =$

$= \frac{4}{6} + \frac{\cancel{103}\,76}{\cancel{720}\,77} + \ldots$

$\frac{4}{6} + \frac{103}{420} + \ldots \sim \frac{5}{6} + \frac{25}{6^4} \Rightarrow 4 + \frac{103}{70} \ldots \sim 5 + \frac{25}{216}$

$\Rightarrow \frac{33}{70} + \ldots \sim \frac{25}{216} \Rightarrow \sim (>) \Rightarrow$ Т.е. $\sin 1 + \cos 1 > \frac{49}{36}$

Ответ: $\sin 1 + \cos 1 > \frac{49}{36}$

Нас интересует минимальная сумма

$S = AC + BC$.

Т.к. $DK \parallel AB$

$(BK = KO = 2;\ AC = CO = 3)$, то

$AC + BC$ минимально тогда, когда $AC = BC$ – и точка C лежит на DK.

не доказано

Т.к.

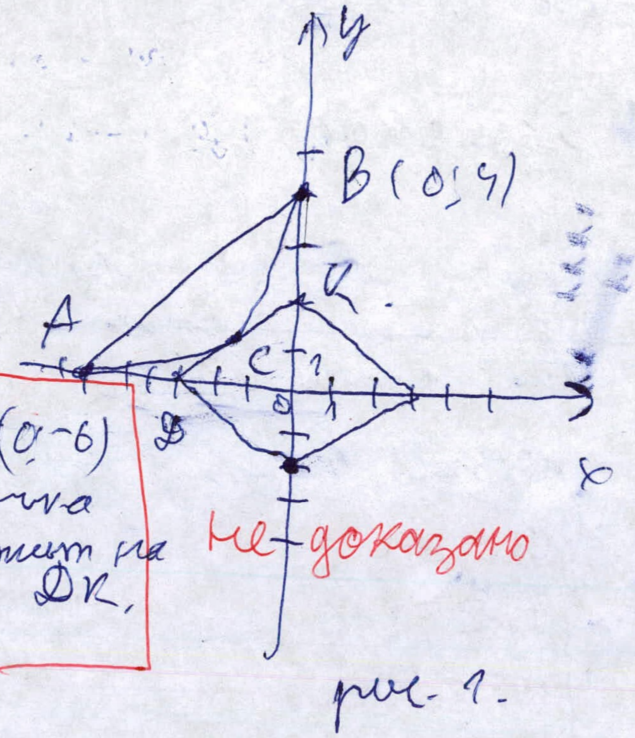


рис. 1.

$\sqrt{(x+6)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y-4)^2}$

$\Rightarrow 12x + 36 = -8y + 16$

$2y + 3x + 5 = 0$.

DK задаётся ур-нием

$-2x + 3y - 6 = 0$

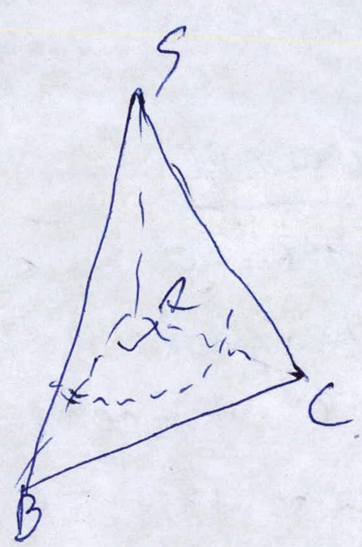
$\begin{cases} 2y + 3x + 5 = 0 \\ 3y - 2x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{3x}{2} - \frac{5}{2} \\ -\frac{9}{2}x - \frac{15}{2} - 2x = 6 \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{27}{13},\ y = \frac{8}{13}$

$\Rightarrow S_{min} = 2 \cdot \sqrt{(x+6)^2 + y^2} = 2 \cdot \sqrt{\frac{64}{169} + \frac{2601}{169}} = \frac{2}{13} \cdot \sqrt{2665}$

Ответ: $\frac{2}{13}\sqrt{2665}$.

верно

№5.



Решение: $V_{пир-ды} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AB \cdot AC$,

т.к. $SA \perp BA \perp AC$.

V будет min тогда, когда

$S_{\triangle ABC}$ – min. Т.к.

D ~~удал~~ $\in (ABC)$ и

расстояние от D до SA – $\sqrt{5}$, то

$DA = \sqrt{5}$, т.к. это и есть кратчайшее рас-

54-02-89-26 (180.6)

Беловик

№1.

Решение: $\sin 1 + \cos 1 = \sqrt{1+\sin 2}$

Пусть $\sim$ знак неопределённости.

Тогда ($\sim$ $\Leftrightarrow$ или "$>$" или "$<$").

$\sqrt{1+\sin 2} \sim \left(\frac{7}{6}\right)^2$ (через "$\sim$" можно переносить в левую и в правую часть с противоположным знаком, возводить обе неотр. части в квадрат и т. п.

$1+\sin 2 \sim 1 + \frac{5}{6} + \frac{25}{6^4}$

Ряд Тейлора для синуса сходится поэтому

$\sin 2 = 2 - \frac{2^3}{3!} + \frac{2^5}{5!} - \frac{2^7}{7!} + \ldots =$

$= \frac{4}{6} + \frac{76}{45 \cdot 7} + \ldots \Rightarrow$

$\frac{4}{6} + \frac{76}{45\cdot 7} + \ldots \sim \frac{5}{6} + \frac{25}{6^4}$

$\frac{76}{45\cdot 7} + \ldots \sim \frac{1}{6} + \frac{25}{6^4}$ верно

76 $\frac{456}{45\cdot 7} + \ldots \sim 1 + \frac{25}{6^3}$

$\frac{141}{315} + \ldots \sim \frac{25}{6^3}$ ← верно

вычисления есть на черновике

$\approx 0{,}41 + \ldots \sim \approx 0{,}1 \ldots$ так писать некорректно

Т.е. $\sim$ эквивалентен $>$

И $\sin 1 + \cos 1 > \left(\frac{7}{6}\right)^2$

Ответ: $\sin 1 + \cos 1 > \left(\frac{7}{6}\right)^2$ верно

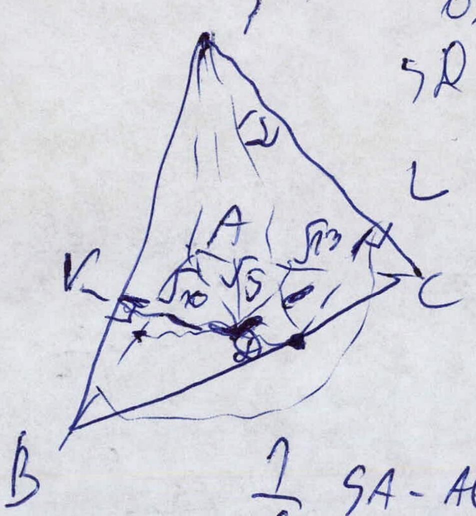
5.

черн

$\sin 1 \times \cos 1 \sim \frac{49}{20}$.

$\sqrt{\sin 1 \times \cos 1} \sim \frac{7}{6}$.

SD.



$BA = AC = \sqrt{5}$.

$\frac{1}{6} SA \cdot AC \cdot AB$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC =$

$= \frac{25}{2}$.

$$\begin{cases} SA^2 + 5 = SD^2 \\ 13 + SL^2 = SD^2 \\ SK^2 + 10 = SD^2 \end{cases}$$

$SA =$

$\frac{DC}{\sqrt{13}} = \cos L$.

$\frac{\sqrt{13}}{SD} = \sin \alpha$.

$SD^2 = 5 + SA^2$. $\frac{DC}{\sqrt{13}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{DC} = \cos L$.

$\frac{10}{SD^2} + \frac{10}{BD^2} = 1$. $\frac{13}{SD^2} + \frac{13}{DC^2} = 1$.

$AC^2 + AB^2 = BC^2$

$[\log_2(\log_3 x)]^2 - 11\log_2[\log_3 x] + 18\log_2(\log_3[x]))=0$

$3^n \quad 3^{n+1}$

9

$\frac{103}{420} + \frac{4}{6} \sim \frac{5}{0} + \frac{25}{216\cdot 6}$

$\cancel{612}$

$\frac{103}{70} \sim 1 + \frac{25}{\cancel{2010}\, 216}$

$\frac{33}{70} \sim \frac{25}{216}$

$\frac{6^3\cdot 33}{70\cdot 6^3} \sim \frac{25\cdot 70}{216\cdot 70}$

$216\cdot 33 \geq 25\cdot 70$

$\frac{32\cdot 6\cdot 7}{120\cdot 6\cdot 7}$ $\frac{1344-128}{120\cdot 6\cdot 7}$

$\frac{32\cdot 42}{64\ 128}$ 1344

$\frac{1216}{120\cdot 6\cdot 7} = \frac{304}{30\cdot 6\cdot 7} = \frac{76}{3\cdot 7\cdot 15} =$

$\frac{x^5}{5!} - \frac{x^2}{2!}$ $\frac{76}{\cancel{35}\cdot 7}$

$2\cdot 3\cdot 4\cdot 5$

$\frac{42\cdot 32 - 128}{120\cdot 6\cdot 7} = \frac{32\cdot(42-4)}{120\cdot 6\cdot 7} =$

$= \frac{2\cdot 38}{\cancel{30}\cdot 6\cdot 7} =$

$= \frac{76}{75\cdot 7} = \frac{1}{7}\cdot\left(\frac{76}{75}\right) =$

$= \left(1 + \frac{1}{75}\right)\cdot\frac{1}{7}$

Шифр

$[\log_2(\log_3 x)]^2 - 11\log_2$

2.3 2·4·5 = 120·6 = 720·7 = 5040

$\frac{32}{720} - \frac{64}{5040} = \frac{7\cdot 32-64}{5040} =$

42
×32
84
126
1344

1344 − 64 =

$= \frac{1280}{5040} = \frac{64}{252} = \frac{32}{126} = \frac{16}{63} =$

$\frac{1}{6} + \dots$

$\frac{1}{7}$

$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} =$

$\frac{3+8}{} \quad \frac{11}{}$

16 | 63

$16\cdot 4 \quad \frac{64}{4} =$

$\frac{4}{6} + \frac{1\cancel{32}}{120} - \frac{128}{6\cdot 7\cdot 120}$ $= \frac{64}{4\cdot 63}$

$\frac{10}{12}$

$\sin 1 + \cos 1 \approx \frac{49}{32}$ $\quad \left(1+\frac{1}{8}\right)^4$

42
×32
84
1281

12.

$1 + \sin 2 = \left(1+\frac{1}{8}\right)^4$

42
1364 − 128 =

$\sin 2 = \frac{4}{8} + \frac{1}{6} + 4\cdot\frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^4}$ $= \frac{1236}{8\cdot 7\cdot 120} =$

$\sin 2 = \cancel{x} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$ $= \frac{309}{6\cdot 7\cdot 30} =$

$= \frac{103}{420} =$

$2 - \frac{8}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad + \frac{1}{4}$

$\frac{8+3}{12} = \frac{11}{12} - 2$ $\quad \frac{412}{4\cdot 420}$

$\frac{1}{12}$ и $\frac{25}{6^4}$ $\quad \frac{1}{6}$ и $\frac{50}{6^4}$ $\quad \frac{103}{420}$

$1+\sin 2 \sim \left(\frac{7}{6}\right)^4 = \left(1+\frac{1}{6}\right)^4$ пери 14641

$\sin 2 \sim +4\cdot\frac{1}{6}+6\cdot\frac{1}{6^2}+4\cdot\frac{1}{6^3}+\frac{1}{6^4}$

$\sin 2 \sim \frac{2}{3}+\frac{1}{6}+\frac{4}{6^2}+\frac{1}{6^4}$ $32\left(\frac{42\cdot-4}{120\cdot 6^4}\right)=$

$\sin 2 \sim \frac{5}{6}+\frac{4}{6^3}+\frac{1}{6^4}$

$=\frac{38\cdot 8}{30\cdot 6\cdot 7}=$

$2\sin(\Omega-2)$

$3{,}14-2=1{,}14$ $\frac{1}{8_2} > \frac{76}{\cancel{35}\cdot 7}$

$\frac{\Omega}{3}=\frac{3{,}14}{3.}$ $\cos x$ $-\sin$ $\frac{1}{6} > \frac{76}{\cancel{35}\cdot 7}$

$\frac{76}{15\cdot 3\cdot 7}$

$\sin x = 0+1x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}$

$\frac{141}{315}$ 1410 | 315 ; 1260 | 0,44 ; 150 ; 315 ; 0,955 $\frac{76}{45\cdot 7}$

$2-\frac{2^3}{6}=2-\frac{8}{6}=\frac{12-8}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

2

50 | 6 ; 48 | 0,8 ; 20 $0{,}41$ $\frac{25}{210}$ $\frac{x^4}{n!}-\frac{x^{n+2}}{(n+2)!}$ $\frac{x^7}{315}$ $\frac{48}{315}$

456 | 315 ; 315 | 1 ; 141

$\frac{(n+1)\cdot(n+2)\cdot x^4-x^2\cdot x}{(n+2)!}$ $-x^n((n^2+3n+2$

0,017 250 | 280 ; 216 | 0,7 ; 34

1410 | 315 ; 0,4

$(1+\sin 2)^{\frac{1}{4}}=\left(1+\frac{1}{6}\right)^{\frac{4}{4}}$

$(1+\sin 2)^{\frac{1}{4}}=\left(1+\frac{4}{6}+\frac{1}{6}+\frac{4}{6^3}+\frac{1}{6^4}\right)^{\frac{1}{4}}$

$\frac{42\cdot 32-128}{\cancel{32}\cdot(42-4)}{\cancel{120\cdot 6^4}}$

$1+\sin 2=\left(1+\frac{5}{6}+\frac{25}{6^4}\right)$ $5+\frac{4\cdot 28}{20\cdot 3\cdot 7}$

120^0 120^0

$\sin 2 \sim \frac{5}{6}+\frac{25}{6^4}$ $\frac{76}{45\cdot 7}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1{,}71}{2}=0{,}855$

целое.

$[\log_2[\log_3 x)]^2 - 11\log_2[\log_3 x]| + \log_2(\log_3([x]))] = 0.$

≥ 4

$[\log_3 x] \geq 0$

≥ 3

$x \geq 3 \qquad x = 3^k \qquad k \geq 1.$
$k \in N.$

$\sin 1 + \cos 1 \qquad \frac{42}{30}.$

$\cos^2\frac{1}{2} - \sin^2\frac{1}{2} + 2\sin\frac{1}{2}\cos\frac{1}{2} - 1 \sim \frac{1}{3} + \frac{1}{30}$

$-(\sin^2\frac{1}{2} - 2\sin\frac{1}{2}\cos\frac{1}{2} + \cos^2\frac{1}{2}) - \sin^2\frac{1}{2} + \cos^2\frac{1}{2}.$

$\cos 1 - (\sin\frac{1}{2} + \cos\frac{1}{2})^2 \sim \frac{1}{3} + \frac{1}{30}.$

$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} \sim \cos 1 + 2\sin\frac{1}{2}\cos\frac{1}{2}.$

$\frac{2}{3} + \frac{1}{30} \sim \cos 1 - \cos^2\frac{1}{2} + 2\sin\cos - \sin^2\frac{1}{2}.$

$\frac{2}{3} + \frac{1}{30} \sim \cos 1 - (\cos\frac{1}{2} - \sin\frac{1}{2})^2$

$\cos^2\frac{1}{2} - \sin^2\frac{1}{2} - (\cos\frac{1}{2} - \sin\frac{1}{2})^2$

$\cos\frac{1}{2} - \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}) = -2\sin\frac{\pi}{4}\cos(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4})$

$= -\sqrt{2}\cos(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4})$

$\frac{2}{3} + \frac{1}{30} \sim \cos 1 - 2\cos^2(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}).$

$\cos^2\frac{1}{2} - \sin\frac{1}{2} + \sin 1 \sim \cos^2\frac{1}{2} + \sin^2\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{30}$

$\sin 1 \leq \frac{\sqrt{3}}{2}. \qquad \frac{\sqrt{3}}{2} \sim 2\sin^2\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{30}.$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Шифр

$\sin 1 + \cos 1$ и $\frac{49}{36}$

$\sin 1 + \cos 1$. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{36} \vee \sin 1 \cos 1$.

$\sin^2 1 - \sin 1 + \frac{1}{4}$

$\left(\sin 1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\cos 1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{36} - \frac{1}{2} \vee 0$

$\left(\sin 1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\cos 1 - \frac{1}{2}\right)^2 \vee \frac{5}{36}$.

$\cancel{\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^2 \vee \frac{\sqrt{5}}{6}\left(\frac{\sqrt{5}}{36}\right)^2}$

$\sin 1 + \cos 1$ и $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{36}$.

$\sqrt{2}\cos\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ и $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{36}$.

$\left[\log_2(\log_3 x)\right]^2 - 11\log_2\left(\left[\log_3 x\right]\right) + 18 \quad \log_2(\log_3([x]))$

$x \geq 2$.

$\log_3 x > 0 \quad x > 1$.

$[\log_3 x] > 0$

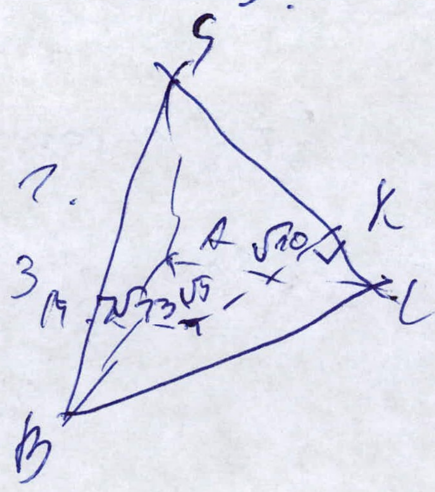
$\log_3 [x] > 0 \quad [x] > 1$.

$\log_3 x \geq 1$.

$x \geq 2$. $\quad x \geq 3$

$x \geq 3$.

$x = 3$.



$\sqrt{(x+6)^2+y^2} + \sqrt{x^2+(y-4)^2} = S \quad S_{min}$

$2y+3x+5=0$

$3y-2x=6$

$\frac{27}{13}=x$

$2|x|+3|y|=6$

$|y| \quad \frac{16}{13}+3y=2y$

$2x=\frac{3y}{2}-3$

$S_{min}=\sqrt{(x+6)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-4)^2} \quad x=\frac{27}{13} \quad \frac{69+16}{13}$

$=3x \quad \frac{9y}{2}-9+5+2y=0$

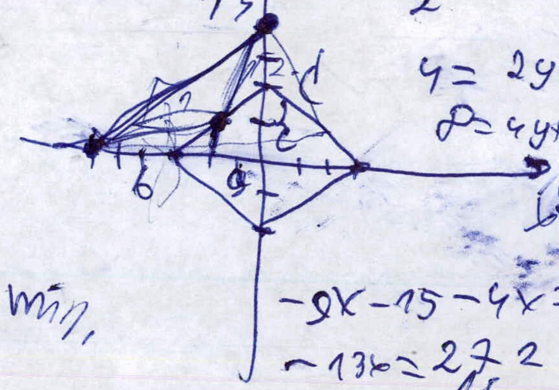
$x=-3.$

$y=2.$

$4=2y+\frac{9}{2}y$

$8=4y+9y$

$y=\frac{8}{13}$



$4x^2+$

$r_1+r_2 \min.$

$-9x-15-4x=12.$

$-13x=27 \quad 2$

$AC^2=AD^2+\left(\frac{9x}{2}+1\right)^2-2$

$AC=$

$3y=6+2x.$

$x<0 \quad x=-$

$AD^2+\left(\frac{9x}{2}+1\right)^2-2\left(\frac{9x}{2}+1\cdot 18\right)$

$y>0. \quad \frac{27}{13}$

$\frac{9x}{2}+1 \quad ^2$

$r_2 \quad \cancel{y\in(2;0)}.$

$16+36=52=$

$3y=6+2x. \quad \frac{27}{13}+6.$

$6-\frac{27}{13}=4\sqrt{13}.$

$(x+6)^2+y^2=x^2+(y-4)^2$

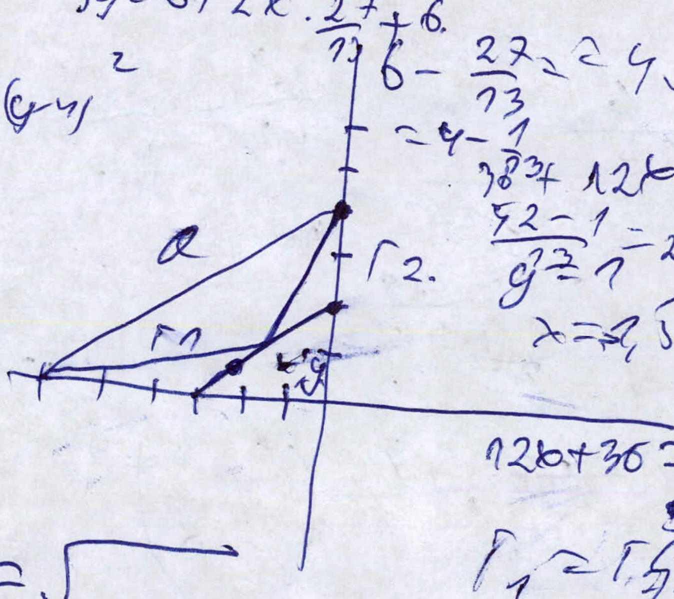
$=4-1$

$36+12x=-8y+16$

$\frac{52-1}{y^2=1}=20 \quad \frac{51}{13}$

$12x=-8y.$

$x=2,5. \quad 2000+1004$



$$\begin{cases} 3x=2y. \\ 3y=6+2x. \end{cases}$$

$\frac{3}{2}x=y.$

$12x+36=-8y+16$

$5+3x=-2y.$

$r_1=r_2. \quad 2y+3x=5$

$r_1=\sqrt{}$

$$\begin{cases} -2x+3y=6. \\ 2x=3y-3 \end{cases}$$

$\frac{3\cdot 3}{2}x=6+2x.$

$a^2=r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos\alpha.$

$9x=12+4x$

$5x=12$

$\frac{9}{2}y-9+2y=5$

$x=\frac{12}{5}=2,05$

$(4,5)^2+1$

$\frac{9}{4}$

$\frac{81}{4}+1=\frac{85}{4}$

$(2,5)^2+(3)^2=9+\frac{9}{4}$

черн.

$\sin 1+\cos 1$ $\quad \frac{49}{36}$ $\quad \frac{1}{1}\frac{71}{2}=0,$

$\sin 1+\cos 1=\sin 1+\sin(\frac{\pi}{2}-1)=$ $\quad \frac{1}{3}+\frac{1}{30}\geq \sin 1,$

$=2\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos(\frac{1-\frac{\pi}{2}+1}{2})=$ $\quad \sin 60^\circ=\frac{\sqrt3}{2}$

$=\sqrt2\cos(\cancel{1}-\frac{\pi}{4})$ $\quad \frac{\pi}{4}=45^\circ$ $\quad \frac{\pi}{3}$ $\quad 1=$

$\frac{49}{30}=\left(\frac{7}{6}\right)^2=$ $\quad 7$

$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{30}\geq\sqrt{\sin 1+\cos 1}$

$-\frac{49}{36}\,\big|\,36$ $\quad 1,36$

130

-108

220

$\pi-180^\circ$

$1-x.$

$\pi=\frac{180^\circ}{x}$

$x=\frac{180^\circ}{\pi}$

$\sin 1+\cos 1$ и $\frac{49}{36}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{36}-\frac{1}{2}$

$\sin\alpha+\cos\alpha=\sin\alpha+\sin(90^\circ-\alpha)=$

$\frac{2}{6}-\frac{3}{6}=-\frac{1}{6}$ $\quad =2\sin45^\circ\cdot\cos(\frac{2\alpha-\frac{\pi}{2}}{2})=$

$\frac{1}{30}-\frac{1}{6}=-\frac{5}{36}$ $\quad =\sqrt2\cdot\cos(\alpha-\frac{\pi}{4})\leq\frac{49}{36}$

$\left(\frac{7}{6}\right)^2=\left(1+\frac{1}{6}\right)^2=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{36}$

~~$12+36=48$~~

$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{36}\vee\sqrt2\cos(\alpha-\frac{\pi}{4})$

$\sin^2 1+\cos^2 1-\sin 1-\cos 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{36}\vee$

$\left(\sin 1-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\cos 1-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{36}\vee 0$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$\sin 1 + \cos 1$ $\frac{49}{36}$ $\left(\frac{7}{6}\right)^2 = \left(1+\frac{1}{6}\right)^2 = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

$\sin 57^\circ$ ..

$\log_1 [x] < 1.$

$\sin 60^\circ \geq 57^\circ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$

$[x] < 3$

$\leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \frac{1}{3} + \frac{1}{36}.$

$\log_2(\log_3([x]) \geq 1$

$\log_2 [\log_3 x]$

$\cos 57^\circ \geq \cos 60^\circ \geq \frac{1}{2}.$

$\log_3 [x] \geq [\log_3 x]$

$\frac{\sin 1 + \cos 1}{2} \geq \sqrt{\sin 1 \cdot \cos 1}$ $x \in [3^n \quad 3^{n+1})$

$n \quad \geq n.$

$\sqrt{\frac{\sin^2 1 + \cos^2 1}{2}} \geq \frac{\sin 1 + \cos 1}{2}.$

$\cancel{x^2 + y^2}$ $\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{2}} \geq \frac{x_1 + x_2}{2}.$

$\frac{x_1^2 + x_2^2}{2} \geq \frac{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2}{4}.$

$\frac{x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2}{4} \geq 0.$

$\sqrt{\frac{\sin^2 1 + \cos^2 1}{2}} \geq \frac{\sin 1 + \cos 1}{2}.$ $\frac{49}{36} =$

$\frac{\sqrt{2}}{2} \geq \frac{\sin 1 + \cos 1}{2}$ $\frac{7}{6}$

$\sin 1 + \cos 1 \leq \sqrt{2}.$

$\begin{array}{r|l} 7 & 6 \\ -6 & 1{,}1 \\ 10 & \\ -6 & \end{array}$

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

$\sqrt{9-9|y|+\frac{9}{4}y^2+y^2-8y+16} + \sqrt{9-9|y|+\frac{9}{4}y^2} +$

$+12x+$

$\vartheta_1 \quad \vartheta_2. \quad \vartheta_1 > \vartheta_2.$

ϑ_1 1 круг за 5 мин

ϑ_2 за целое мин.

время м-ду встречами

целое ми

t встречи ≥ 12.

$2-5+\frac{25}{t_2-5}.$

l — длина трассы круга.

$$\begin{cases} \vartheta_1 \cdot 5 = l. \\ \vartheta_2 \cdot t_2 = l. \\ \vartheta_1 z = l + \Delta \\ \vartheta_2 z = \Delta \\ z \geq 12. \end{cases}$$

$\Rightarrow \vartheta_1 - \vartheta_2 = \frac{l}{5} - \frac{l}{t_2}$

$z \geq 12.$

$\to l = (\vartheta_1 - \vartheta_2) z.$

$t_2 = 30.$

$35 -$

$t_2 = 6.$

$z = \frac{5t_2 - 25 + 25}{t_2 - 5}$

$\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{l} = \frac{1}{z}$

$\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{l} = \frac{1}{5} - \frac{1}{t_2}$

$\frac{1}{z} = \frac{t_2 - 5}{5t_2}.$

$\frac{1}{z} = \frac{1}{5} - \frac{1}{t_2}$

$z = \frac{5t_2}{t_2 - 5}.$

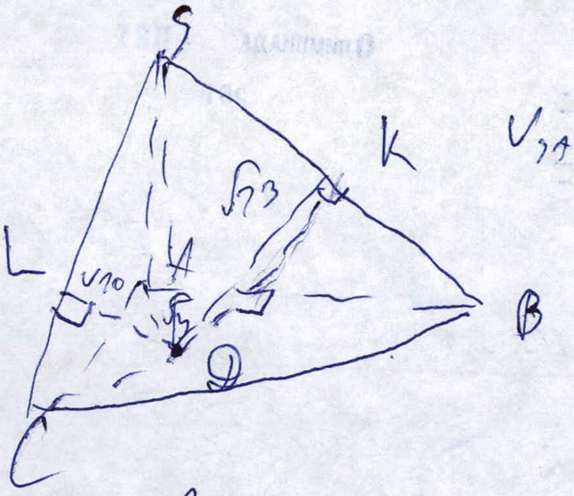
$\frac{1}{5} = \frac{1}{t_2} + \frac{1}{z}$

$z \geq 12.$

$z = 15$

$z \cdot (t_2 - 5) = 5t_2.$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ



V_{SABC} min?

$\frac{1}{6} \cdot SA \cdot CA \cdot AB.$

$SA^2 + 5 = SD^2$

$\left(1 + \frac{2}{0}\right)^2 = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

$\sqrt{\sin 1 + \cos 1}$

min?

$\sqrt{(x+6)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-4)^2}$

$y = x$

$2|x| + 3|y| = 6.$

$|y| = 2 - \frac{2}{3}|x|.$

$2 - \frac{3}{3}|x| \geq 0.$

$\frac{2}{3}|x| \leq 6$

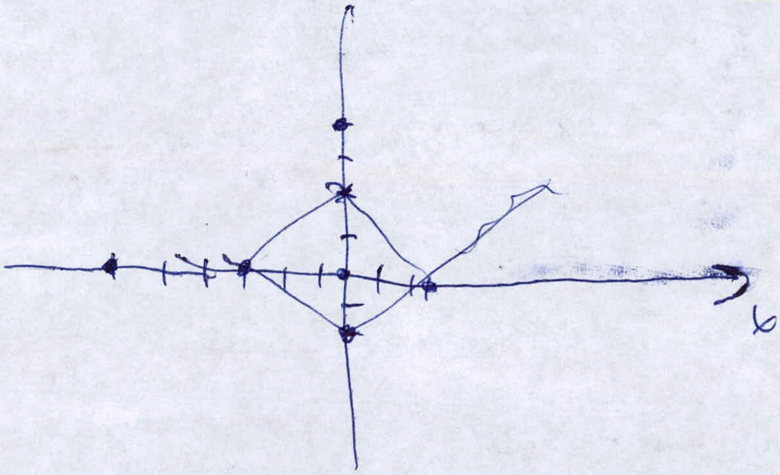
$|x| \leq 9$

$|x| = 3 - \frac{3}{2}|y| \geq 0$

$\frac{3}{3} 2 \geq |y|$

$|y| \leq 2.$

$|x| \leq 3.$



$|x| = 3 - \frac{3}{2}|y|.$

$x^2 = 9 - 9|y| + \frac{9}{4}y^2$