

21-54-76-82
(185.1)



Олимпиада ПВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 9

+1л
+1 бл
+1 бл

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьевы горы”

по МАТЕМАТИКЕ

БАХРУШЕВА СТЕПАНА ВИКТОРОВИЧА

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«22» март 2016 года

Подпись участника

Вас

Томашова

Олимпиада

ИВТ

2016

1

21-54-76-82

(185,1)

1	2	3	4	5	6	7
+	+	+	+	+	+	Гиб
15	15	15	15	15	15	15

Частовик

11

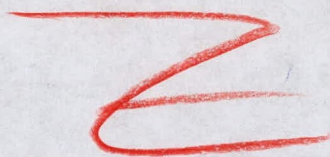
Заметим, что $2016 = 8 \cdot 252 = 8 \cdot 9 \cdot 28$

Поэтому $8 \cdot 9 \cdot 28 = 2016 \Rightarrow \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{28} =$
 $= \frac{1}{8 \cdot 9 \cdot 28} = \frac{1}{2016}$

Поэтому, если мы просто поставим знак x , то мы получим нулевой результат.

Вместо: $\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{28}$

12



Пусть x - возраст мамы сейчас, а y - возраст папы сейчас. Тогда, какой бы момент времени мы не брали, разность между их возрастом будет равна $x - y$, очевидно. Тогда все это можно сум, считая сейчас все - то есть сумму y и $x - y$. Тогда все это $y - (x - y)$ - из-за того, что разности в возрасте - const времени.

Поэтому из первого пред. следует следующее:

$$x = 2(y - (x - y)) \Rightarrow x = 2y - 2x + 2y \Rightarrow$$

$$3x = 4y - 1$$

Тогда все будет, таким, каким сейчас все, то есть x , все будет $x + x - y$ - из-за этой наст. позиции,

105 / 105

~~линии, тогда это экстремумы. Если
 в точке x_0 функция имеет, то наибольшее
 произведение будет на концах, когда это
 значение максимизировать по модулю.~~

~~А если это непрерывны, то
 макс. значение - $4 \cdot 6 = 24$, т.к. 4 и 6 -
 макс. значения функций. Если это~~

~~экстремумы, то макс. значение - то
 $f(8) \cdot (-2) = 16$, т.к. 8 и -2 -
 наибольшее по модулю~~

в точке x_0 функция имеет, то
 наибольшее произведение $f(x)$ и $g(x)$
 будет, если $|f(x)|$ и $|g(x)|$ максимизировать,
 т.к. $f(x) \cdot g(x)$ в максимуме там
 а, в другом значении, если в максимуме
 в максимуме, Если $f(x)$ и $g(x)$

невозможны в какой-то точке, то
 макс. значение - $4 \cdot 6 = 24$, т.к.
 $4 = \max(f(x))$, а $6 = \max(g(x))$,
 Если $f(x)$ и $g(x)$ экстремумы, то

мож. значение - $(-2) \cdot (-8) = 16$, т.к.
 $-2 = \min(g(x))$, а $-8 = \min(f(x))$ и
 но $24 > 16$. Поэтому наибольшее

значение - $24 (f(x) \cdot g(x))$
 найдём наименьшее значение $f(x) \cdot g(x)$.

~~Итак, мы уже установили, что~~ 2
 ИСТОБИК.

Заметим, что мы уже имеем натуральные решения этого уравнения \Rightarrow
 $c - a = \text{цисл}$. Но это означает, что
 $1001 \mid c - a$ — раз мы разделим
 одну часть на множитель, если из
 второй — $c - a$. $c > a$, раз \forall натурально
 натурально $>$ разность $\Rightarrow c - a \in \mathbb{N}$.
 Поэтому заметим, что $1001 = 11 \cdot 13 \cdot 7$.

Рассмотрим случаи:

1) $c - a = 1 \Rightarrow c + a = 1007$:

$$\begin{cases} c - a = 1 \\ c + a = 1007 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 504 \\ a = 503 \end{cases} \quad \text{Итак}$$

2) ~~$c - a = 1$~~ т.к. $c, a \in \mathbb{N}$ и $c^2 - a^2 = 1001 \Rightarrow$
 $\sqrt{1001}$ — целое число или натуральное;
разность

$$\begin{cases} c - a = 143 \\ c + a = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 75 \\ a = 68 \end{cases} \quad \text{Итак}$$

$\in \mathbb{N}$ и $c^2 - a^2 = 1001 \Rightarrow$ эти натуральны

3) $\begin{cases} c - a = 11 \\ c + a = 99 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 51 \\ a = 40 \end{cases}$ Итак

$\in \mathbb{N}$ и $c^2 - a^2 = 1001 \Rightarrow$ эти натуральны.

4) $\begin{cases} c - a = 13 \\ c + a = 77 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 45 \\ a = 32 \end{cases}$ Итак $\in \mathbb{N}$

и $c^2 - a^2 = 1001 \Rightarrow$ эти натуральны.

Покажем, что данные решения не
 раз $c - a$ — делитель $\&$ 1001 , то он делится $\&$ 1001 .

но 8802. Больше того, заметим, в обратном порядке, то $a \geq 8$, т.е. более того, заметим в обратном порядке $< 0 \leq (8000 - 8802 - < 0)$, следовательно либо 8, либо 9:

1) $a = 8$. Тогда: $\overline{8bcd} - \overline{dc88} = 8802$. Заметим, что 8802 имеет 2 при делении на 10, $\overline{dc88} - 8$, значит, $\overline{8bcd} - \text{ост. } 0 \Rightarrow$

$d = 0$. Здесь я предполагаю, что число имеет такой же вид, как и предыдущий вариант. Тогда:

$$\overline{8bc0} - \overline{0c88} = 8000 + 100b + 10c - 8 - 100c - 10b = 8000 - 8 + 90b - 90c$$

и это равно 8802

$$90b - 90c = 870$$

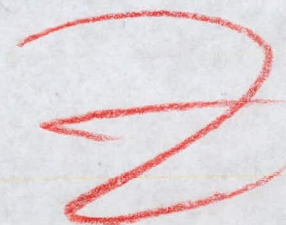
$$b - c = 9$$

Но b и c , цифры от 0 до 9.

Если $c \geq 1$, то $b \geq 10$, что невозможно. Поэтому с такой b и c не может быть ни одного из вариантов в этой системе счисления.

$$8900 - 20098 = 8802 - \text{Верно.}$$

* Это число перевернуто, если можно, тогда число наоборот 8802 равно 20098.



21-54-76-82
(185.1)

иа сто ВМК

$$\frac{S(LL_1M)}{S(LMK)} = \frac{ML_1}{MK}, \text{ т.к. } \triangle \text{ равно}$$

треугольников LL_1M и LMK , проведенных из вершины L на MK

$$S(LL_1M) = \frac{2}{80}, \quad S(LM)K = \frac{1}{40} S(LMK).$$

По известным условиям

$$\frac{S(K_1L_1M)}{S(LML_1)} = \frac{MK_1}{ML} - \text{треугольники } K_1L_1M \text{ и } LML_1 \text{ имеют}$$

$$S(K_1L_1M) = \frac{ML - K_1L}{ML} \cdot S(LML_1) =$$

$$= \frac{60 - 2}{60} \cdot \frac{1}{40} S(LMK) = \frac{29}{360} \cdot \frac{1}{40}$$

$$S(LMK) = \frac{29}{1200} S(LMK).$$

Итак же

$$\frac{S(L_1M_1K)}{S(LL_1K)} = \frac{M_1K}{LK} - \text{треугольники } L_1M_1K \text{ и } LL_1K \text{ имеют}$$

$$S(L_1M_1K) = \frac{2}{100} \cdot S(LL_1K) =$$

$$= \frac{1}{50} (S(LMK) - S(LML_1)) =$$

$$= \frac{1}{50} (S(LMK) - \frac{1}{40} S(LMK)) =$$

$$= \frac{39}{2000} S(LMK).$$

проведём MM_1

$$\frac{S(LM_1M)}{S(LMK)} = \frac{LM_1}{LK} = \frac{LK - KM_1}{LK} - \text{треугольники } LM_1M \text{ и } LMK \text{ имеют}$$

$S(LMK)$, т.е. он произвольный:

$$S(LMK) = \frac{1}{2} LM \cdot MK = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 80 = 2400$$

~~$$S(K_1 M_1 L_1) = 2400 \cdot \frac{5542}{6000} =$$

$$= \frac{2 \cdot 5542}{\sqrt{5} \cdot 3} = \frac{11084}{3}$$~~

Ответ: $S(K_1 M_1 L_1) =$

$$= 2400 \cdot \frac{5542}{6000} = \frac{2400 \cdot 5542}{6000} =$$

$$= \frac{24 \cdot 5542}{60} = \frac{2 \cdot 5542}{5} = \frac{11084}{5}$$

Ответ: $S(K_1 M_1 L_1) = \frac{11084}{5}$

$$x^2 + y^2 = x + y + 2$$

$$x^2 - x + y^2 - y - 2 = 0$$

Решим это уравнение

уравнение относительно x . Его

D :

$$D = 1 - 4y^2 + 4y + 8 = -4y^2 + 4y + 9$$

$$D \text{ должен быть } \geq 0 \Rightarrow 4y^2 - 4y - 9 \leq 0$$

Решим это квадратное неравенство:

$$4y^2 - 4y - 9 \leq 0$$

$$D = 16 + 144 = 160$$

$$y = 0 \text{ и } y = 1.$$

Сверстать и проверить:

$$(-1)^2 + 0 = -1 + 0 + 2 -$$

$$-1 = 1 - \text{верно}$$

$$(-1)^2 + 1^2 = -1 + 1 + 2$$

$$2 = 2 - \text{верно}$$

$$2) \quad a = 0. \quad ;$$

$$0 + y^2 = 0 + y + 2.$$

$$y^2 = y + 2$$

$$y^2 - y - 2 = 0 \quad D = 1 + 8 = 9$$

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} = 2, -1$$

Сверстать и проверить:

$$0 + 4 = 0 + 2 + 2 - \text{верно}$$

$$0 + (-1)^2 = 0 - 1 + 2$$

$$1 = 1 - \text{верно}$$

$$3) \quad a = 1. \quad ;$$

$$1 + y^2 = 1 + y + 2.$$

$$y^2 - y - 2 = 0.$$

Аналогично 2) y этого уравнения \rightarrow корни

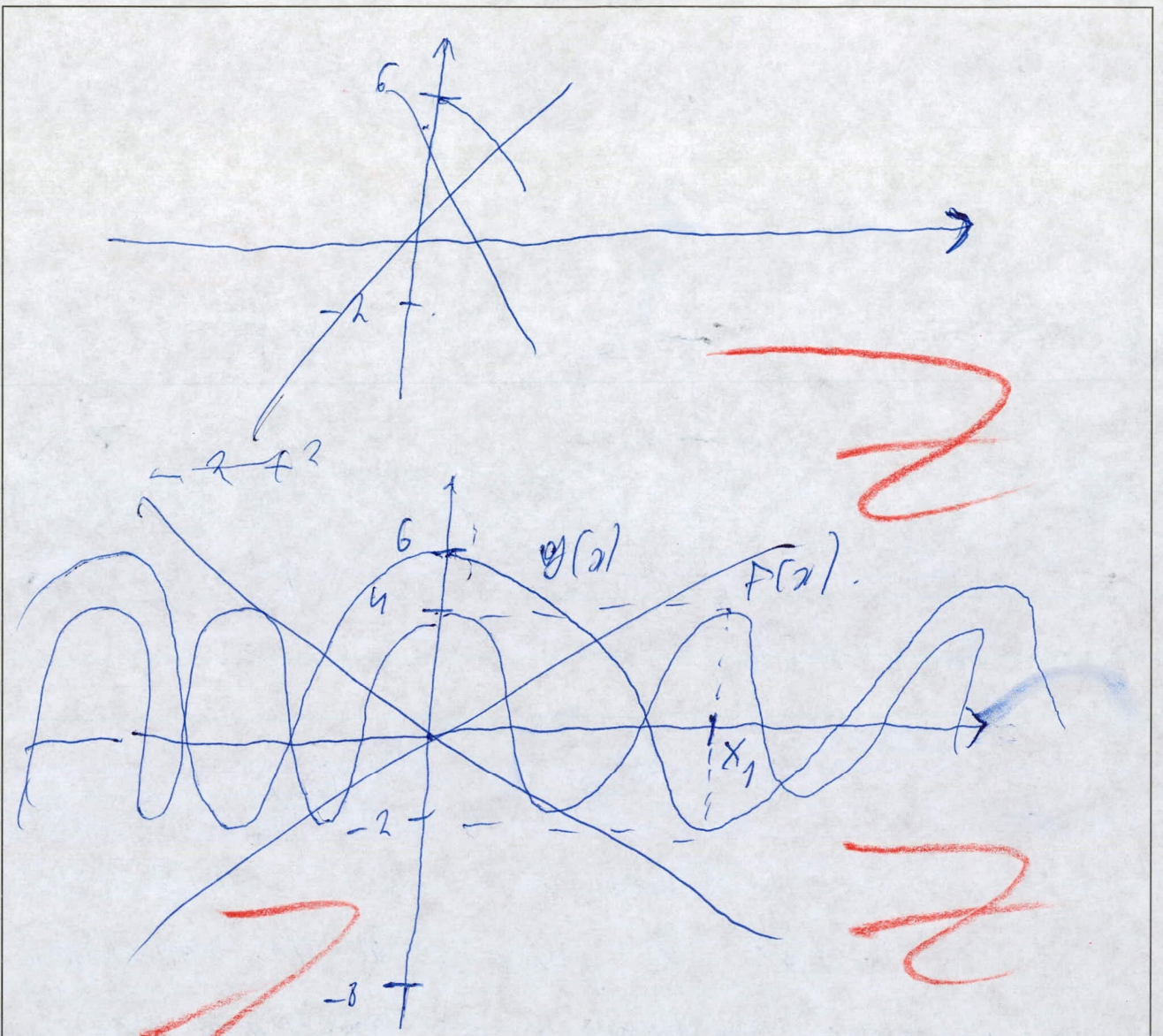
$$2 \text{ и } -1.$$

Проверить:

$$1^2 + 4 = 1 + 2 + 2 - \text{верно}$$

$$1^2 + (-1)^2 = 1 - 1 + 2$$

$$2 = 2 - \text{верно}$$



В точке 0 одна функция
 принимает значение 6, другая - 2 -
 поэтому в $x = 0$ $f(x) \cdot g(x)$ принимает
 значение 12. В т. x_1 (какой-то из
 корней) одна принимает значение
 -8 , другая $x = x_1$ в этой точке
 значение $f(x) \cdot g(x) = (-4) \cdot 8$.
 Поэтому ответом будет как раз

72

21-54-76-82
(185.1)

5

Олимпиада

ПВГ

2016

т.к. есть $\frac{1}{p^2}$ и $\frac{1}{1001}$... $\frac{1}{p^2}$, то
 $\frac{1}{1001}$ не делится ни на одну квадратную
 простое число - следует из его разложе-
 ния на простые множители

и если $c - a = k$, то

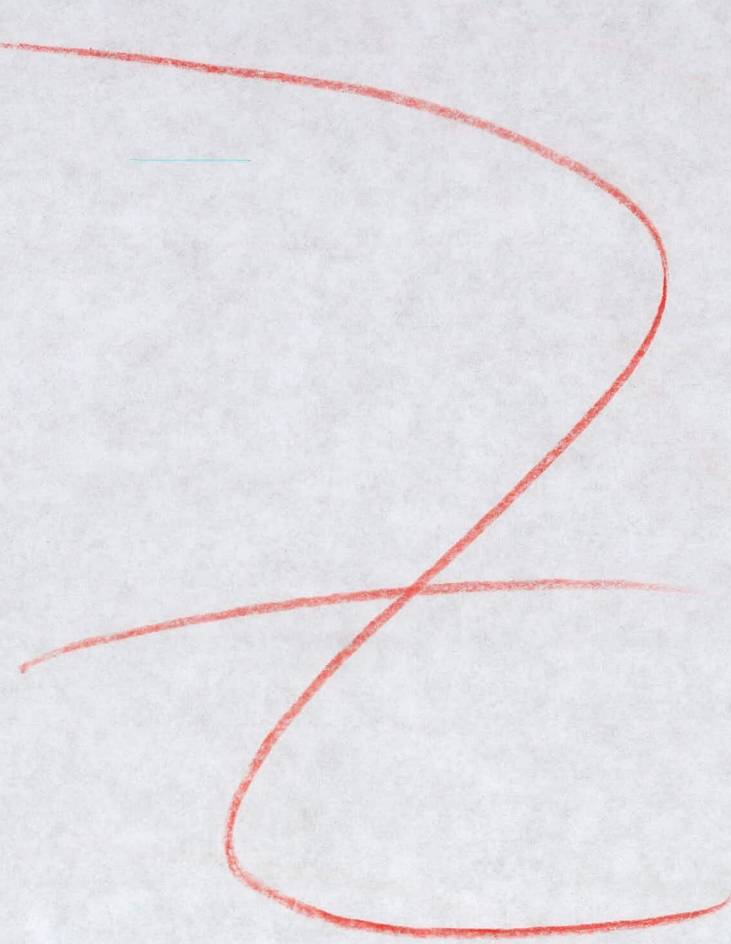
$$c + a = \frac{2 \cdot 1001}{k}$$

Поэтому если b

разложится $\frac{2 \cdot 1001}{k} \geq 2$ простое

число, то b $c + a = 51$ (

или составное сократится)



Черновик.

Олимпиада

ИВТ

2016

21-54-76-82
(185.1)

$$\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20} \right) = \frac{19}{28 \cdot 10}$$

$$2016 = 8 \cdot 252 = 8 \cdot 28 \cdot 199$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{19}{28 \cdot 10} \quad \& \quad \frac{19}{28 \cdot 9}$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{19}{28 \cdot 9} \cdot \frac{1}{8}$$

$$2016 = 8 \cdot 9 \cdot 28 = 8 \cdot 252 = 8 \cdot 9 \cdot 28$$

Колье X Опе Y

$$X = 2(Y - (X - Y))$$

$$X + X + X - Y = 36$$

$$\begin{cases} 3X - Y = 36 \\ X = 2Y - 2X + 2Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3X - Y = 36 \\ 3X = 4Y \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y = 4Y - 36$$

$$X = 16$$

$$36 = 3Y \\ Y = 12$$

24

16

$$\begin{array}{r} -48 \quad 1001 = 11 \cdot 91 = \\ -2 \quad 4 \end{array}$$

$$1001 = c^2 - a^2$$

$$c^2 - a^2 = 1001$$

$$(c - a)(c + a) = 1001$$

$$\begin{cases} c - a = 1 \\ c + a = 1001 \end{cases}$$

$$2) \quad c - a = 7$$

$$3) \quad c - a = 13$$

$$4) \quad c - a =$$

$$4y^2 - 4y - 8 < 0$$

$$D = 16 + 128 = 144$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{144}}{4}$$

$$\boxed{-1 \quad 0 \quad 1}$$

$$x_2 < 2$$

$$x_1 > -2$$

$$x=0 \quad ; \quad 0 + y^2 = 0 + y + 2$$

$$y^2 = y + 2$$

$$y^2 - y - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$\boxed{-1}$$

$$\frac{1 \pm 3}{2}$$

\approx

