

59-62-20-18
(185.2)



Олимпиада ЛВГ
2016

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 7-8

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников «Гомари Воробьевы Серы»

по математике

Миткевича Тимурас Маратовича

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«22» марта 2016 года

Подпись участника

[Подпись]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

59-62-20-18
(185.2)

90
Толмачёва

~1

$$\begin{array}{ccccccc} 20 & a & b & 20 & a & b & 20 & a \\ \hline & & & & & & & \end{array}$$

$a = 16$

$b = 64$

~1
~2
~3
~4
~5
~6
~7
~8
~9
~10
~11
~12
~13
~14
~15
~16
~17
~18
~19
~20
~21
~22
~23
~24
~25
~26
~27
~28
~29
~30
~31
~32
~33
~34
~35
~36
~37
~38
~39
~40
~41
~42
~43
~44
~45
~46
~47
~48
~49
~50
~51
~52
~53
~54
~55
~56
~57
~58
~59
~60
~61
~62
~63
~64
~65
~66
~67
~68
~69
~70
~71
~72
~73
~74
~75
~76
~77
~78
~79
~80
~81
~82
~83
~84
~85
~86
~87
~88
~89
~90
~91
~92
~93
~94
~95
~96
~97
~98
~99
~100

$$\frac{1}{8} \dots \frac{1}{9} \dots \frac{1}{28} = \frac{1}{2016}$$

$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7^1$

$8 = 2^3$

$9 = 3^2$

$28 = 2^2 \cdot 7^1$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{28} = \frac{1}{2016}$$

~3

Пусть x - вопросов в разделе, тогда:
 $5x$ - вопросов в тесте
 $\frac{32}{5x}$ - процент решённых Павлом задач
По условию процент решённых задач больше 0,7, но меньше 0,77; составим двойное неравенство:

$$0,7 < \frac{32}{5x} < 0,77$$

$$\begin{cases} 0,7 < \frac{32}{5x} \\ 0,77 > \frac{32}{5x} \end{cases}$$

П.и. x - натуральное число (кол-во задач не может быть отрицательным и не может быть равно 0), то должны нам на $5x$.

$$\begin{cases} 3,5x < 32 \\ 32 > 43,85x \end{cases} \Rightarrow x = 9$$

Вопросов в месте 5х

$$5x = 5 \cdot 9 = 45$$

Ответ: в месте ⁴⁵ ~~9~~ вопросов.

~4

$$* \overline{abcd} + 8802 = \overline{dcba}$$

$$\overline{abcd} = \overline{dcba} - 8802$$

$$\overline{abcd} < 10000 - 8802$$

$$\overline{abcd} < 1198$$

$$a = 1$$

$$\begin{array}{r} dcba \\ - abcd \\ \hline 8802 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{dcba} \\ \overline{1bcd} \\ \hline 8802 \end{array}$$

$$d > a \Rightarrow 1 - d \neq 2$$

$$-1 - d = 2$$

$$d = 9$$

$$9 - 1 = 8 \Rightarrow c > b$$

$$c - 1 - b = 8$$

$$c = b + 9$$

$$c = 9$$

$$b = 0$$

$$\overline{abcd} = 1099$$

$$\begin{array}{r} \overline{9901} \\ - \overline{1099} \\ \hline 8802 \end{array}$$

Ответ: числа: ~~1099~~ // ~~9901~~

№5

~~Некорректное условие!~~

~~Чисел (от 2016 до 2025) 10 штук.~~

~~Вершин ~~10~~⁹.~~

№6

По теореме Пифагора

$1001 = a^2 - b^2$, где a - длина гипотенузы,
 b - длина катета

$$1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13 = 91 \cdot 11 = 77 \cdot 13 = 143 \cdot 7$$

$$1001 = (a - b) \cdot (a + b)$$

① По неравенству треугольника, он существует

$$a = 51$$

$$b = 40$$

② По неравенству треугольника, он существует

$$a = 45$$

$$b = 32$$

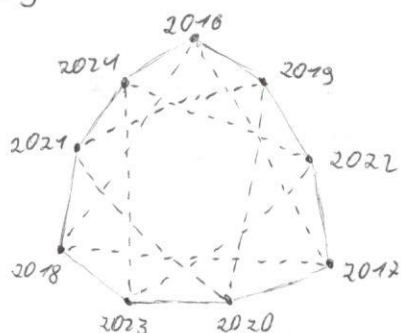
③ По неравенству треугольника, он существует.

$$a = 75$$

$$b = 68$$

Ответ: 3 треугольника

№5



$$① 2017 = \frac{2016 + 2018}{2}$$

$$② 2020 = \frac{2019 + 2021}{2}$$

$$③ 2023 = \frac{2022 + 2024}{2}$$

Черновик

ОЛИМПИАДА

ЦВФ

2016

~1

$$20 \quad 40 \quad 40 \quad 20 \quad \dots \quad 16$$

$$20 \quad a \quad b \quad 20 \quad a \quad b \quad 20 \quad 16$$

$$a = 16$$

$$b = 64$$

~2

$$\frac{1}{8} \quad ? \quad \frac{1}{9} \quad ? \quad \frac{1}{28} = \frac{1}{20+6}$$

2016	2
1008	2
504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7

$$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7^1$$

$$8 = 2^3$$

$$9 = 3^2$$

$$28 = 2^2 \cdot 7^1$$

~3

x - количество вопросов в разделе

$5x$ - всего вопросов

$$70/8 \quad 0,7 < \frac{32}{5x} < 0,77$$

x - натуральные

$$\begin{cases} 0,7 < \frac{32}{5x} \\ \frac{32}{5x} < 0,77 \end{cases} \cdot 5x \quad \begin{cases} 3,5x < 32 \\ 32 < 3,85x \end{cases} \quad \begin{cases} x < 9 \frac{1}{7} \\ x > 8 \frac{24}{77} \end{cases}$$

$$x = 8,9$$

вопросов в месте $5x$; $5x = 9 \cdot 5 = 45$ вопросов

$$\begin{array}{r} 3200 \overline{) 385} \\ \underline{3850} \\ 120 \end{array}$$

$$\frac{120}{385} = \frac{24}{77}$$

Черновик:

$$\overline{abcd} + 8802 = \overline{dcba}$$

$$\overline{abcd} < 10000 - 8802$$

$$\overline{abcd} < 1198$$

$$\overline{dcba} - \overline{abcd} = 8802$$

$$\begin{cases} 1000d + 100c + 10b + a \\ - (1000a + 100b + 10c + d) = 8802 \end{cases}$$

$$999d + 90c - 90b - 999a = 8802 \quad | :9$$

$$111d + 10c - 10b - 111a = 978$$

$$\begin{array}{r} \overline{dcba} \\ - \overline{abcd} \\ \hline 8802 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8802 \overline{) 9} \\ 81 \\ \hline 70 \\ 63 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{cases} a \in \{0, 1\} \\ a - d \neq 2 \\ 10 + a - d = 2; \quad d = d - 8; \quad d - a = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b - 1 - c = 0 \\ b = c + 1 \\ c - b \neq 8 \\ c + 10 - b = 8 \\ c = b - 2; \emptyset \\ b + 10 - 1 - c = 0 \\ b = c - 9 \\ c - b = 8 \\ 9 = 8; \emptyset \\ c + 10 - b = 8 \\ c = b - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c \neq b \neq 8 \\ c > b \\ \begin{cases} c - 1 - b = 8 \\ b + 10 - c = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = b + 9 \\ b = c - 9 \\ b = 0; c = 9 \end{cases}$$

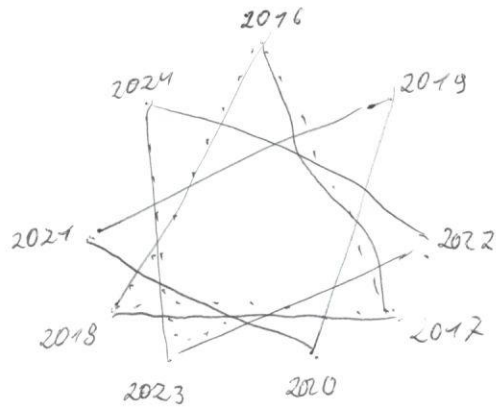
$$a = 0; d = 8$$

$$a = 1; d = 9$$

$$\begin{array}{r} 9901 \\ - 1099 \\ \hline 8802 \end{array}$$

№ 5

Черновик



№ 6

$$1001 = a^2 - b^2$$

$$1001 = (a - b)(a + b)$$

$$1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13 = 77 \cdot 13 = 143 \cdot 7 = 11 \cdot 91$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} a+b=77 \\ a-b=13 \end{cases} \Rightarrow a=45; b=32$$

$\sqrt{1001} \in \{31, 32\} \Rightarrow$ треугольник $(45; 32; \sqrt{1001})$ существует.

$$\textcircled{2} \begin{cases} a+b=143 \\ a-b=7 \end{cases} \Rightarrow a=75; b=68$$

треугольник $(75; 68; \sqrt{1001})$ существует.

$$\textcircled{3} \begin{cases} a+b=91 \\ a-b=11 \end{cases} \Rightarrow a=51; b=40$$

треугольник $(51; 40; \sqrt{1001})$ существует.