ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2018 года

БИЛЕТ № 02 (МОСКВА): возможные решения и критерии проверки

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

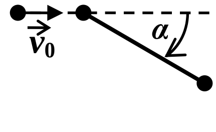
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: Назовем «линией удара» прямую, вдоль которой направлены силы взаимодействия соударяющихся тел. При каком положении этой линии тела, до удара двигавшиеся поступательно, после удара начнут вращаться?

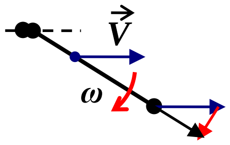
Задача: Гантель, состоящая из двух массивных маленьких шариков и легкого жесткого стержня длины L, покоилась на гладкой горизонтальной поверхности. В один из ее шариков врезается третий (такой же), скорость которого $\vec{v}_0$ направлена под углом $30°$ к стержню. Происходит лобовое абсолютно неупругое соударение.



Найти угловую скорость вращения «утяжеленной гантели» после удара.

Ответ на вопрос: Для того, чтобы состояние вращения тел изменилось в ходе соударения, момент сил относительно центра масс, приложенных к каждому из тел, должен отличаться от нуля. Для этого достаточно, чтобы «линия удара» не проходила через центры масс тел. Такой удар в физике называют нецентральным.

Решение задачи: Поскольку здесь «линия удара» не проходит через центр масс гантели, то после соударения она начнет вращаться. Из закона сохранения импульса можно определить, что скорость центра масс «утяжеленной гантели» после удара сонаправлена с $\vec{v}_0$, а ее величина $V = \frac{1}{3m} m v_0 = \frac{v_0}{3}$ (где m – масса каждого из шариков). Рассмотрим движение гантели после



удара как движение центра масс с этой скоростью и вращение вокруг него с угловой скоростью ω. Сила, действующая на «второй» шарик гантели (на тот, по которому не наносит удар налетающий шарик) – это сила упругости жесткого стержня, направленная вдоль стержня. Поэтому его скорость сразу после «мгновенного» удара направлена вдоль стержня и при этом является суммой скорости центра масс и скорости вращения $\vec{v}_2 = \vec{V} + \vec{v}_{\text{вр}}$, которая перпендикулярна радиусу вращения и по величине равна $v_{\text{вр}} = \omega r_2$. Так как после удара на «первом» конце гантели находятся два слипшихся шарика, то расстояние от центра масс «утяжеленной гантели» до второго шарика $r_2 = \frac{2}{3}L$. При этом из векторного треугольника скоростей видно, что $\omega r_2 = \omega \frac{2}{3} L = V \sin(\alpha) = \frac{v_0}{3} \sin(\alpha) \Rightarrow \omega = \frac{v_0}{2L} \sin(\alpha)$. При заданном значении угла $\alpha = 30°$ получаем: $\omega = \frac{v_0}{4L}$.

ОТВЕТ: $\omega = \frac{v_0}{4L}$.

Задание 2.

Вопрос: Чему равна теплоемкость одного моля одноатомного идеального газа в процессе сжатия газа, в котором его давление убывает пропорционально объему? Ответ обосновать.

Задача: Постоянное количество гелия участвует в процессе, в котором его давление сначала остается постоянным, затем возрастает в $n = 2$ раза так, что его объем изменяется пропорционально давлению, а затем снова остается постоянным. Зная, что конечная температура гелия в $k = 1{,}2$ раза больше начальной, и что полное количество теплоты, которым гелий обменялся с окружающими телами в этом процессе, равно нулю, найдите отношение максимального и минимального объема гелия в этом процессе.

Ответ на вопрос: Запишем уравнение процесса $1 \to 2$ в виде $p = \alpha V$. Количество теплоты в таком процессе, в соответствии с 1-ым Началом термодинамики, $Q_{12} = A_{12} + \Delta U$. Площадь под диаграммой процесса – площадь трапеции: $A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) = \frac{\alpha}{2}(V_2^2 - V_1^2)$. Изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3\alpha}{2}(V_2^2 - V_1^2)$. Следовательно, $A_{12} = \frac{1}{3}\Delta U$, и поэтому $Q_{12} = \frac{4}{3}\Delta U$. Для одного моля $\Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T$. Значит, . $Q_{12} = 2R\Delta T \Rightarrow c = 2R$.

Решение задачи: Заданный процесс $1 \to 2 \to 3 \to 4$ состоит из изобары (молярная теплоемкость $c_p = \frac{5}{2}R$), процесса с $p = \alpha V$ $(c = 2R)$ и еще одной изобары. Таким образом, температуры состояний удовлетворяют соотношению $\frac{5}{2}R(T_2 - T_1) + 2R(T_3 - T_2) + \frac{5}{2}R(T_4 - T_3) = 0$. Из этого соотношения следует, что $5T_4 + T_2 - T_3 - 5T_1 = 0$. По условию $T_4 = kT_1$, а в процессе $2 \to 3$ давление возрастает в n раз, и во столько же раз возрастает объем, поэтому $T_3 = \frac{1}{\nu R} p_3 V_3 = n^2 \frac{1}{\nu R} p_2 V_2 = n^2 T_2$. Объединяя эти соотношения, найдем, что $T_2 = \frac{5(k-1)}{n^2 - 1} T_1 = \frac{1}{3} T_1$.

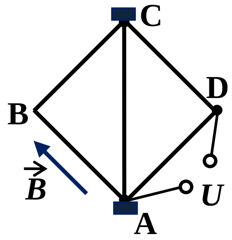
С учетом этого и характера процессов $V_2 = \frac{1}{3} V_1$, $V_3 = 2V_2 = \frac{2}{3} V_1$ и $V_4 = \frac{3}{5} V_1$. Таким образом, $V_{\max} = V_1$ и $V_{\min} = V_2$. Значит, $\frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{n^2 - 1}{5(k-1)} = 3$.

ОТВЕТ: $\frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{n^2 - 1}{5(k-1)} = 3$.

Задание 3.

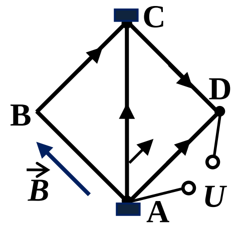
Вопрос: Контур в форме окружности закреплен шарнирно на вертикальной оси и помещен в горизонтальное магнитное поле. Опишите его поведение после появления в нем тока.

Задача: Из медной проволоки изготовлен квадратный контур с перемычкой. Контур подключен к источнику постоянного напряжения $U = 1{,}5\,\text{В}$ между точками A и D и помещен в магнитное поле с индукцией $B = 8\,\text{мТл}$, причем силовые линии лежат в плоскости контура и параллельны двум его сторонам. Найдите величину и направление силы, действующей на контур со стороны магнитного поля, а также величину и направление момента сил, поворачивающего контур вокруг оси AC. Удельное сопротивление проволоки $\rho = 0{,}018$ мкОм·м, площадь сечения проволоки $S = 1{,}8$ мм^2, длина стороны квадрата $a = 1\,\text{м}$.



Ответ на вопрос: Суммарная сила Ампера, действующая на контур с током в магнитном поле, уравновешивается силой реакции оси (если поле однородно, то эта сила и вовсе равна нулю). Однако суммарный момент сил относительно оси равен нулю только при одном положении контура – когда плоскость контура перпендикулярна линиям магнитной индукции. Таких положений два, и в одном из них равновесие устойчиво (при малом отклонении момент сил возвращает контур в это положение), а в другом – неустойчиво. Поэтому движение контура – это колебания вокруг устойчивого положения равновесия (при наличии потерь механической энергии – затухающие).

Решение задачи: Сопротивление стороны квадрата $R = \rho\frac{a}{S}$, тогда сопротивление участка AC равно $R\sqrt{2}$, а участка ABC – $2R$. Примем, что потенциал A выше потенциала D. Направления токов показаны на рисунке. Величины сил тока обозначим следующим образом: $I_{AD} \equiv I_1$, $I_{AC} \equiv I_2$, $I_{ABC} \equiv I_3$ и $I_{CD} \equiv I_4$. Ясно, что $I_1 = \frac{U}{R}$, $I_4 = I_2 + I_3 = \frac{U}{R + 2R/(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{3+\sqrt{2}}\frac{U}{R}$.



Далее находим, что $I_2 = \frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\frac{U}{R}$ и $I_3 = \frac{1}{3+\sqrt{2}}\frac{U}{R}$. Силы Ампера, действующие на участки AB и CD, равны нулю. Силы Ампера, действующие на остальные участки, направлены «на наблюдателя» от плоскости контура. Величины этих сил $F_1 = aBI_1 = \frac{aBU}{R} = \frac{BUS}{\rho}$,

$F_2 = a\sqrt{2}\,BI_2\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\frac{BUS}{\rho}$, $F_3 = a\,B\,I_3 = \frac{1}{3+\sqrt{2}}\frac{BUS}{\rho}$. Суммарная сила

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = \frac{4+2\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\frac{BUS}{\rho} \approx 1{,}9\,\text{Н}.$$

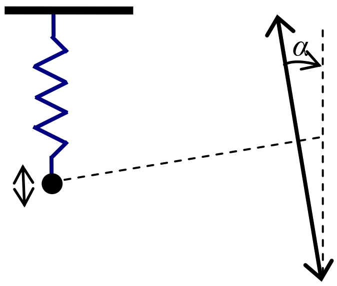
Точками приложения сил F_1 и F_3 можно считать середины участков AD и BC, поэтому они имеют одинаковые плечи по отношению к оси AC, равные $l = \frac{a}{2\sqrt{2}}$, а направления создаваемого ими вращения противоположные. Плечо силы F_2 равно нулю. Таким образом, момент сил $M = \frac{a}{2\sqrt{2}}(F_1 - F_3) = a\,B\,I_3 = \frac{\sqrt{2}+1}{2(3+\sqrt{2})}\frac{BUSa}{\rho} \approx 0{,}46\,\text{Н·м}$. Этот момент создает направление вращения, при котором точка D движется «на наблюдателя». При изменении полярности напряжения величины силы и моменты остаются прежними, а направления изменяются на противоположные.

ОТВЕТ: $F = \dfrac{4+2\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\dfrac{BUS}{\rho} \approx 1{,}9\,\text{Н}$, направление силы при $\varphi_A > \varphi_D$ «на наблюдателя» от плоскости контура, $M = \dfrac{\sqrt{2}+1}{2(3+\sqrt{2})}\dfrac{BUSa}{\rho} \approx 0{,}33\,\text{Н·м}$, создает направление вращения, при котором точка D движется «на наблюдателя». При изменении полярности напряжения величины силы и моменты остаются прежними, а направления изменяются на противоположные.

Задание 4.

Вопрос: Нить лампочки накаливания длиной l размещена вдоль главной оптической оси тонкой собирающей линзы с $|F| >> l$. Изображение нити имеет 5-кратное увеличение. Каким станет увеличение, если нить повернуть на 90°, не меняя ее положения?

Задача: Маленький груз совершает малые вертикальные гармонические колебания на пружине. Амплитуда колебаний равна x_m. За этими колебаниями наблюдают через тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $F >> x_m$. Линза отклонена от вертикали на «не слишком большой» угол α, а ее главная оптическая ось проходит через положение равновесия груза. Найти амплитуду колебаний изображения груза, если расстояние от точки равновесия груза до линзы $a = \dfrac{3}{2}F$.



Ответ на вопрос: В первом случае для «дальнего» края нити, находящегося на расстоянии a от линзы, изображение находится на расстоянии b от линзы, которое можно найти по формуле тонкой линзы: $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{F} \Rightarrow b = \dfrac{aF}{a-F}$. Аналогично для другого края $\dfrac{1}{a-l}+\dfrac{1}{b+l'}=\dfrac{1}{F} \Rightarrow b+l' = \dfrac{(a=l)F}{a-l-F}$. Следовательно, размер изображения $l' = \dfrac{F^2}{(a-F)(a-l-F)}l$.

С учетом малости l продольное увеличение $\Gamma_{\parallel} = \dfrac{F^2}{(F-a)^2}$. После поворота соотношение поперечных размеров изображения и предмета равно соотношению расстояний до линзы: $\Gamma_{\perp} = \left|\dfrac{b}{a}\right| = \dfrac{F}{|F-a|} = \sqrt{\Gamma_{\parallel}} = \sqrt{5}$.

<u>Примечание</u>: некоторые участники могут дать ответ $\pm\sqrt{5}$, имея в виду определение увеличения с учетом знака (то есть ориентации изображения). Такой ответ тоже нужно считать правильным.

Решение задачи: Колебания груза можно представить как наложение колебаний вдоль оптической оси амплитудой $x_m \sin\alpha$ и перпендикулярно оси с амплитудой $x_m \cos\alpha$. В соответствии с результатами ответа на вопрос, продольное увеличение $\Gamma_{\parallel} = \dfrac{F^2}{(F-a)^2} = 4$, а поперечное увеличение $\Gamma_{\perp} = \dfrac{F}{|F-a|} = 2$. Поэтому амплитуда колебаний изображения $\tilde{x}_m = \sqrt{(2x_m\cos\alpha)^2 + (4x_m\sin\alpha)^2} = 2x_m\sqrt{1+3\sin^2\alpha}$.

ОТВЕТ: $\tilde{x}_m = 2x_m\sqrt{1+3\sin^2\alpha}$.

МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 БАЛЛОВ