ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2018 года

БИЛЕТ № 06 (УФА): возможные решения и критерии оценивания

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

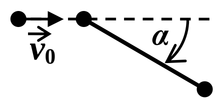
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

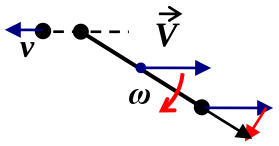
Вопрос: Гантель, состоящая из двух маленьких шариков массы m и легкого жесткого L, стержня длины, движется в плоскости таким образом, что скорость ее центра масс равна V, а угловая скорость ω. Чему равна ее кинетическая энергия?

Задача: Гантель, состоящая из двух массивных маленьких шариков и легкого жесткого L, стержня длины покоилась на гладкой горизонтальной поверхности. В один из ее шариков врезается третий (такой же), скорость которого $\vec{v}_0$ направлена под углом 30° к стержню. Происходит лобовое абсолютно упругое соударение. Найти угловую скорость вращения гантели после удара.



Ответ на вопрос: Кинетическая энергия гантели в этом случае есть сумма энергий поступательного ($\dfrac{2mV^2}{2} = mV^2$) и вращательного ($2\dfrac{mV_{вр}^2}{2} = m\left(\omega\dfrac{L}{2}\right)^2 = \dfrac{m\omega^2L^2}{4}$) движений, то есть $E_K = m\left(V^2 + \dfrac{\omega^2L^2}{4}\right)$.

Решение задачи: Поскольку здесь «линия удара» (линия действия сил взаимодействия шариков во время удара) не проходит через центр масс гантели, то после соударения она начнет вращаться. Запишем закон сохранения импульса в проекции на направление начального движения $mv_0 = 2mV - mv$ (где m – масса одного шарика). Значит, $v = 2V - v_0$. Рассмотрим



движение гантели после удара как движение центра масс с этой скоростью V и вращение вокруг него с угловой скоростью ω. Сила, действующая на «второй» шарик гантели (на тот, по которому не наносит удар налетающий шарик) – это сила упругости жесткого стержня, направленная вдоль стержня. Поэтому его скорость сразу после «мгновенного» удара направлена вдоль стержня и при этом является суммой скорости центра масс и скорости вращения $\vec{v}_2 = \vec{V} + \vec{v}_{\text{вр}}$, которая перпендикулярна радиусу вращения и по величине равна $v_{\text{вр}} = \omega r_2$. Расстояние от центра масс гантели до второго шарика $r_2 = \dfrac{L}{2}$. При этом из векторного треугольника скоростей видно, что $\omega r_2 = \omega \dfrac{1}{2} L = V \sin(\alpha) \Rightarrow \omega = \dfrac{2V}{L}\sin(\alpha) = \dfrac{V}{L}$. Следовательно, закон сохранения энергии записывается в виде $\dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2} + m\left(V^2 + \dfrac{\omega^2 L^2}{4}\right) = \dfrac{m}{2}\left[(2V - v_0)^2 + \dfrac{5}{2}V^2\right]$. Для скорости центра масс гантели получается уравнение $13V^2 - 8Vv_0 = 0$, ненулевой корень которого $V = \dfrac{8}{13}v_0$.

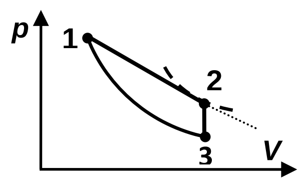
Таким образом, $\omega = \dfrac{8}{13}\dfrac{v_0}{L}$.

ОТВЕТ: $\omega = \dfrac{8}{13}\dfrac{v_0}{L}$.

Задание 2.

Вопрос: Точка К – это точка на $p - V$-диаграмме, описывающая состояние постоянного количества одноатомного идеального газа. Угол наклона изотермы в этой точке к оси V равен α. Каков угол наклона адиабаты в этой же точке к оси V? Ответ обосновать.

Задача: На рисунке показана диаграмма циклического процесса над постоянным количеством гелия, являющимся рабочим телом тепловой машины Цикл состоит из изохоры, адиабаты и процесса с линейной зависимостью давления от объема, в котором объем увеличивается в 2,5 раза. Пунктирная кривая – участок адиабаты, касающейся диаграммы этого процесса в точке 2. Найти КПД цикла. Уравнение адиабаты для одноатомного идеального газа имеет вид $pV^{5/3} = const$.



Ответ на вопрос: В изотермическом процессе $pV = const$, поэтому $\Delta(pV) = p\Delta V + V\Delta p = 0$, откуда для угла наклона изотермы получим $\dfrac{\Delta p}{\Delta V}|_K = -\dfrac{p_K}{V_K} = -\text{tg}(\alpha)$. В адиабатическом процессе $\delta Q = p\Delta V + \dfrac{3}{2}\Delta(pV) = \dfrac{5}{2}p\Delta V + \dfrac{3}{2}V\Delta p = 0$, поэтому угол наклона адиабаты β в точке К определяется из соотношения $\text{tg}(\beta) = -\dfrac{\Delta p}{\Delta V}|_K = \dfrac{5}{3}\dfrac{p_K}{V_K} = \dfrac{5}{3}\text{tg}(\alpha)$. Значит, $\beta = \text{arctg}\left(\dfrac{5}{3}\text{tg}(\alpha)\right)$.

Решение задачи: Как видно из диаграммы, на всем участке 1-2 гелий получает тепло, а при изохорном охлаждении – отдает. Поэтому $Q_H = Q_{12}$, а $Q_X = -Q_{23}$. Рассмотрим процесс 1-2. По условию, $V_2 = \dfrac{5}{2}V_1$. Кроме того, в соответствии с ответом на вопрос:

$$\mathrm{tg}(\beta)=\frac{5}{3}\frac{p_2}{V_2}=\frac{p_1-p_2}{V_2-V_1}\Rightarrow\frac{3(p_1-p_2)}{p_2}=\frac{5(V_2-V_1)}{V_2}=3\Rightarrow p_2=\frac{p_1}{2}.$$

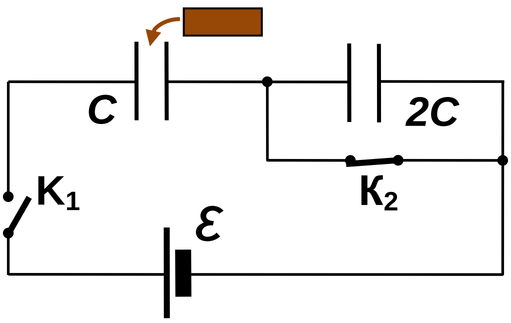
Вычислим $Q_H=\frac{p_1+p_2}{2}(V_2-V_1)+\frac{3}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=\frac{3}{2}p_1V_1$. В соответствии с приведенным уравнением адиабаты $p_3V_2^{5/3}=p_1V_1^{5/3}\Rightarrow p_3=\left(\frac{2}{5}\right)^{5/3}p_1$. Поэтому $Q_X=\frac{3}{2}(p_2V_2-p_3V_3)=\frac{15}{8}\left[1-\frac{4}{5}\left(\frac{2}{5}\right)^{2/3}\right]p_1V_1$. Таким образом, КПД цикла $\eta=1-\frac{Q_X}{Q_H}=\left(\frac{2}{5}\right)^{2/3}-\frac{1}{4}\approx 0{,}29$.

ОТВЕТ: $\eta=\left(\frac{2}{5}\right)^{2/3}-\frac{1}{4}\approx 0{,}29$.

Задание 3.

Вопрос: Плоский воздушный конденсатор заряжен и отключен от источника. В него частично вставили диэлектрическую пластинку, толщина которой чуть меньше расстояния между пластинами конденсатора, и отпустили ее, не подталкивая. Что произойдет с пластиной после этого? Трение между пластинкой и пластинами конденсатора очень мало.

Задача: В схеме, показанной на рисунке, конденсаторы изначально разряжены. После замыкания ключа К$_1$ заряд конденсатора с емкостью C стал равен $q=5$ мкКл. Затем ключ К$_2$ разомкнули, а после этого конденсатор C полностью заполнили диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon=3$. Какой заряд после этого будет на конденсаторе емкостью $2C$?



Ответ на вопрос: Так как конденсатор отключен от источника, то его заряд сохраняется. При этом ему энергетически выгодно увеличивать свою емкость (энергия $E=\frac{q^2}{2C}$), то есть втягивать в себя пластину. Поэтому пластина будет втягиваться в конденсатор и набирать скорость, проскочит по инерции положение равновесия и продолжит движение далее, но – после того, как она достигнет другого края конденсатора – уже с торможением (теперь емкость убывает, а энергия растет). При наличии потерь энергии (трение, переполяризация диэлектрика, излучение) возникнут медленно затухающие колебания пластины.

Решение задачи: После замыкания ключа К$_1$ конденсатор с емкостью C заряжается до напряжения, равного ЭДС источника, то есть $q=C\mathcal{E}$. После размыкания ключа К$_2$ баланс напряжений не нарушается – напряжение на конденсаторе с емкостью $2C$ (и его заряд) остается равным нулю. В результате заполнения первого конденсатора диэлектриком его емкость увеличивается до $C'=\varepsilon C$, и батарея конденсаторов дозаряжается. Обозначим Δq заряд, перемещенный источником в процессе дозарядки. Тогда новый заряд конденсатора с емкостью εC будет равен $q+\Delta q$, а заряд конденсатора с емкостью $2C$ станет Δq. Условие баланса напряжений: $\frac{q+\Delta q}{\varepsilon C}+\frac{\Delta q}{2C}=\frac{q}{C}\Rightarrow\Delta q=\frac{2(\varepsilon-1)}{\varepsilon+2}q=4$ мкКл.

ОТВЕТ: $\Delta q=\frac{2(\varepsilon-1)}{\varepsilon+2}q=4$ мкКл.

Задание 4.

Вопрос: Пучок параллельных световых лучей падает на линзу с оптической силой $D_1 = +2$ дптр. На каком расстоянии за ней нужно поставить соосно линзу с оптической силой $D_2 = -5$ дптр, чтобы из второй линзы лучи пучка вышли параллельно?

Задача: Две тонкие линзы, одна из которых собирающая, а другая – рассеивающая, расположены на общей оптической оси на расстоянии L друг от друга. На той же оси на расстоянии $3L$ от ближней из них расположен точечный источник света. Если ближе к источнику размещена собирающая линза, то изображение источника находится на расстоянии L за рассеивающей линзой. Если, не перемещая источник, переставить линзы, то изображение будет находиться на расстоянии $7L/3$ за собирающей линзой. Найти фокусные расстояния обеих линз.

Ответ на вопрос: После прохождения первой (собирающей) линзы пучок станет сходящимся – лучи будут направлены в точку, лежащей в фокальной плоскости первой линзы. Эта точка будет играть роль точечного источника для второй (рассеивающей) линзы. Пучок выходящей из второй линзы лучей будет параллельным, если эта точка будет находиться в фокальной плоскости и второй линзы тоже. С учетом того, что фокусное расстояние второй линзы по модулю меньше, чем у первой, то расстояние между линзами должно равняться разности величин фокусного расстояния линз: $L = F_1 - |F_2| = \dfrac{1}{D_1} - \dfrac{1}{|D_2|} = 30\,\text{см}$.

Решение задачи: В качестве первого шага получим общее соотношение, связывающее параметры системы из двух тонких линз, имеющих общую оптическую ось, с расстояниями до источника и изображения. Пусть F_1 и F_2 – фокусные расстояния линз, L – расстояние между ними, $a_{1,2}$ – расстояния до источников от каждой из линз, $b_{1,2}$ – расстояния до изображений. Расстояние от источника до системы есть расстояние до 1-ой линзы. Изображение, создаваемое 1-ой линзой, находится от нее на расстоянии, определяемом формулой линзы: $\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{b_1} = \dfrac{1}{F_1} \Rightarrow b_1 = \dfrac{a_1 F_1}{a_1 - F_1}$. Это изображение является источником для второй линзы: $a_2 = L - b_1 = L - \dfrac{a_1 F_1}{a_1 - F_1} = \dfrac{La_1 - F_1(L + a_1)}{a_1 - F_1}$. Вторично применяя формулу линзы, получим:

$$b_2 = \frac{a_2 F_2}{a_2 - F_2} = \frac{F_2\left[L a_1 - F_1(L + a_1)\right]}{L a_1 - F_1(L + a_1) - F_2 a_1 + F_1 F_2} \Rightarrow .$$

$$\Rightarrow (L + a_1 + b_2) F_1 F_2 - (L + a_1) b_2 F_1 - (L + b_2) a_1 F_2 + L a_1 b_2 = 0$$

Теперь запишем это соотношение для двух ситуаций, описанных в условии задачи, обозначив фокусное расстояние собирающей линзы F_1 (т.е. считаем $F_1 > 0$ и $F_2 < 0$):

$$\begin{cases} 5 F_1 F_2 - 4 L F_1 - 6 L F_2 + 3L^2 = 0 \\ \dfrac{19}{3} F_1 F_2 - 10 L F_1 - \dfrac{28}{3} L F_2 + 7L^2 = 0 \end{cases}.$$

Получена система двух уравнений относительно двух неизвестных F_1 и F_2. Она имеет два решения: $F_1 = L$, $F_2 = -L$ и $F_1 = 21L/37$, $F_2 = 3L/13$. Поскольку условию задачи удовлетворяет только первое из них, оно и дает правильный ответ.

ОТВЕТ: $F_1 = L$, $F_2 = -L$.

МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 БАЛЛОВ