ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2018 года

БИЛЕТ № 07 (САРАТОВ): возможные решения и критерии оценивания

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

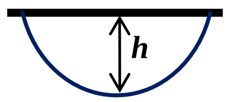
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

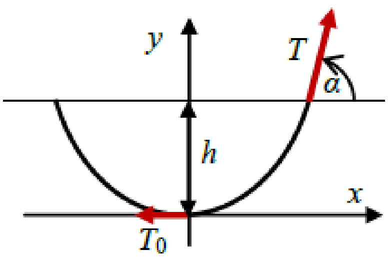
Вопрос: Массивная веревка висит неподвижно в поле тяжести. Рассмотрим силы натяжения веревки, приложенные к концам ее выделенного участка. Чему равна разность горизонтальных и вертикальных проекций этих сил?

Задача: Однородная гибкая веревка длины $L = 1$ м и массой $m = 320$ г подвешена к горизонтальному потолку таким образом, что глубина «провиса» веревки равна $h = 25$ см. Найти минимальную и максимальную величины силы натяжения веревки. Ускорение свободного падения равно $g \approx 10$ м/с^2.



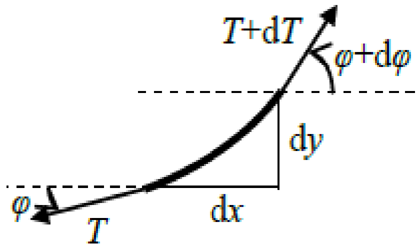
Ответ на вопрос: На выделенный участок веревки действуют только силы приложенные к его концам силы натяжения и сила тяжести, которая направлена вертикально. При этом сумма сил, приложенных к покоящемуся участку, равна нулю. Поэтому разность величин горизонтальных проекций этих сил равна нулю (горизонтальные проекции одинаковы и направлены в разные стороны), а разность величин вертикальных проекций равна весу этого участка.

Решение задачи: Пусть α - угол наклона веревки к горизонтали в точке подвеса. Вес веревки уравновешивается вертикальными составляющими сил натяжения в точках подвеса, то есть



$2T\sin\alpha = mg$. Рассмотрев условие равновесия горизонтальных сил, приложенных к «правой» половине веревки, найдем, что $T\cos\alpha = T_0$. Исключая угол α, получим выражение $T = \sqrt{T_0^2 + \frac{m^2g^2}{4}}$. Теперь рассмотрим равновесие малого элемента веревки длиной dl, наклоненного под углом φ к горизонту, в проекциях на оси x и y:

$$\begin{cases} (T+dT)(\cos\varphi - \sin\varphi d\varphi) - T\cos\varphi = 0 \\ (T+dT)(\sin\varphi + \cos\varphi d\varphi) - T\sin\varphi - mg\dfrac{dl}{L} = 0 \end{cases}.$$



После сокращения подобных:

$$\left.\begin{cases} dT\cos\varphi - T\sin\varphi d\varphi = 0 \\ dT\sin\varphi + T\cos\varphi d\varphi = mg\dfrac{dl}{L} \end{cases}\right\} \Rightarrow dT = \frac{mg}{L}dl\sin\varphi = \frac{mg}{L}dy.$$

Суммируя малые приращения правой и левой части этого равенства, найдем, что $T - T_0 = \frac{h}{L}mg$.

Подставив сюда соотношение для T, получаем уравнение для T_0:

$$T_0^2 + \frac{m^2g^2}{4} = \left(T_0 + \frac{h}{L}mg\right)^2 \Rightarrow T_0 = \frac{mg}{8}\left(\frac{L}{h} - 4\frac{h}{L}\right) = 1{,}2\,\text{Н}.$$

Ясно, что это минимальная величина силы натяжения. Максимальная величина – это $T = \frac{mg}{8}\left(\frac{L}{h} + 4\frac{h}{L}\right) = 2\,\text{Н}$.

ОТВЕТ: Минимальная величина силы натяжения у веревки – в нижней точке $T_0 = \frac{mg}{8}\left(\frac{L}{h} - 4\frac{h}{L}\right) = 1{,}2$ Н, а максимальная – в точках подвеса $T = \frac{mg}{8}\left(\frac{L}{h} + 4\frac{h}{L}\right) = 2$ Н.

Задание 2.

Вопрос: При сжатии одного моля одноатомного идеального газа зависимость его абсолютной температуры от произведенной над ним работы оказалась линейной: $T = T_0 + a\frac{A}{R}$ (здесь R – универсальная газовая постоянная). При каких значениях a теплоемкость газа в этом процессе отрицательна?

Задача: Вертикальный цилиндрический теплоизолирующий гладкий сосуд разделен на две части легким горизонтальным поршнем. В нижней части сосуда находится гелий с температурой $t_1 = 15°C$, а верхняя часть вакуумирована, и в ней находится невесомая вертикальная пружина в недеформированном состоянии. Поршень удерживается в этом положении. Затем его отпускают. После установления равновесия оказалось, что объем, занятый гелием, увеличился на 50%. Найти новую температуру гелия.

Ответ на вопрос: Согласно I Началу термодинамики, изменение внутренней энергии газа $\Delta U = Q + A = \frac{3}{2}R\Delta T$ (здесь Q – количество теплоты, подведенной к газу). По условию $A = \frac{R}{a}(T - T_0) = \frac{R}{a}\Delta T$. Следовательно, $Q = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{a}\right)R\Delta T$. Из этого соотношения находим теплоемкость $c \equiv \frac{Q}{\Delta T} = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{a}\right)R$. Таким образом, $c < 0$ при $0 < a < \frac{2}{3}$.

Решение задачи: Пусть количество молей гелия в сосуде равно ν, а его начальный объем равен V. Тогда конечный объем равен $\frac{3V}{2}$, и деформация пружины $x = \frac{\Delta V}{S} = \frac{V}{2S}$ (S – сечение сосуда). В конечном состоянии давление гелия уравновешивается силой упругости пружины $p_2S = kx \Rightarrow \frac{2\nu RT_2}{3V}S = k\frac{V}{2S} \Rightarrow k = \frac{4\nu RT_2}{3V^2}S^2$. В процессе сжатия газом пружины внутренняя энергия газа переходит в энергию деформации пружины: $-\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2) = \frac{kx^2}{2}$. Подставив сюда полученные выражения для k и x, получим: $\frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2) = \frac{2\nu RT_2}{3V^2}S^2\frac{V^2}{4S^2} \Rightarrow 9(T_1 - T_2) = T_2$.

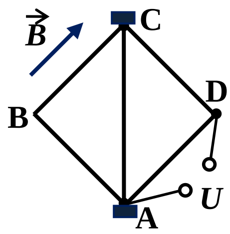
Следовательно, $T_2 = 0{,}9T_1 \Rightarrow t_2 \approx -14°C$.

ОТВЕТ: $T_2 = 0{,}9T_1 \Rightarrow t_2 \approx -14°C$.

Задание 3.

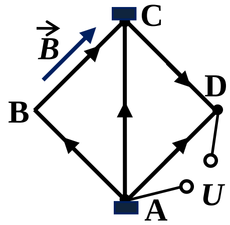
Вопрос: Прямолинейный длинный провод с током и небольшое кольцо с током расположены в одной плоскости. В каком случае они притягиваются за счет магнитного взаимодействия, а в каком – отталкиваются? Ответ обосновать.

Задача: Из медной проволоки изготовлен квадратный контур с перемычкой. Контур подключен к источнику постоянного напряжения $U = 1{,}5$ В между точками A и D и помещен в магнитное поле с индукцией $B = 4$ мТл, причем силовые линии лежат в плоскости контура и параллельны двум его сторонам. Найдите величину и направление силы, действующей на контур со стороны магнитного поля, а также величину и направление момента сил, поворачивающего контур вокруг оси AC. Удельное сопротивление проволоки $\rho = 0{,}018$ мкОм·м, площадь сечения проволоки $S = 3{,}6$ мм², длина стороны квадрата $a = 1$ м.



Ответ на вопрос: В соответствии с законом Ампера, сонаправленные токи притягиваются за счет магнитного взаимодействия, а противонаправленные – отталкиваются. Кроме того, сила магнитного взаимодействия токов убывает с увеличением расстояния. Поэтому результирующая сила, с которой прямолинейный ток действует на ток в кольце, будет силой притяжения, если в ближней проводу точке кольца ток сонаправлен с током в проводе, и будет силой отталкивания, если ток в этой точке противонаправлен току в проводе.

Решение задачи: Сопротивление стороны квадрата $R = \rho\frac{a}{S}$, тогда сопротивление участка AC равно $R\sqrt{2}$, а участка ABC – $2R$. Примем, что потенциал A выше потенциала D. Направления токов показаны на рисунке. Величины сил тока обозначим следующим образом: $I_{AD} \equiv I_1$, $I_{AC} \equiv I_2$, $I_{ABC} \equiv I_3$ и $I_{CD} \equiv I_4$. Ясно, что $I_1 = \frac{U}{R}$, $I_4 = I_2 + I_3 = \frac{U}{R + 2R/(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{3+\sqrt{2}}\frac{U}{R}$. Далее находим, что



$I_2 = \frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\frac{U}{R}$ и $I_3 = \frac{1}{3+\sqrt{2}}\frac{U}{R}$. Силы Ампера, действующие на участки BC и AD, равны нулю. Определим силы Ампера, действующие на остальные участки. Сила, действующая на участок AB равна $F_3 = aBI_3 = \frac{1}{3+\sqrt{2}}\frac{aBU}{R} = \frac{1}{3+\sqrt{2}}\frac{BUS}{\rho}$ и направлена «от наблюдателя» перпендикулярно плоскости контура. Для участка AC $F_2 = a\sqrt{2}\,BI_2\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\frac{BUS}{\rho}$ при том же направлении, а для CD $F_4 = aBI_4 = \frac{\sqrt{2}+1}{3+\sqrt{2}}\frac{BUS}{\rho}$ с направлением «на наблюдателя». Суммарная сила

$$F = F_3 + F_2 - F_4 = 0\,!$$

Точками приложения сил F_4 и F_3 можно считать середины участков CD и AB, поэтому они имеют одинаковые плечи по отношению к оси AC, равные $l = \frac{a}{2\sqrt{2}}$, к тому же направления создаваемого вращения одинаковы. Плечо силы F_2 равно нулю. Таким образом, момент сил $M = \frac{a}{2\sqrt{2}}(F_4 + F_3) = \frac{\sqrt{2}+1}{2(3+\sqrt{2})}\frac{BUSa}{\rho} \approx 0{,}33$ Н·м. Этот момент создает направление вращения, при котором точка D движется «на наблюдателя». При изменении полярности напряжения сила остается равной нулю, величина момента остается прежней, а направление изменяется на противоположное.

ОТВЕТ: $F = 0$ Н, при $\varphi_A > \varphi_D$ величина момента сил $M = \frac{\sqrt{2}+1}{2(3+\sqrt{2})}\frac{BUSa}{\rho} \approx 0{,}33$ Н·м, и он создает направление вращения, при котором точка D движется «на наблюдателя». При изменении полярности напряжения величина момента остается прежней, а направление изменяется на противоположное.

Задание 4.

Вопрос: В каких случаях тонкая линза формирует уменьшенные изображения предметов?

Задача: Небольшой светящийся объект равномерно движется вдоль оси тонкой линзы с фокусным расстоянием $|F| = 30$ см. В некоторый момент времени величина скорости движения объекта относительно его мнимого уменьшенного изображения оказывается на $n = 12{,}5\%$ больше, чем величина его скорости относительно линзы. Найдите расстояние между объектом и линзой в этот момент времени.

Ответ на вопрос: Увеличение изображения для тонкой линзы определяется соотношением расстояний от линзы до изображения и предмета: $\Gamma_\perp = \left|\frac{b}{a}\right|$. Согласно формуле тонкой линзы, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{F}{a-F} \Rightarrow \Gamma_\perp = \frac{|F|}{|a-F|}$. Следовательно, изображение будет уменьшенным ($\Gamma_\perp < 1$), если $F > 0$ (собирающая линза) и $a > 2F$, а также при $F < 0$ (рассеивающая линза) и любом реальном источнике.

Решение задачи: Для «малого» предмета, находящегося на расстоянии a от линзы, изображение находится на расстоянии b, которое можно найти по формуле тонкой линзы: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \Rightarrow b = \frac{aF}{a-F}$. Аналогично для расстояния $a - v\Delta t$ найдем $\frac{1}{a - v\Delta t} + \frac{1}{b + v'\Delta t} = \frac{1}{F} \Rightarrow b + v'\Delta t = \frac{(a = v\Delta t)F}{a - v\Delta t - F}$. Следовательно, $v' = \frac{F^2}{(a-F)^2}v$. Мнимые уменьшенные изображения создают рассеивающие линзы ($F = -|F|$), то есть $v' = \frac{|F|^2}{(a+|F|)^2}v$. При этом объект «догоняет» изображение, и скорость движения объекта относительно его мнимого уменьшенного изображения $u = v - v' = \frac{a(2|F|+a)}{(a+|F|)^2}v$. По условию $\frac{u}{v'} = \frac{a(2|F|+a)}{|F|^2} = 1+n$, поэтому $\left(\frac{a}{|F|}\right)^2 + 2\frac{a}{|F|} - 1 - n = 0 \Rightarrow a = |F|(-1+\sqrt{2+n})$ (выбран положительный корень). Итак, $a = |F|\left(\sqrt{\frac{17}{8}} - 1\right) \approx 13{,}7$ см.

ОТВЕТ: $a = |F|(-1+\sqrt{2+n}) \approx 13{,}7$ см.

МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 БАЛЛОВ