

**БИЛЕТ № 08 (КЕМЕРОВО): возможные решения и критерии оценивания****Критерии оценивания:****Для вопросов:**

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл**.

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла**.

**Ответ** правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла**.

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла**.

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка)**.

**Для задач:**

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла**.

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла**.

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов**.

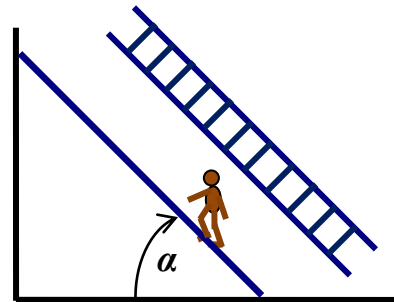
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов**.

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка)**.

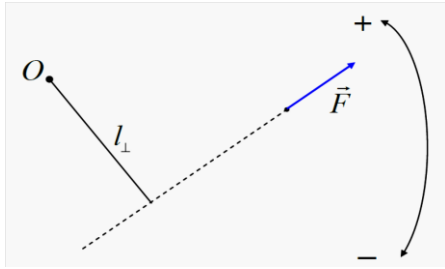
**Задание 1.**

**Вопрос:** Сформулируйте условия равновесия твердого тела. Что такое «момент силы»?

**Задача:** У лестницы 11 одинаковых ступеней, распределенных равномерно: расстояние от нижнего конца до нижней ступени, расстояния между соседними ступенями и расстояние от верхней ступени до верхнего конца одинаковы. Ее поставили в угол, образованный стеной и полом. Коэффициент трения между стеной и лестницей  $\mu = 0,25$ , а коэффициент трения между лестницей и полом  $2\mu = 0,5$ . Человек с массой, равной удвоенной массе лестницы, поднимается по ступеням. Когда он перенес весь свой вес на девятую ступень, лестница, немного постояв, начала скользить. Чему равнялся угол между лестницей и полом?



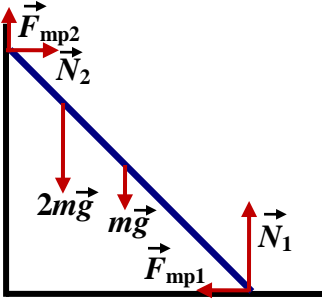
**Ответ на вопрос:** Необходимыми условиями нахождения твердого тела в равновесии являются: (1) равенство нулю векторной сумм внешних сил, приложенных к телу; (2) равенство нулю алгебраической суммы моментов внешних сил, приложенных к телу. Во втором условии используются определения:



**Плечо силы**  $l_{\perp}$  – расстояние от оси вращения до линии действия силы.

**Момент силы** – произведение величины силы на ее плечо, взятое со знаком  $+$  ( $-$ ), если сила вращает тело вокруг оси в положительном (отрицательном) направлении:  $M = \pm |\vec{F}| \cdot l_{\perp}$

**Решение задачи:** Искомый угол  $\alpha$  – в точности «критический» угол наклона, при котором силы трения, удерживающие лестницу от проскальзывания, еще обеспечивают равновесие (лестница «немного постояла»), но уже достигли своих максимальных значений. Пусть масса лестницы равна  $m$ , а масса человека –  $2m$ . Укажем на рисунке силы, действующие на лестницу в «критическом» положении (человек на 9-й ступени). Запишем условие равновесия сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси и найдем  $N_{1,2}$ :



$$\begin{cases} N_1 + \mu N_2 = 3mg \\ N_2 - 2\mu N_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = \frac{3mg}{1 + 2\mu^2} \\ N_2 = \frac{6\mu mg}{1 + 2\mu^2} \end{cases}$$

Теперь запишем условие моментов относительно нижнего конца лестницы (учитывая, что точка приложения веса человека находится на расстоянии  $\frac{3L}{4}$  от него, где  $L$  – длина лестницы):

$$mg \frac{L}{2} \cos(\alpha) + 2mg \frac{3L}{4} \cos(\alpha) - N_2 L [\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha)] = 0. \quad \text{Из этого уравнения находим, что}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) + \mu = \frac{2mg}{N_2} \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{1 - \mu^2}{3\mu} = \frac{5}{4}. \quad \text{Итак, } \alpha = \arctg\left(\frac{1 - \mu^2}{3\mu}\right) = \arctg\left(\frac{5}{4}\right).$$

$$\text{ОТВЕТ: } \alpha = \arctg\left(\frac{1 - \mu^2}{3\mu}\right) = \arctg\left(\frac{5}{4}\right).$$

## Задание 2.

**Вопрос:** При расширении одного моля одноатомного идеального газа зависимость его абсолютной температуры от произведенной им работы оказалась линейной:  $T = T_0 - b \frac{A}{R}$  (здесь  $R$  – универсальная газовая постоянная). При каких значениях  $b$  теплоемкость газа в этом процессе отрицательна?

**Задача:** Вертикальный цилиндрический теплоизолирующий гладкий сосуд разделен на две части массивным горизонтальным поршнем. В нижней части сосуда находится гелий под давлением  $p_1 = 100$  кПа, а верхняя часть вакуумирована. Поршень удерживается в этом положении. Затем его отпускают. После установления равновесия оказалось, что объем, занятый гелием, увеличился на 40%. Найти давление гелия в этом состоянии равновесия.

**Ответ на вопрос:** Согласно I Началу термодинамики, изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = Q - A = \frac{3}{2} R \Delta T \quad (\text{здесь } Q - \text{количество теплоты, подведенной к газу}). \quad \text{По условию}$$

$$A = -\frac{R}{b}(T - T_0) = -\frac{R}{b} \Delta T. \quad \text{Следовательно, } Q = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{b}\right) R \Delta T. \quad \text{Из этого соотношения находим}$$

$$\text{теплоемкость } c \equiv \frac{Q}{\Delta T} = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{b}\right) R. \quad \text{Таким образом, } c < 0 \text{ при } 0 < b < \frac{2}{3}.$$

**Решение задачи:** Пусть количество молей гелия в сосуде равно  $\nu$ , а его начальный объем равен  $V$ .

Тогда конечный объем равен  $\frac{7V}{5}$ , и высота подъема поршня  $x = \frac{\Delta V}{S} = \frac{2V}{5S}$  ( $S$  – сечение сосуда). В

конечном состоянии давление гелия уравнивается весом поршня  $p_2 S = mg \Rightarrow \frac{5\nu RT_2}{7V} S = mg$ .

В процессе сжатия газом пружины внутренняя энергия газа переходит в энергию поршня в поле тяжести:  $-\Delta U = \frac{3}{2} \nu R(T_1 - T_2) = mgx$ . Подставив сюда полученные выражения для  $mg$  и  $x$ ,

получим:  $\frac{3}{2} \nu R(T_1 - T_2) = \frac{5\nu RT_2}{7V} S \frac{2V}{5S} \Rightarrow 21(T_1 - T_2) = 4T_2$ . Следовательно,  $T_2 = \frac{21}{25} T_1$ . Согласно

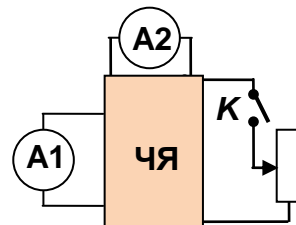
объединенному газовому закону, отношение давлений  $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$ , и  $p_2 = \frac{3}{5} p_1 = 60$  кПа.

ОТВЕТ:  $p_2 = \frac{3}{5} p_1 = 60$  кПа.

### Задание 3.

**Вопрос:** 50 аккумуляторов с одинаковыми ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренними сопротивлениями  $r$  соединены последовательно в замкнутую цепь. Вольтметр подключен к участку, содержащему 20 аккумуляторов. Каковы его показания? Ответ объяснить.

**Задача:** В «Черном Ящике» находится схема, составленная из резисторов и источников постоянного тока. У «ЧЯ» есть шесть выводов. К двум парам выводов подключены амперметры, а к двум оставшимся – ветвь, содержащая ключ и реостат. При разомкнутом ключе показания амперметра A1 равны 1А, а амперметра A2 – 5А. После замыкания ключа A1 стал показывать силу тока 2А, а A2 – силу тока 4А. Движок реостата передвинули. После этого показания A2 стали равны 2,4 А. Какой ток при этом течет через A1?



**Ответ на вопрос:** Ток в такой замкнутой цепи  $I = \frac{50\mathcal{E}}{50r} = \frac{\mathcal{E}}{r}$ . Поэтому напряжение на каждом из

аккумуляторов  $U_1 = \mathcal{E} - Ir = 0$ . Значит, равно нулю и напряжение на любом участке цепи, и показания вольтметра также должны быть нулевыми.

**Решение задачи:** Поскольку схема в «Черном Ящике» содержит только линейные элементы (резисторы и источники), то токи в ветвях являются решениями линейной системы уравнений, и поэтому являются линейными функциями ЭДС и обратных сопротивлений элементов схемы. При изменении сопротивления одной из ветвей (при неизменных значениях остальных параметров) токи во всех ветвях оказываются линейными функциями обратного сопротивления этой ветви, и поэтому между самими токами тоже должно быть линейное соотношение. Значит, существуют такие постоянные коэффициенты (обозначим их  $A$  и  $B$ ), что при любом изменении сопротивления ветви с реостатом показания амперметров связаны соотношением  $I_1 = A + B \cdot I_2$ . Используя известные значения токов, находим:

$$\begin{cases} 1\text{А} = A + B \cdot 5\text{А} \\ 2\text{А} = A + B \cdot 4\text{А} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 6\text{А} \\ B = -1 \end{cases} \Rightarrow I_1 = 6\text{А} - I_2.$$

Таким образом, при  $I_2 = 2,4$  А через A1 течет ток  $I_1 = 3,6$  А.

ОТВЕТ:  $I_1 = 6\text{А} - I_2 = 3,6$  А.

### Задание 4.

**Вопрос:** Пучок параллельных световых лучей падает на линзу с оптической силой  $D_1 = -10$  дптр. На каком расстоянии за ней нужно поставить соосно линзу с оптической силой  $D_2 = +2,5$  дптр, чтобы из второй линзы лучи пучка вышли параллельно?

**Задача:** Две тонкие линзы расположены на общей оптической оси на расстоянии  $L$  друг от друга. На той же оси на таком же расстоянии  $L$  от одной из них расположен точечный источник света. Если ближе к источнику размещена линза с большей оптической силой, то изображение источника находится на расстоянии  $2L$  за дальней линзой. Если, не перемещая источник, переставить линзы, то изображение будет находиться на расстоянии  $3L/2$  за дальней линзой. Найти фокусные расстояния обеих линз.

**Ответ на вопрос:** После прохождения первой (рассеивающей) линзы пучок станет расходящимся – продолжения лучей будут пересекаться в точке, лежащей в фокальной плоскости первой линзы. Эта точка будет играть роль точечного источника для второй (собирающей) линзы. Пучок выходящей из второй линзы лучей будет параллельным, если эта точка будет находиться в фокальной плоскости и второй линзы тоже. Поэтому расстояние между линзами должно равняться разности величин фокусного расстояния линз:  $L = F_2 - |F_1| = \frac{1}{D_2} - \frac{1}{|D_1|} = 30 \text{ см.}$

**Решение задачи:** В качестве первого шага получим общее соотношение, связывающее параметры системы из двух тонких линз, имеющих общую оптическую ось, с расстояниями до источника и изображения. Пусть  $F_1$  и  $F_2$  – фокусные расстояния линз,  $L$  – расстояние между ними,  $a_{1,2}$  – расстояния до источников от каждой из линз,  $b_{1,2}$  – расстояния до изображений. Расстояние от источника до системы есть расстояние до 1-ой линзы. Изображение, создаваемое 1-ой линзой, находится от нее на расстоянии, определяемом формулой линзы:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F_1} \Rightarrow b_1 = \frac{a_1 F_1}{a_1 - F_1}. \quad \text{Это изображение является источником для второй линзы:}$$

$$a_2 = L - b_1 = L - \frac{a_1 F_1}{a_1 - F_1} = \frac{La_1 - F_1(L + a_1)}{a_1 - F_1}. \quad \text{Вторично применяя формулу линзы, получим:}$$

$$b_2 = \frac{a_2 F_2}{a_2 - F_2} = \frac{F_2 [La_1 - F_1(L + a_1)]}{La_1 - F_1(L + a_1) - F_2 a_1 + F_1 F_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (L + a_1 + b_2) F_1 F_2 - (L + a_1) b_2 F_1 - (L + b_2) a_1 F_2 + La_1 b_2 = 0$$

Теперь запишем это соотношение для двух ситуаций, описанных в условии задачи, обозначив фокусное расстояние линзы с большей оптической силой  $F_1$  (т.е. считаем  $F_1 < F_2$ ):

$$\begin{cases} 4F_1 F_2 - 4LF_1 - 3LF_2 + 2L^2 = 0 \\ \frac{7}{2}F_1 F_2 - \frac{5}{2}LF_1 - 3LF_2 + \frac{3}{2}L^2 = 0 \end{cases}$$

Получена система двух уравнений относительно двух неизвестных  $F_1$  и  $F_2$ . Она имеет два решения:  $F_1 = L$ ,  $F_2 = 2L$  и  $F_1 = 3L/8$ ,  $F_2 = L/3$ . Поскольку условию задачи удовлетворяет только первое из них, оно и дает правильный ответ.

ОТВЕТ:  $F_1 = L$ ,  $F_2 = 2L$ .

**МАКСИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ: 100 БАЛЛОВ**