ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года

БИЛЕТ № 04 (МОСКВА): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

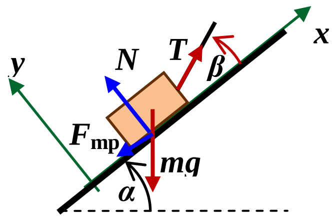
Задание 1.

Вопрос: Два бруска одинаковой массы в некоторый момент времени находятся на поверхностях, наклоненных под углом 30° к горизонту. Различаются только коэффициенты трения: для первой поверхности он равен $\mu_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, для второй – $\mu_2 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Во сколько раз отличаются силы трения, действующие на бруски?

Задача: Брусок массы $m = 2$кг равномерно втаскивают за нить вверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 45°$ с горизонтом. Угол β, который нить составляет с наклонной плоскостью, выбран так, чтобы натяжение нити было наименьшим. При подъеме бруска таким образом на высоту $h = 4{,}5$ м была совершена работа $A = 100$ Дж. Чему может быть равен коэффициент трения бруска о плоскость? Нить считать невесомой и нерастяжимой. Ускорение свободного падения равно $g \approx 10$ м/с^2.

Ответ на вопрос: Нетрудно заметить, что $\mu_2 < tg(30°) = \dfrac{1}{\sqrt{3}} < \mu_1$, и поэтому первый брусок может покоиться на наклонной поверхности, а второй – соскальзывает по ней. В этом случае сила трения для первого бруска есть сила трения покоя, то есть она уравновешивает компоненту внешней силы тяжести, направленную вдоль плоскости: $F_1 = mg\sin(30°) = \dfrac{mg}{2}$ (m – масса каждого из брусков). Сила трения для второго бруска – сила трения скольжения, то есть $F_2 = \mu_2 N_2 = \mu_2 mg\cos(30°) = \dfrac{mg}{4}$. Значит, сила трения, действующая на первый брусок, в два раза больше, чем сила трения, действующая на второй. Первый брусок в отдельно взятый момент трения может скользить по поверхности (если его «принудительно» запустили). Тогда и у него сила трения будет силой трения скольжения, и тогда отношение величин сил трения будет равно отношению коэффициентов трения, то есть сила трения, действующая на первый брусок, будет в этом случае в три раза больше, чем сила трения, действующая на второй.

Решение задачи: В первую очередь определим величину угла β. Запишем условие баланса сил в проекциях на оси x и y (см. рисунок) и выразим из них величину силы натяжения нити:



$$\begin{cases} T\cos(\beta) = mg\sin(\alpha) + \mu N \\ N = mg\cos(\alpha) - T\sin(\beta) \end{cases} \Rightarrow T = mg\frac{\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)}{\cos(\beta) + \mu\sin(\beta)}.$$

Если ввести угол $\alpha_0 \equiv \operatorname{arctg}(\mu)$, то это выражение можно записать в виде $T = mg\dfrac{\sin(\alpha + \alpha_0)}{\cos(\beta - \alpha_0)}$, из которого очевидно, что минимум силы натяжения достигается при $\beta = \alpha_0$. Значит, сила, с которой при перемещении бруска тянут за нить, $F = T_{\min} = mg\dfrac{\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)}{\sqrt{1+\mu^2}}$. Работа этой силы $A = Fs\cos(\beta)$. Поскольку перемещение $s = \dfrac{h}{\sin(\alpha)}$, а $\cos(\beta) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}$, то $A = mgh\dfrac{1+\mu\operatorname{ctg}(\alpha)}{1+\mu^2}$. Значит, условие задачи приводит к квадратному уравнению для величины коэффициента трения: $\mu^2 - \dfrac{mgh\operatorname{ctg}(\alpha)}{A}\mu + 1 - \dfrac{mgh}{A} = 0$, корни которого $\mu_{1,2} = z\operatorname{ctg}(\alpha) \pm \sqrt{z^2\operatorname{ctg}^2(\alpha) + 2z - 1}$, где $z \equiv \dfrac{mgh}{2A}$. При значениях данных из условия оба корня оказываются физически допустимыми: $\mu_1 \approx 0{,}77$ и $\mu_2 \approx 0{,}13$.

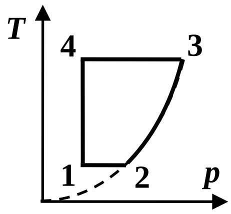
Строго говоря, в данной задаче необходимо проверить, что используемое значение β допустимо для заданного α и полученных μ. Дело в том, что при «слишком больших» β может произойти отрыв бруска от плоскости. Условие того, что брусок не отрывается от плоскости – это $N > 0$, то есть $T\sin(\beta) < mg\cos(\alpha)$. Подставив в это условия найденные значения T и β, обнаруживаем, что оно приводится к виду $\mu < \operatorname{ctg}(\alpha)$. Это требование также выполняется для обоих найденных значений коэффициента трения. Заметим, что существование этого ограничения также можно установить и из вида формулы для работы: ясно, что при протаскивании бруска по шероховатой поверхности $A > mgh$, и из этого требования получается такое же ограничение на допустимые μ.

ОТВЕТ: $\mu_{1,2} = \frac{mgh\,\mathrm{ctg}(\alpha)}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{mgh\,\mathrm{ctg}(\alpha)}{2A}\right)^2 + \frac{mgh}{A} - 1}$, то есть коэффициент трения может иметь одно из двух значений: $\mu_1 \approx 0{,}77$ или $\mu_2 \approx 0{,}13$.

Задание 2.

Вопрос: Запишите выражения для изменения внутренней энергии идеального газа в изобарном, изохорном и изотермическом процессах (через параметры состояний).

Задача: Постоянное количество неона участвует в циклическом процессе, диаграмма которого в координатах «давление – температура» показана на рисунке. Процессы 1-2 и 3-4 – изотермические, при изобарном сжатии над газом совершают работу $A = 2{,}5$ кДж. Диаграмма процесса 2-3 – участок параболы, проходящей через начало координат. Найти количество теплоты, подведенное к газу в процессе 2-3.



Ответ на вопрос: В любом процессе изменение внутренней энергии заданного количества идеального газа можно записать только через изменение его температуры: $\Delta U = \frac{i}{2}\nu R \Delta T$, где ν – число степеней свободы молекулы газа, равное 3 для молекулы одноатомного газа, 5 для двухатомного и 6 для многоатомного. В соответствии с этим, изменение внутренней энергии в изотермическом процессе равно нулю ($(\Delta U)_{T=const} = 0$), а в изобарном и изохорном процессах может быть выражено через изменения объема и давления с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона: $\nu RT = pV$, и поэтому $(\Delta U)_{p=const} = \frac{i}{2} p\Delta V$ и $(\Delta U)_{V=const} = \frac{i}{2} V\Delta p$.

Решение задачи: В данной задаче необходимо исследовать связь характеристик процессов 2-3 и 4-1 (это и есть изобарное сжатие). Поскольку изменение внутренней энергии в замкнутом процессе равно нулю, и изменение ее в изотермических процессах рано нулю, то эти процессы связаны соотношением $\Delta U_{23} + \Delta U_{41} = 0$. При изобарном сжатии работа над газом $A \equiv A'_{41} = -p_1(V_1 - V_4) = -\frac{2}{3}\Delta U_{41} = \frac{2}{3}\Delta U_{23}$ (мы учли, что неон – одноатомный газ). В процессе 2-3, согласно условию, $T = \alpha \cdot p^2$(α – некоторый постоянный коэффициент). Это значит, что $pV = \nu RT = \alpha\nu R \cdot p^2$, то есть $p = \frac{V}{\alpha\nu R} \equiv \beta V$, то есть диаграмма этого процесса в координатах давление-объем есть прямая линия, проходящая через начало координат. Поэтому работа газа в таком процессе вычисляется как площадь трапеции (площадь под диаграммой процесса в координатах $p - V$): $A_{23} = \frac{p_2 + p_3}{2}(V_3 - V_2) = \frac{1}{2}\beta(V_3^2 - V_2^2) = \frac{1}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{1}{3}\Delta U_{23}$. Следовательно, искомое количество теплоты, в соответствии с первым Началом термодинамики, равно $Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = \frac{4}{3}\Delta U_{23} = 2A = 5$ кДж. Как видно, в этом процессе тепло действительно подводится к газу.

ОТВЕТ: $Q_{23} = 2A = 5$ кДж.

Задание 3.

Вопрос: По гладким вертикальным направляющим в сильном магнитном поле падают медное и деревянное кольца примерно одинаковой массы. Линии индукции поля перпендикулярны плоскости колец. Какое из колец должно падать медленнее и почему?

Задача: Катушка индуктивности помещена между полюсами электромагнита так, что ось катушки совпадает с направлением индукции магнитного поля, которое почти однородно. Индуктивность катушки $L = 1\,\text{мГн}$, а площадь ее поперечного сечения $S = 2\,\text{см}^2$. Выводы обмотки соединили проводом, проходящим в плоскости, проходящей через ось катушки. Общее сопротивление обмотки и провода $R = 20\,\text{Ом}$. Ток в обмотке электромагнита плавно изменяется. За время, в течении которого поле электромагнита увеличилось на $\Delta B = 3\,\text{Тл}$, сила тока в катушке увеличилась на $\Delta I = 0{,}1\,\text{А}$. Какой заряд прошел за это время по проводу? Число витков катушки N = 6.

Ответ на вопрос: В сильном поле даже небольшая неоднородность приведет к появлению в проводящем теле индукционных токов (токов Фуко). Поэтому в этом теле будет выделяться тепло, появляющееся из-за убыли кинетической энергии (можно также сослаться на правило Ленца – индукционные явления всегда противодействуют причине, вызвавший их появление, поэтому силы Ампера, действующие на индукционные токи, будут направлены против скорости тела. Значит, проводящее кольцо (медное) будет падать медленнее непроводящего (деревянного).

Решение задачи: В катушке возникает ЭДС индукции $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, которой противодействует ЭДС самоиндукции $L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$, где Δt мало. Тогда можно записать $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} - L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = IR$. Умножая это соотношение на Δt, находим, что $\Delta q = I\Delta t = \dfrac{\Delta\Phi - L\Delta I}{R}$. Изменение магнитного потока $\Delta\Phi = NS\Delta B$*, то есть $\Delta q = \dfrac{NS\Delta B - L\Delta I}{R} = 175\,\text{мкКл}$.

ОТВЕТ: $\Delta q = \dfrac{NS\Delta B - L\Delta I}{R} = 175\,\text{мкКл}$*.

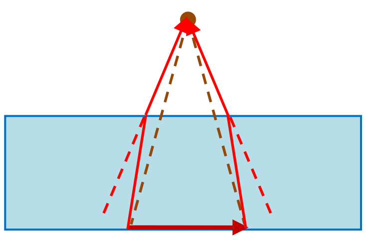
*В связи с тем, что численное значение N = 6 было сообщено участникам в ходе проведения олимпиады, засчитывались также решения с N = 1 или с числом N, используемом в качестве свободного параметра.

Задание 4.

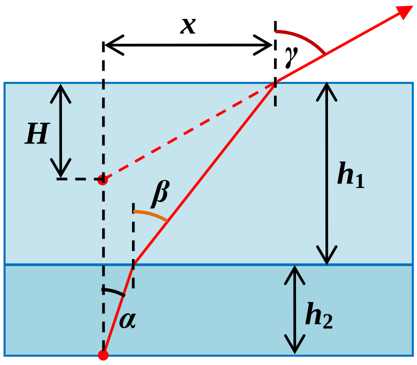
Вопрос: Почему рыбка в аквариуме, если ее разглядывать через поверхность воды, кажется крупнее, чем на самом деле? Ответ пояснить построением.

Задача: Две несмешивающиеся жидкости налиты в стакан так, что высота верхнего слоя жидкости h_1 в два раза больше высоты нижнего слоя жидкости h_2. Показатели преломления жидкостей – $n_1 = 1{,}5$ и $n_2 = 1{,}75$ соответственно. При взгляде «прямо сверху» видимое расстояние до дна сосуда от верхней границы жидкости равно $H = 8\,\text{см}$. Найдите h_1 и h_2.

Ответ на вопрос: Этот эффект связан с преломлением лучей на границе раздела воздух-вода. Вода – оптически более плотная среда, и ход лучей, попадающих в глаз наблюдателя от краев расположенного под водой предмета показан на рисунке. Как видно, наблюдаемый угловой размер предмета увеличивается. Нужно, отметить, что этот эффект зависит от условий наблюдения – при наблюдении под значительным углом к поверхности воды более заметным становится эффект кажущегося «приподнимания» предмета над дном сосуда или водоема.



Решение задачи: Построим луч, идущий со дна на поверхность жидкости под малым углом α. Закон преломления на границах жидкостей $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n_1}{n_2}$ и $\frac{\beta}{\gamma} = \frac{1}{n_1}$ (для малых углов используем приближение $\sin(\alpha) \approx \mathrm{tg}(\alpha) \approx \alpha$). Поэтому $\gamma \approx n_1\beta \approx n_2\alpha$. Выразим отклонение этого луча от вертикали на поверхности верхнего слоя жидкости (расстояние x) через «видимое» расстояние по вертикали до точки на дне (это и есть видимое расстояние до дна сосуда при взгляде сверху): $x = H\,\mathrm{tg}(\gamma) \approx H\gamma \approx n_2 H\alpha$. С другой стороны, это



расстояние $x = h_2\,\mathrm{tg}(\alpha) + h_1\,\mathrm{tg}(\beta) \approx h_2\alpha + h_1\frac{n_2}{n_1}\alpha$. Из этих соотношений следует, что для всех малых α «видимое» положение дна одинаково и $n_2 H \approx h_2 + h_1\frac{n_2}{n_1}$. Поскольку по условию $h_1 = 2h_2$, то $h_2 = \frac{n_1 n_2 H}{n_1 + 2n_2} = 4{,}2$ см, а $h_1 = \frac{2n_1 n_2 H}{n_1 + 2n_2} = 8{,}4$ см.

ОТВЕТ: $h_2 = \frac{n_1 n_2 H}{n_1 + 2n_2} = 4{,}2$ см, а $h_1 = \frac{2n_1 n_2 H}{n_1 + 2n_2} = 8{,}4$ см.