ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года

БИЛЕТ № 05 (КЕМЕРОВО): возможные решения и ответы

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

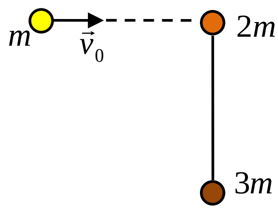
Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: Три одинаковые небольшие массивные шайбы легкими жесткими соединены в равнобедренный прямоугольный треугольник с длиной катетов l. На каком расстоянии от ближайшей к нему шайбы находится центр масс конструкции?

Задача: На гладком горизонтальном столе лежат упругие шайбы с массами $2m$ и $3m$, связанные слегка натянутой невесомой нерастяжимой нитью длины l. Еще одна шайба массы m налетает на систему со скоростью v_0 (перпендикулярно), и происходит абсолютно упругий лобовой удар с одной из шайб (см. рисунок). Найти угловую скорость вращения и величину силы натяжения нити после удара.



Ответ на вопрос: Введем систему координат с центром в вершине прямого угла треугольника и осями, направленными вдоль катетов. Координаты центра масс конструкции в этой системе координат $x_{ЦМ} = \dfrac{m\cdot 0 + m\cdot 0 + m\cdot l}{3m} = \dfrac{l}{3}$ и аналогично $y_{ЦМ} = \dfrac{l}{3}$. Ясно, что ближайшей к центру масс является шайба, расположенная в вершине прямого угла, расстояние до которой $r_{\min} = \sqrt{x_{ЦМ}^2 + y_{ЦМ}^2} = \dfrac{\sqrt{2}}{3} l$ (расстояния до двух других шайб $r' = \dfrac{\sqrt{5}}{3} l$).

Решение задачи: Удар небольших стальных шайб происходит быстро. Кроме того, линия удара перпендикулярна нити, и за время удара сила натяжения нити не успевает существенно измениться. Поэтому шайба $3m$ не успевает набрать заметной скорости. Тогда удар шайб m и $2m$ можно рассчитывать как обычный лобовой упругий удар. Тогда из законов сохранения энергии и проекции импульса на направление $\vec{v}_0$ получаем:

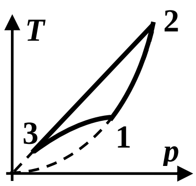
$$\left\{\begin{aligned} mv_0 &= 2mv_2 + mv_1 \\ \frac{mv_0^2}{2} &= \frac{2mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_2 = \frac{2}{3} v_0 .$$

Следовательно, скорость центра масс шайб, связанных нитью, равна $V = \dfrac{2}{5} v_2 = \dfrac{4}{15} v_0$. Итак, центр масс движется поступательно, и относительно него шайбы движутся по окружностям с угловой скоростью $\omega = \dfrac{v_2 - V}{r_2} = \dfrac{2/3 - 4/15}{3/5}\dfrac{v_0}{l} = \dfrac{2v_0}{3l}$. Так как трения нет, то такой характер движения сохранится и далее – угловая скорость меняться не будет. Вместе с ней не изменяется и сила натяжения нити, создающая центростремительное ускорение шайб: $T = 2m\omega^2 \dfrac{3}{5} l = \dfrac{8mv_0^2}{15l}$.

Задание 2.

Вопрос: Диаграмму циклического процесса над идеальным газом в координатах *p*-*V* подвергли «масштабному преобразованию»: давление и объем в каждой точке изменили в одно и то же количество раз ($p \to kp$ и $V \to kV$). Чему равно отношение КПД «нового» и «старого» циклов?

Задача: На графике в координатах «давление – температура» показан цикл постоянного количества одноатомного идеального газа, являющегося рабочим телом тепловой машины. Диаграмма процесса 1-2 – участок параболы, проходящей через начало координат, процесса 2-3 – участок прямой, проходящей через начало координат, а процесс 3-1 – адиабатический. Модуль работы в адиабатическом процессе составляет 60% от работы газа в процессе 1-2. Найти КПД цикла.



Ответ на вопрос: При описанном масштабном преобразовании все работы (вычисляемые как площади под диаграммами процессов $p(V)$) и внутренние энергии (которые для идеального газа пропорциональны произведению давления на объем) изменятся пропорционально квадрату «масштабного» коэффициента: $A \to k^2 A$ и $U \to k^2 U$. Такой же вывод, в соответствии с I Началом термодинамики, относится и к количествам теплоты ($Q \to k^2 Q$). Поэтому КПД циклов не изменяются, и искомое соотношение равно 1.

Решение задачи: Идентифицируем процессы в нашем цикле: в процессе 1-2 $T = const \cdot p^2$. В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона $T = \dfrac{pV}{\nu R}$, и поэтому в этом процессе $p = \alpha \cdot V$, то есть давление газа растет пропорционально объему. Работа газа равна площади под диаграммой процесса в координатах $p - V$ (площади трапеции), то есть

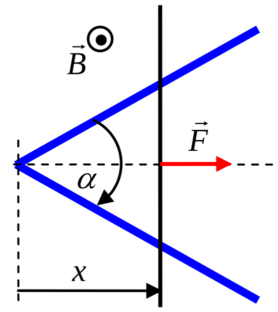
$$A_{12} = \frac{p(V_1) + p(V_2)}{2}(V_2 - V_1) = \frac{\alpha}{2}(V_2 + V_1)(V_2 - V_1) = \frac{\alpha}{2}(V_2^2 - V_1^2).$$

При этом изменение температуры $\Delta T = \frac{1}{\nu R}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{\alpha}{\nu R}(V_2^2 - V_1^2)$, поэтому $A_{12} = \frac{\nu R}{2}\Delta T$. К газу подводится количество теплоты $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = A_{12} + \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 4A_{12}$. Процесс 2-3 ($T = const \cdot p$) очевидно является изохорным охлаждением (работа не совершается, теплота отводится от газа). В процессе 3-1 теплообмена нет, а работа отрицательна и, согласно условию, $A_{31} = -0{,}6A_{12}$. Таким образом, теплота нагревателя $Q_H = Q_{12} = 4A_{12}$, а работа в цикле $A = A_{12} + A_{31} = 0{,}4A_{12}$. Следовательно, КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_H} = 0{,}1$.

Задание 3.

Вопрос: Кольцо из гибкого провода лежит на столе без перехлестов в «не расправленном» состоянии. В пространстве есть магнитное поле, перпендикулярное поверхности стола? Участки провода раздвигают, расправляя кольцо. Куда будут направлены силы Ампера, действующие на эти участки?

Задача: Проводник, согнутый под углом α, расположен в горизонтальной плоскости. Металлический стержень может без трения скользить перпендикулярно биссектрисе угла. Индукция однородного вертикального магнитного поля равна B. К стержню приложена горизонтальная сила $F = kx$, где расстояние x отсчитывается от вершины угла. Определить максимальную скорость стержня. В процессе движения стержень не теряет контакта с обеими сторонами угла. Сопротивление единицы длины стержня равно ρ, сопротивление проводника и контакта пренебрежимо мало.



Ответ на вопрос: При изменении площади контура в процессе «расправления» магнитный поток через контур будет изменяться, и в контуре возникнет индукционный ток. На этот ток со стороны магнитного поля будет действовать сила Ампера. В соответствии с правилом Ленца, индукционные явления всегда препятствует причине, вызвавшей их появление. Поэтому силы Ампера обязательно будут направлены <u>внутрь контура</u>, препятствуя увеличению его площади.

Решение задачи: Приложим к стержню силу *F*, тогда при движении стержня будет увеличиваться площадь треугольника, образованного стержнем и «уголком» из проводника: $S = x^2 \mathrm{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Поток магнитной индукции $\Phi = BS$, ЭДС индукции, возникающая в контуре $|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi}{dt} = 2Bx\,\mathrm{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\frac{dx}{dt} = 2Bx\,\mathrm{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)v$. Сопротивление участка стержня, по которому течет ток, $R = 2\rho x\,\mathrm{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. В стержне возникнет ток, пропорциональный скорости: $I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B}{\rho}v$. Сила Ампера, действующая на проводник, $F_A = IB2x\,\mathrm{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{2B^2xv}{\rho}\mathrm{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Уравнение движения стержня: $ma = F - F_A$, то есть $ma = x\left[k - \frac{2B^2v}{\rho}\mathrm{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]$. Скорость стержня достигнет максимального значения, когда ускорение станет равным нулю. Значит, $k - \frac{2B^2v_{\max}}{\rho}\mathrm{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0$, и $v_{\max} = \frac{k\rho}{2B^2}\mathrm{ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

Задание 4.

Вопрос: Оптическая сила линзы. Формула линзы.

Задача: Оптическая система состоит из двух собирающих линз с фокусными расстояниями $F_1 = F,\quad F_2 = \dfrac{F}{2}$. Главные оптические оси линз совмещены. Точечный источник света расположен на расстоянии $a_1 = \dfrac{3F}{2}$ перед первой линзой, а его изображение – на расстоянии $b_2 = \dfrac{F}{3}$ за второй линзой. На каком расстоянии L друг от друга находятся линзы?

Ответ на вопрос: Линза – прозрачное тело, ограниченное сферическими поверхностями. Такие тела обладают способностью фокусировать параллельные пучки параксиальных световых лучей (то есть лучей, идущих под малым углом к главной оптической оси линзы). Главным фокусом линзы называют точку, в которой фокусируются лучи, идущие параллельно ее главной оптической оси. Расстояние от плоскости линзы до фокуса – фокальное расстояние линзы. Оптической силой линзы называют величину, обратную фокусному расстоянию: $D \equiv \dfrac{1}{F}$. Единицей измерения оптической силы является диоптрия (1 дптр = 1 $м^{-1}$). В случае собирающей линзы фокус является действительным (в нем пересекаются световые лучи), а фокусное расстояние и оптическая сила считаются <u>положительными</u>. В случае рассеивающих линз (фокус является мнимым – параллельный пучок лучей после прохождения линзы расходится так, что продолжения лучей пересекаются в плоскости) фокусное расстояние и оптическая сила линзы считаются <u>отрицательными</u>. Если диаметр линзы намного меньше радиусов кривизны ее сферических поверхностей, то ее толщина намного меньше диаметра. Если при этом мы рассматриваем только параксиальные лучи, то для описания прохождения лучей через линзу можно использовать приближение тонкой линзы. В рамках этого приближения оптическая сила линзы, помещенной в однородную среду, определяется формулой $D = (n-1)\cdot\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$, где n – показатель преломления вещества линзы относительно окружающей среды, а радиусы поверхностей линзы $R_{1,2}$ считаются положительными для выпуклой поверхности и отрицательными для вогнутой. Расстояния от светящейся точки a и расстояние до ее изображения b для тонкой линзы связаны ***формулой линзы*** $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = D = \dfrac{1}{F}$. В этой формуле a и b считаются положительными для действительных источников или изображений, и отрицательными – для мнимых.

Решение задачи: По формуле линзы для первой линзы $F_1 = F,\quad a_1 = \dfrac{3F}{2} \Rightarrow b_1 = 3F$. Аналогично для второй линзы $F_2 = \dfrac{F}{2}, b_2 = \dfrac{F}{3} \Rightarrow a_2 = -F$. Таким образом, изображение источника, создаваемое первой линзой, находится на расстоянии $f_1 = 3F$ за ней и при этом оно является мнимым источником для второй линзы и находится за второй линзой на расстоянии F. Поэтому расстояние между линзами $L = 2F$.