ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2020 года
БИЛЕТ № 11 (7-9 классы, Челябинск): возможные решения и критерии

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

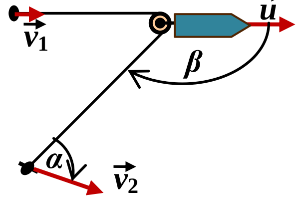
Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: Как связаны между собой скорости двух точек жесткого стержня, скользящего по ровной поверхности (в один момент времени)?

Ответ: Условие неизменности длины любого участка жесткого стержня требует, чтобы за очень малое время расстояние между любыми двумя его точками оставалось неизменным, то есть проекции скоростей этих точек на прямую, идущую вдоль стержня, должны совпадать.

Задача: Движущийся прямым курсом со скоростью $u = 25$ км/ч катер буксирует бакен (1) и спортсмена на водных лыжах (2). Используется один практически нерастяжимый буксировочный трос, переброшенный через небольшой блок, закрепленный на корме катера. В некоторый момент времени бакен движется одним курсом с катером со скоростью v_1, равной половине скорости катера, а вектор скорости спортсмена составляет угол $\alpha = 60°$ с направлением троса, причем



трос составляет угол $\beta = 135°$ с направлением движения катера (см. рисунок). Найдите величину скорости спортсмена в этот момент времени.

Решение: Длина троса в процессе движения остается неизменной, так что сумма изменений длин его отрезков от блока до бакена и лыжника за время Δt должна быть равна нулю. Таким образом, $[u - v_1]\Delta t + [u\cos(180° - \beta) - v_2\cos\alpha]\Delta t = 0$, и с учетом $v_1 = \frac{u}{2}$ получаем:

$v_2 = \frac{u(1 - 2\cos\beta)}{2\cos\alpha} = (\sqrt{2} + 1)u \approx 60{,}4$ км/ч.

ОТВЕТ: $v_2 = \frac{u(1 - 2\cos\beta)}{2\cos\alpha} = (\sqrt{2} + 1)u \approx 60{,}4$ км/ч.

Задание 2.

Вопрос: Согласно закону Фурье, количество теплоты, протекающее в единицу времени через слой вещества, прямо пропорционален разности температур по разные стороны от него. Когда быстрее растет температура воды в чайнике – в начале нагревания или перед закипанием? Ответ обосновать.

Ответ: Будем считать, что выделяемая в нагревательном элементе чайника мощность слабо зависит от температуры. Мощность тепловых потерь из-за теплопроводности явно растет с ростом температуры воды в чайнике. Поэтому количество теплоты, идущее в единицу времени на нагрев воды, падает с ростом температуры. Значит, температура в чайнике растет быстрее в начале нагревания. В дополнение можно заметить, что перед закипанием существенно растет испарение воды, которое приводит к дополнительным потерям мощности, идущей на нагревание, так что учет испарения тоже способствует замедлению роста температуры перед закипанием.

Задача: Легкий алюминиевый котелок наполнили сухим снегом, и закрыли крышкой. Вначале снег имел такую же температуру, что и окружающий воздух, равную $t_в = -9°C$. От начала таяния снега до момента, когда он растаял полностью, прошло время $\tau_0 = 128$с. Однако потом прошло немало времени, а вода так и не закипела – рост температуры остановился на отметке $t_1 = 96°C$. Тогда мощность горелки увеличили, и количество тепла, поступающего в кастрюлю в единицу времени, увеличилось на 35%. Какое время потребуется теперь для нагрева воды в котелке до температуры кипения (100°С)? Удельная теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·°С). Потерей массы воды из-за выкипания пренебречь.

Решение: В процессе таяния ледяных кристаллов температура содержимого котелка не изменяется (она равна 0°С), поэтому не изменяется и поток количества теплоты наружу из котелка. С учетом закона Фурье из вопроса, мощность потерь из-за теплопроводности $P_n = \alpha \cdot \Delta t_0$. Здесь $\Delta t_0 \equiv 0°\text{C} - t_в = 9°\text{C}$. Тогда $(P_0 - \alpha \cdot \Delta t_0)\tau_0 = \lambda m$., где P_0 – начальная мощность нагрева содержимого котелка, а m – масса снега. Когда температура перестала меняться, потери сравнялись с подводимым теплом, то есть $P_0 = \alpha \cdot \Delta t_1$ ($\Delta t_1 \equiv t_1 - t_в = 105°\text{C}$). Значит, $\alpha = \frac{\lambda m}{(\Delta t_1 - \Delta t_0)\tau_0} = \frac{\lambda m}{t_1 \tau_0}$. Для нагрева до температуры кипения при увеличенной мощности $P_1 = 1{,}35 \cdot \alpha \cdot \Delta t_1 = 1{,}35 \cdot \frac{\lambda m}{\tau_0}\frac{\Delta t_1}{t_1}$ требуется время, определяемое из уравнения $1{,}35 \cdot \frac{\lambda m}{\tau_0}\frac{\Delta t_1}{t_1} \cdot \tau \approx cm(t_K - t_1) + \frac{\lambda m}{t_1 \tau_0}\frac{t_K + t_1 - 2t_в}{2}\tau$. В этом уравнении для увеличения точности использована средняя мощность тепловых потерь для начальной t_1 и конечной t_K температур. Из него получаем $\tau \approx \frac{2c}{\lambda}\frac{t_1(t_K - t_1)}{1{,}7t_1 - 0{,}7t_в - t_K}\tau_0$.

Подставляя числовые значения, находим, что $\tau \approx \frac{96}{695}\tau_0 \approx 17{,}7$ с.

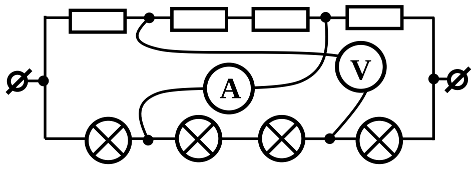
ОТВЕТ: $\tau \approx \frac{2c}{\lambda}\frac{t_1(t_K - t_1)}{1{,}7t_1 - 0{,}7t_в - t_K}\tau_0 = \frac{96}{695}\tau_0 \approx 17{,}7$ с.

Задание 3.

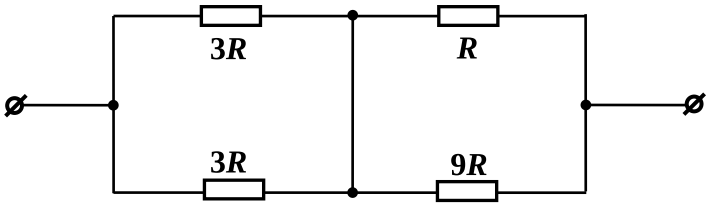
Вопрос: Вольтметр, подключенный к участку цепи, заменили на два таких же, включенных параллельно, и их показания отличались от показаний первого. С чем это может быть связано? Ответ объяснить.

Ответ: С неидеальностью вольтметров. У идеального вольтметра сопротивление должно быть бесконечно большим, и тогда он не влияет на ток в участке цепи, к которому он подключен. При конечном сопротивлении параллельное подключение второго вольтметра понижает общее (в два раза) общее сопротивление блока вольтметров, что приведет к изменению тока в участке цепи и как следствие – к изменению показаний вольтметров.

Задача: На внешних клеммах цепи, схема которой показана на рисунке, поддерживается постоянное напряжение $U = 48$В. Сопротивления всех резисторов в схеме одинаковы и равны $R = 10$Ом, сопротивления всех ламп в схеме также можно считать одинаковыми и равными $R_1 \approx 3R = 30$Ом. К цепи подключены амперметр и вольтметр, которые можно считать практически идеальными, сопротивления соединительных проводов пренебрежимо малы. Найти показания приборов.



Решение: Прежде всего нужно заметить, что сопротивлении идеального амперметра равно нулю (соответствующий участок цепи можно закоротить), а идеального вольтметра - бесконечно велико (участок можно разомкнуть), и для расчета токов и напряжений можно использовать схему



Полное сопротивление цепи $R_n = \frac{3R\cdot 3R}{3R+3R} + \frac{R\cdot 9R}{R+9R} = 2{,}4R = 24$Ом, и полный ток в цепи $I = \frac{5U}{12R} = 2$ А. Этот ток делится поровну между сопротивлениями $3R$ (по $I_1 = \frac{5U}{24R} = 1$А) и в соотношении 1:9 между сопротивлениями $9R$ и R ($I_2 = \frac{U}{24R} = 0{,}2$А и $I_3 = \frac{3U}{8R} = 1{,}8$А соответственно). Из баланса токов в узлах «закороченной» ветви видно, что через амперметр течет ток («снизу вверх») $I_A = I_3 - I_1 = \frac{U}{6R} = 0{,}8$А. Напряжение на вольтметре равно разности напряжений на трех лампах «слева» и одного резистора «слева»: $U_V = I_1 3R + I_2 6R - I_1 R = \left(3\frac{5}{24} + 6\frac{1}{24} - \frac{5}{24}\right)U = \frac{2}{3}U = 32$В.

ОТВЕТ: $I_A = \frac{U}{6R} = 0{,}8$А, $U_V = \frac{2}{3}U = 32$В.

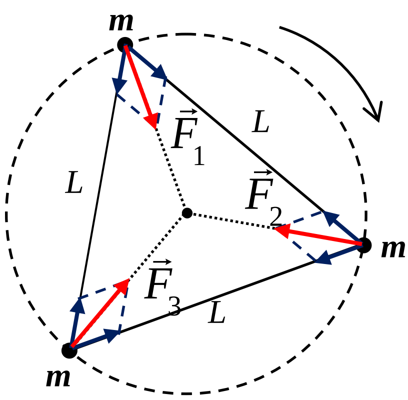
Задание 4.

Вопрос: Сформулируйте закон всемирного тяготения. Каким образом можно его применять для протяженных тел?

Ответ: Закон всемирного тяготения в рамках механики Ньютона описывает гравитационное взаимодействие, в котором участвуют все массивные тела. В наиболее простом виде он формулируется для взаимодействия тел, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями между ними (материальных точек): две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, направленной вдоль соединяющей их линии, величина которой прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними: $\vec{F}_{12} = -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$. Здесь $\vec{r}_{12} \equiv \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, а коэффициент пропорциональности G называют гравитационной постоянной. Для вычисления силы гравитационного притяжения протяженных тел нужно разбить их на «материальные точки» и просуммировать силы взаимодействий для всех пар таких точек. В случае симметричных тел эта процедура упрощается. Например, силу взаимодействия тела с идеальной сферической симметрией и материальной точки можно вычислять непосредственно по формуле закона всемирного тяготения, используя вместо расстояния между телами расстояние о точки до центра сферически-симметричного тела.

Задача: Астрономы обнаружили в просторах космоса удаленную от других объектов двойную систему (то есть систему из двух звезд, размеры каждой из которых намного меньше расстояния между ними). Звезды в ней вращаются с общим периодом $T = 5000\,суток$, оставаясь на постоянном расстоянии $L = 2\cdot 10^9\ км$ друг от друга. Найти полную массу системы. Значение гравитационной постоянной принять равным $G \approx 6{,}67\cdot 10^{-11}\,м^3/(кг\cdot с^2)$.

Решение: Симметрия системы позволяет утверждать, что массы все трех ее звезд одинаковы (иначе она не сохраняла бы форму равностороннего треугольника). В случае же



равных масс равнодействующая сил притяжения каждой звезды к двум другим «звездам-компаньонам» направлена по радиусу и одновременно – по биссектрисе своего угла (ясно, что центром вращения является центр треугольника, поэтому радиус вращения равен $\frac{L}{\sqrt{3}}$). Пусть m– масса каждой из звезд системы. Тогда равнодействующая сил притяжения одной из звезд к двум другим «звездам-компаньонам» равна

$$F_1 = F_2 = F_3 = 2\frac{Gm^2}{L^2}\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\frac{Gm^2}{L^2}.$$

Значит, уравнение движения для центростремительной компоненты ускорения имеет вид: $m\omega^2\frac{L}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\frac{Gm^2}{L^2} \Rightarrow m = \frac{4\pi^2L^3}{3GT^2}$ (здесь $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – угловая скорость вращения звезд в системе). Полная масса системы равна $M = 3m = \frac{4\pi^2L^3}{GT^2} \approx 2{,}5\cdot 10^{31}$ кг.

ОТВЕТ: $M = \frac{4\pi^2L^3}{GT^2} \approx 2{,}5\cdot 10^{31}$ кг.