ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2020 года

БИЛЕТ № 16 (7-9 классы, Нижний Новгород): возможные решения и критерии

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

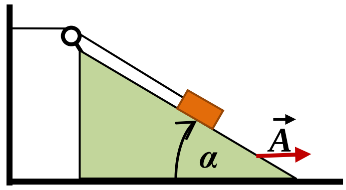
Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: Два тела связаны нерастяжимой нитью. Какому условию должны удовлетворять скорости этих тел? Ответ объяснить.

Ответ: Условие неизменности длины натянутой нерастяжимой нити требует, чтобы за очень малое время расстояние между связанными «точечными» телами оставалось неизменным, то есть проекции скоростей этих тел на прямую, идущую вдоль нити, должны совпадать. Однако при провисании нити это ограничение исчезает.

Задача: Клин с углом при основании $\alpha = 30^\circ$ перемещают поступательно с постоянным ускорением $A = 0{,}97$ м/с^2, в направлении «от стены», как показано на рисунке. На его поверхности находится небольшой брусок, прикрепленный нерастяжимым тросом к стене. В момент начала разгона клина брусок покоился, на рассматриваемом интервале времени в процессе разгона он не отрывался от клина, трос все время натянут, и его участки, не лежащие на блоке, горизонтальны или параллельны наклонной плоскости клина. Какую скорость наберет брусок за 1 с разгона?



Решение: Рассмотрим очень малый интервал времени, за который клин сдвинулся вдоль оси x, направленную «от стены», на расстояние ΔX. Изучим перемещение бруска за тот же интервал времени. Брусок, который по условию не отрывается от клина, участвует в двух движениях: вместе с клином он смещается на ΔX вдоль оси x, и из-за постоянства длины нити смещается вверх вдоль наклонной плоскости клина на то же расстояние ΔX. Результирующее смещение бруска вдоль оси x равно $\Delta x = \Delta X - \Delta X \cdot \cos\alpha = \Delta X(1-\cos\alpha)$. Поскольку это соотношение справедливо для любого интервала времени Δt, то для мгновенных скоростей клина $V = \dfrac{\Delta X}{\Delta t}$ и бруска $v_x = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ в любой момент времени выполняется такое же соотношение $v_x = V(1-\cos\alpha)$. Смещение бруска в проекции на ось y, направленную вертикально вверх, равно $\Delta y = \Delta X \cdot \sin\alpha$. Таким образом, $v_y = V\sin\alpha$. Поэтому модуль скорости бруска в момент времени, когда клин движется со скоростью V, равен $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = V\sqrt{2(1-\cos\alpha)}$. За время $t = 1$с клин наберет скорость $V = At$. Следовательно, величина скорости бруска в этот момент времени $v = At\sqrt{2(1-\cos\alpha)} \approx 0{,}5$ м/с.

ОТВЕТ: $v = At\sqrt{2(1-\cos\alpha)} \approx 0{,}5$ м/с.

Задание 2.

Вопрос: Мокрый снег – это смесь ледяных кристаллов и жидкой воды, находящихся в равновесии при температуре 0°С. Как изменится температура мокрого снега, если его посолить и перемешать? Почему?

Ответ: Температура резко уменьшится. Мокрый снег при температуре около 0˚С представляет собой смесь воды и ледяных кристалликов, а при растворении соли в воде температура плавления льда понижается (взаимодействие молекул воды с ионами, образующимися из молекул соли, разрушает решетку льда), и ледяные кристаллы плавятся, забирая у окружающих веществ теплоту плавления.

Задача: В термосе находится мокрый снег, состоящий на 80 % (по объему) из кристаллов льда и на 20% из воды, находящихся в равновесии. Снег заполняет термос наполовину. В термос доливают кипяток до тех пор, пока он не будет заполнен полностью. Какая температура будет у содержимого термоса после установления равновесия? Плотность льда равна 900 кг/м^3, плотность воды – 1000 кг/м^3. Удельная теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг·°С).

Решение: В процессе доливания кипятка лед будет таять, и занимаемый им объем будет уменьшатся (при одинаковой массе, как следует из соотношения плотностей, объем воды составляет 0,9 от объема растаявшего льда). Пусть V – объем термоса. Тогда начальный объем льда равен $0{,}4 \cdot V$, а воды – $0{,}1 \cdot V$. Предположим, что к моменту заполнения термоса весь лед растает. Тогда объем долитого кипятка (ΔV) определяется из соотношения $V = 0{,}1 \cdot V + 0{,}4 \cdot V \cdot 0{,}9 + \Delta V$, из которого следует, что $\Delta V = 0{,}54 \cdot V$. Теперь запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия: количество теплоты, отданное кипятком, равно сумме количеств тепла, израсходованных на плавление льда и на нагрев воды, полученной из мокрого снега (при этом учтем, что температура кипятка равна 100°С, а температура мокрого снега равна 0°С): $c \cdot \rho_B \cdot \Delta V(100°\text{C} - t) = \lambda \cdot \rho_Л \cdot 0{,}4V + c \cdot \rho_B \cdot 0{,}5V \cdot t$. С учетом найденной величины

ΔV получаем: $t = 54°\text{C} - 0{,}36\dfrac{\lambda}{c} = 25{,}2°\text{C}$. Температура получилась положительной, так что наше предположение (что весь лед растаял) оправдалось.

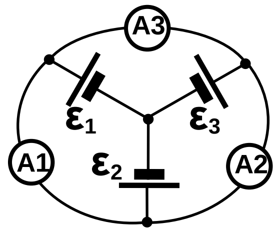
ОТВЕТ: $t = 25{,}2°\text{C}$.

Задание 3.

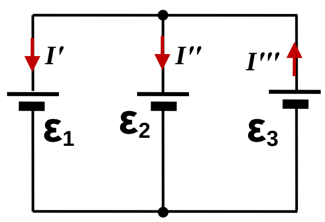
Вопрос: При разомкнутой цепи напряжение на клеммах источника постоянного тока равно его электродвижущей силе (ЭДС). Однако при протекании тока через источник напряжение изменяется. Почему?

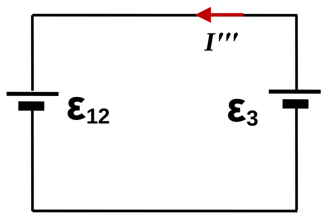
Ответ: Это связано с неидеальностью источника: в нем есть внутренние потери энергии, которые можно описать, вводя *внутреннее сопротивление* источника r: реальный источник эквивалентен идеальному (напряжение на котором не зависит от протекающего тока и равно ЭДС $\mathcal{E}$), последовательно соединенный с резистором с таким сопротивлением. Поэтому, в соответствии с законом Ома, напряжение на реальном источнике зависит от протекающего тока I: $U = \mathcal{E} - Ir$.

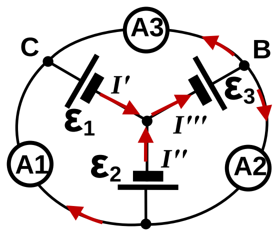
Задача: Ученик 8 класса собрал цепь, схема которой показана на рисунке, из трех батарей и трех одинаковых «практически идеальных» амперметров. ЭДС батарей равны $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 18\,\text{В}$, $\mathcal{E}_3 = 2\mathcal{E}_1 = 36\,\text{В}$, а их внутренние сопротивления $r_1 = 2\,\text{Ом}$, $r_2 = 4\,\text{Ом}$, $r_3 = \dfrac{2}{3}\,\text{Ом}$. Найдите величины сил токов через амперметры.



Решение: Так как амперметры «практически идеальны», то при расчете токов в ветвях с источниками их можно «закоротить». В этом случае все три эти ветви оказываются соединены параллельно (см. левый рисунок). Два источника с одинаковым ЭДС можно







считать одним источником с таким же ЭДС $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 \equiv \mathcal{E}$ (если их подключить к разомкнутой цепи, то ток в ветвях с ними течь не будет, и они будут создавать на своих клеммах напряжение, равное этому ЭДС), и с внутренним сопротивлением $r_{12} = \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \dfrac{4}{3}\,\text{Ом}$. Тогда схема преобразуется к виду, показанному на среднем рисунке, и становится ясно, что ток в ветви с «третьим» источником $I''' = \dfrac{\mathcal{E}}{r_{12} + r_3} \equiv \dfrac{\mathcal{E}}{r} = 9\,\text{А}$ (здесь для краткости введены обозначения $\mathcal{E} \equiv \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2 = 18\,\text{В}$ и $r \equiv \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + r_3 = 2\,\text{Ом}$). Этот ток делится между ветвями с «первым» и «вторым» источникам обратно пропорционально их сопротивлениям (то есть I' в два раза больше I''), и поэтому $I'' = \dfrac{1}{3}\dfrac{\mathcal{E}}{r} = 3\,\text{А}$, а $I' = \dfrac{2}{3}\dfrac{\mathcal{E}}{r} = 6\,\text{А}$. Обозначим искомые токи через амперметры $I_{1,2,3}$. Из соотношений непрерывности тока (положительные направления токов выбираем так, как показано на рисунке) $I_2 + I_3 = I''' = 9\,\text{А}$, $I_1 + I_3 = I' = 6\,\text{А}$, $I_2 - I_1 = I'' = 3\,\text{А}$. Однако этих уравнений не хватит для определения токов – одно из них является следствием двух других. Вспомним, что сопротивление амперметров r_A все же не равно нулю, хоть и очень малое. По закону Ома, напряжение между точками B и C можно вычислить двумя способами:

$U_{BC} = I_3 r_A = (I_1 + I_2) r_A$. Значит, $I_3 = I_1 + I_2$. Используя это уравнение вместе с любой парой из трех предыдущих, находим: $I_1 = \frac{1}{9}\frac{\mathcal{E}}{r} = 1$А, $I_2 = \frac{4}{9}\frac{\mathcal{E}}{r} = 4$А, $I_3 = \frac{5}{9}\frac{\mathcal{E}}{r} = 5$А.

ОТВЕТ: показания амперметров $I_1 = \frac{1}{9}\frac{\mathcal{E}}{r} = 1$А, $I_2 = \frac{4}{9}\frac{\mathcal{E}}{r} = 4$А, $I_3 = \frac{5}{9}\frac{\mathcal{E}}{r} = 5$А.

Задание 4.

Вопрос: При каких условиях для изучения соударения двух тел можно применять и закон сохранения импульса, и закон сохранения энергии?

Ответ: Для этого соударение должно быть упругим (то есть без перехода механической энергии в немеханические формы – все деформации тел должны быть упругими и поверхности тел должны быть гладкими, либо между телами не должно быть проскальзывания). Тогда можно использовать закон сохранения полной механической энергии. Для возможности использования закона сохранения импульса система двух сталкивающихся тел должна быть замкнутой (внешние силы либо отсутствуют, либо их векторная сумма равна нулю). Часто закон сохранения импульса выполняется приближенно для «мгновенных» соударений – когда внутренние силы системы за очень малое время существенно изменяют импульсы тел. Это означает, что внутренние силы очень велики, и в течение времени удара внешними можно пренебречь.

Задача: На горизонтальной гладкой дорожке лежат вдоль прямой линии 2020 маленьких шайб на расстоянии 1 м друг от друга: первой лежит самая тяжелая, а масса каждой следующей шайбы в ряду на 0,5 % меньше, чем у предыдущей. По самой тяжелой шайбе нанесли резкий удар, сообщив ей скорость $v_1 = 2$м/с, направленную точно по линии размещения шайб, и таким образом запускается серия лобовых упругих соударений. За какое время «волна ударов» дойдет до самой легкой шайбы?

Решение: Рассмотрим соударение первой и второй шайбы. В этом случае выполняются закон сохранения импульса в проекции на ось x, направленную вдоль дорожки $mv_1 = mv_1' + m(1-\varepsilon)v_2$, и закон сохранения механической энергии $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{m(1-\varepsilon)v_2^2}{2}$.

Здесь $\varepsilon \equiv 0{,}005$, v_1' и v_2 – проекции скоростей шайб после удара Записав эти уравнения в виде $v_1 - v_1' = (1-\varepsilon)v_2$ и $v_1^2 - v_1'^2 = (1-\varepsilon)v_2^2$, разделим второе на первое, чтобы получить $v_1 + v_1' = v_2$. Значит, $v_2 = \frac{v_1}{1-\varepsilon/2}$, а скорость первой шайбы после удара $v_1' = \frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}v_1$ намного меньше, и она остается позади «нового лидера». Ясно, что аналогично рассматриваются все соударения, то есть $v_3 = \frac{v_2}{1-\varepsilon/2} = \frac{v_1}{(1-\varepsilon/2)^2}$ и так далее до $v_{2019} = \frac{v_1}{(1-\varepsilon/2)^{2018}}$. Обратим внимание: , о есть «волна ударов» разгоняется, и очень прилично! Например, $v_{2019} = \frac{v_1}{(0{,}9975)^{2018}} \approx 156$м/с (само это число не нужно для решения, и его без калькулятора вычислить тяжело, но оно очень показательно). Если расстояние между шайбами $a = 1$м, то полное время, за которое волна дойдет до 2020-й шайбы $T = \frac{a}{v_1} + \frac{a}{v_2} + \ldots + \frac{a}{v_{2019}} = \frac{a}{v_1}\left(1 + q + ..q^{2018}\right)$, где $q = 1 - \frac{\varepsilon}{2} = 0{,}9975$. Используя формулу $1 + q + ..q^{2018} = \frac{1-q^{2019}}{1-q}$, найдем, что $T = \frac{2a}{\varepsilon v_1}\left[1 - \left(1-\frac{\varepsilon}{2}\right)^{2019}\right] \approx \frac{2a}{\varepsilon v_1} = 200$с. Более точный расчет с использованием калькулятора дает примерно 199 с.

ОТВЕТ: $T \approx \frac{2a}{\varepsilon v_1} = 200$с.