ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2020 года

БИЛЕТ № 12 (7-9 классы): возможные решения и критерии

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Задание 1.

Вопрос: В большой камере, из которой был откачан воздух, два гусиных перышка запустили точно навстречу друг другу с одинаковыми скоростями 1 м/с. Начальное расстояние между ними равнялось 5 м. Каким станет расстояние между перышками спустя 1с? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10\,\text{м/с}^2$. Ответ объясните.

Ответ: Удобно перейти в систему отсчета, связанную с одним из перышек (назовем его перышком 1). Поскольку в отсутствие воздуха оба перышка находятся в свободном падении, то есть движутся с одинаковыми ускорениями, то в новой системе отсчета их относительное ускорение равно нулю: перышко 1 покоится, а перышко 2 движется равномерно и прямолинейно точно по направлению к перышку 1, а величина его скорости равна начальной относительной скорости перышек, то есть 2 м/с. Значит, через 1 с они будут находиться на расстоянии 3 м. Обратим внимание, что для такого решения не важно, были изначально перышки на одной горизонтали или нет.

Задача: Орудие, установленное на Луне, произвело выстрел под углом к горизонту, и снаряд взорвался в верхней точке траектории. Образовалось три осколка одинаковой массы. Оказалось, что скорости осколков относительно системы отсчета, движущейся со скоростью снаряда перед взрывом, соотносятся как $v_1 : v_2 : v_3 = 2:4:5$. Через некоторое время после взрыва, когда осколки еще не упали на поверхность Луны, расстояние между 1 и 2 осколком стало равно $l_{12} = 150$м. Пренебрегая массой пороховых газов, найдите расстояние между осколками 1 и 3 в этот же момент времени.

Решение: Будем следить за движением осколков в системе отсчета, начальная скорость которой (в момент взрыва) равнялась скорости снаряда перед взрывом, а далее она двигалась с ускорением свободного падения на Луне. На Луне нет атмосферы, и можно считать, что все три осколка относительно Луны двигались с ускорением свободного падения. Значит, в нашей СО они двигались равномерно и прямолинейно до момента падения на поверхность Луны. В соответствии с законом сохранения импульса, начальные скорости снарядов (а, значит, скорости их движения в нашей СО) удовлетворяют требованию $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = 0$. Умножив это равенство на время t, прошедшее от взрыва до интересующего нас момента, получим, что $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$ (здесь $\vec{r}_{1,2,3}$ – вектора перемещения осколков). Ясно, что $r_1 : r_2 : r_3 = v_1 : v_2 : v_3 = 2:4:5$. Поэтому, обозначив $r_1 \equiv 2l$, запишем, что $r_2 = 4l$ и $r_3 = 5l$. Перепишем векторное равенство в виде $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 = -\vec{r}_3$ и возведем его скалярно в квадрат: $r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos(\alpha_{12})$ (здесь α_{12} – угол между $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$). Значит, $25l^2 = 20l^2 + 16l^2\cos(\alpha_{12})$, то есть $16\cos(\alpha_{12}) = 5$. С другой стороны, $l_{12}^2 = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2 = 4l^2 + 16l^2 - 16l^2\cos(\alpha_{12}) = 15l^2$. Повторяя рассуждения для 1 и 3, получим: $\vec{r}_1 + \vec{r}_3 = -\vec{r}_2 \Rightarrow 16l^2 = 4l^2 + 25l^2 + 20l^2\cos(\alpha_{13}) \Rightarrow 20\cos(\alpha_{13}) = -13$. Теперь для расстояния находим $l_{13}^2 = (\vec{r}_1 - \vec{r}_3)^2 = 4l^2 + 25l^2 - 20l^2\cos(\alpha_{13}) = 42l^2$. В итоге $l_{13} = \sqrt{\frac{14}{5}} \cdot l_{12} \approx 251$м.

Задание 2.

Вопрос: Что такое температура?

Ответ: Температура – скалярная физическая величина, характеризующая степень *нагретости* тела в равновесном состоянии. Измерение температуры осуществляется путем приведения тела в тепловое равновесие со стандартным телом («*термометром*»), по состоянию которого можно судить о его нагретости (например, по высоте столбика ртути или величине ЭДС термопары). Для задания числового значения необходимо выбрать *температурную шкалу*, то есть задать начало отсчета температуры и определить единицу ее измерения (*градус*). Например, в шкале Цельсия ноль температуры определяется как температура плавления льда при нормальном атмосферном давлении, а единица измерения подбирается так, чтобы температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении равнялась ровно 100°С. На самом деле «нагретость» вещества определяется интенсивностью движения его молекул. Эта связь становится очевидной, если заметить, что равенство температур двух тел мы фиксируем по прекращению теплообмена. Такое состояние достигается, когда при столкновении молекул тел на границе их соприкосновения в среднем передача энергии отсутствует. По законам механики это произойдет только в том случае, если средние кинетические энергии молекул первого и второго тела равны. Таким образом, равенству температур всегда соответствует равенство средних кинетических энергий молекул, и поэтому любая величина, пропорциональная средней кинетической энергии молекул, может считаться температурой, измеренной по некоторой шкале: $\theta \equiv \alpha \cdot \overline{E}_к$.

Задача: Ученик 8 класса поставил на огонь большую кастрюлю с водой. Прошло немало времени, но она не закипала – температура перестала расти, так как мощности нагрева не хватало. Ученик решил выяснить, какую температуру имеет вода в кастрюле. У него был только ртутный медицинский термометр. Он налил в термос теплой воды и измерил ее температуру: она оказалась равной $t_0 = 36°C$. Он опустил в кастрюлю массивную гайку на ниточке, а затем поместил гайку в термос, подождал и измерил новую температуру воды в термосе $t_1 = 38{,}4°C$. Гайка еще раз была помещена в кастрюлю, а затем в термос, и после этого вода в термосе имела температуру $t_2 = 40{,}7°C$. Какова же температура воды в кастрюле? Теплоемкостью термометра пренебречь.

Решение: Пусть искомая температура равна t. Металлическая гайка в горячей воде нагревается быстро, поэтому будем считать, что температура гайки перед помещением ее в термос равна t. Запишем уравнение теплового баланса для установления равновесия при первом помещении гайки в термос: $C_T(t_1 - t_0) = C_г(t - t_1)$ (здесь C_T и $C_г$ – теплоемкости термоса с водой и гайки соответственно). Аналогично для второго опускания $C_T(t_2 - t_1) = C_г(t - t_2)$. Разделив эти соотношения друг на друга, находим:

$$\frac{t_2 - t_1}{t_1 - t_0} = \frac{t - t_2}{t - t_1} \Rightarrow t = \frac{t_1^2 - t_2 t_0}{2t_1 - t_0 - t_2} = 93{,}6°\text{C}.$$

ОТВЕТ: $t = \dfrac{t_1^2 - t_2 t_0}{2t_1 - t_0 - t_2} = 93{,}6°\text{C}$.

Задание 3.

Вопрос: Пусть у нас есть элемент цепи постоянного тока, не подчиняющийся закону Ома: ток через него при напряжении U равен $I = aU^2$ ($a = const$). Какой формулой описывается для этого элемента зависимость потребляемой мощности от силы тока?

Ответ: Так как работа электростатических сил по перемещению заряда Δq за время Δt через элемент равна $\Delta A = U \cdot \Delta q$, то потребляемая элементом мощность $P = \dfrac{\Delta A}{\Delta t} = U \cdot I$. Поскольку $U = \sqrt{\dfrac{I}{a}}$, то нужная на зависимость описывается формулой $P = \dfrac{I^{3/2}}{\sqrt{a}}$.

Задача: Две лампочки, рассчитанные на одинаковые номинальные напряжения, но с номинальными мощностями, отличающимися в $k = \dfrac{4}{3}$ раза, не являются линейными элементами: протекающий через них ток пропорционален корню квадратному из приложенного напряжения. Эти лампочки дважды подключили к источнику, поддерживающему на своих клеммах постоянное напряжение, в точности равное номинальному для лапочек: в первый раз – параллельно, во второй - последовательно. Во сколько раз отличаются общие потребляемые мощности в первом и втором случае?

Решение: Так как номинальное напряжение U_0 у обеих лампочек одинаково, токи $I = \beta\sqrt{U}$, а номинальные мощности лампочек связаны с номинальным напряжением формулой $P_0 = U_0 \cdot I = \beta \cdot U_0^{3/2}$, то $\dfrac{\beta_2}{\beta_1} = k$. Значит, $I_1 = \beta_1\sqrt{U_1}$ и $I_2 = k\beta_1\sqrt{U_2}$. При параллельном соединении обе лампы работают в номинальном режиме, и $P_I = \beta_1 U_0^{3/2} + k\beta_1 U_0^{3/2} = (1+k)\beta_1 U_0^{3/2}$. При последовательном соединении ток через лампочки одинаков $I = \beta_1\sqrt{U_1} = k\beta_1\sqrt{U_2}$, и $U_1 = k^2 U_2$. С другой стороны, сумма напряжений равна номинальному: $U_1 + U_2 = U_0$. Значит, $U_1 = \dfrac{k^2}{1+k^2}U_0$ и $U_2 = \dfrac{1}{1+k^2}U_0$. Следовательно, полная потребляемая мощность $P_{II} = \beta_1 \dfrac{k^3}{(1+k^2)^{3/2}} U_0^{3/2} + k\beta_1 \dfrac{1}{(1+k^2)^{3/2}} U_0^{3/2} = \dfrac{k}{\sqrt{1+k^2}}\beta_1 U_0^{3/2}$. В результате приходим к отношению $\dfrac{P_I}{P_{II}} = \dfrac{(1+k)\sqrt{1+k^2}}{k} = \dfrac{35}{12} \approx 2{,}92$.

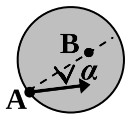
ОТВЕТ: $\dfrac{P_I}{P_{II}} = \dfrac{(1+k)\sqrt{1+k^2}}{k} = \dfrac{35}{12} \approx 2{,}92$.

Задание 4.

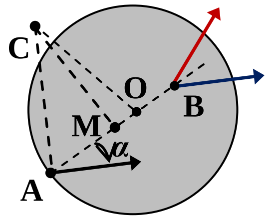
Вопрос: Жесткий стержень скользит, вращаясь, по ровной поверхности. В каком случае скорость центра масс стержня и угловая скорость его вращения не будут изменяться?

Ответ: Необходимым условием постоянства скорости центра масс тела является равенство нулю векторной суммы приложенных к телу сил. Необходимым условием неизменности угловой скорости при плоском движении тела является равенство нулю моментов приложенных сил. Значит, и для стержня в вопросе должны быть выполнены эти требования. В частности, они будут выполнены, если поверхность горизонтальная и гладкая.

Задача: Диск, изготовленный из однородного листа жести, скользит по горизонтальной гладкой поверхности. В некоторый момент времени скорости двух его точек (А и В) оказались равны по модулю $v = 1{,}5$ м/с, и скорость точки А, находящейся на конце общего диаметра, направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к этому диаметру. Радиус диска $R = 24$ см, $|AB| = 36$ см. Найдите возможные значения величин угловой скорости диска и перемещения его центра за 1 с после указанного момента времени.



Решение: Из ответа на вопрос следует, что скорость центра диска (у однородного диска центр масс совпадает с геометрическим центром) и угловая скорость диска остаются постоянными. Равенство величин скоростей точек А и В может иметь место в двух случаях: (1) диск движется поступательно, и скорости всех его точек равны не только по величине, но и по направлению – в этом случае угловая скорость $\omega = 0$, и скорость центра диска по величине тоже равна v – то есть $s_O = vt = 1{,}5$ м; (2) диск вращается, и его мгновенный центр вращения С находится на равном удалении от А и В (то есть лежит на срединном перпендикуляре МС отрезка АВ) и лежит на перпендикуляре к скорости $\vec{v}_{\text{A}}$. Ясно, что $|\text{AC}| = 2|\text{AM}| = |\text{AB}|$, и поэтому угловая скорость вращения $\omega = \dfrac{v}{|\text{AC}|} = \dfrac{v}{|\text{AB}|} = \dfrac{25}{6}\,\text{с}^{-1} \approx 4{,}17\,\text{с}^{-1}$. Кроме того, $|\text{CM}| = \sqrt{3}\,|\text{AM}| = \dfrac{\sqrt{3}}{2}|\text{AB}|$, а $|\text{OM}| = R - |\text{AM}| = R - \dfrac{1}{2}|\text{AB}|$. Значит, $|\text{OC}| = \sqrt{R^2 + |\text{AB}|^2 - R|\text{AB}|} = 12\sqrt{7}$ см $\approx 31{,}75$ см, и $v_O = \omega|\text{OC}| = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$ м/с $\approx 1{,}32$ м/с. Таким образом, во втором случае $s_O = v_O t \approx 1{,}32$ м.



ОТВЕТ: возможны два случая: $\omega = 0$, $s_O = vt = 1{,}5$ м и $\omega = \dfrac{25}{6}\,\text{с}^{-1} \approx 4{,}17\,\text{с}^{-1}$, $s_O \approx 1{,}32$ м.