ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2022 года
БИЛЕТ № 12 (7-9 классы): возможные решения, ответы и критерии.

Критерии оценивания:

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл.**

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **2 балла.**

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **3 балла.**

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **4 балла.**

Правильный, полный и обоснованный ответ – **5 баллов (максимальная оценка).**

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла.**

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **3-4 балла.**

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **5-7 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **8-10 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **11-14 баллов.**

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **15-17 баллов.**

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **18-19 баллов.**

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **20 баллов (максимальная оценка).**

Максимальная оценка за работу: 100 баллов.

Задание 1.

Вопрос: Рассмотрите разгон по горизонтальной прямой дороге автомобиля с нейтральным аэродинамическим профилем (при его движении сила, действующая на него со стороны воздуха, не имеет ни подъемной, ни прижимающей к дороге компоненты), для которого сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату его скорости относительно воздуха. В безветренную погоду он может разогнаться до скорости 100 км/ч, и на такой скорости колеса автомобиля уже проскальзывают. До какой скорости сможет разогнаться этот автомобиль, если мощность его двигателя увеличить на 20% (при тех же форме и размерах корпуса и массе автомобиля)? Считайте, что КПД двигателя от скорости не зависит.

Задача: У модели самолета винт установлен на носу корпуса, и сила его тяги направлена «вперед» вдоль корпуса. Силу взаимодействия корпуса модели с воздухом при движении со скоростью, направленной вдоль корпуса, можно разложить на две компоненты: силу лобового сопротивления, направленную против скорости модели, и подъемную силу крыльев, направленную «вверх» перпендикулярно плоскости крыльев (она всегда параллельна оси корпуса). Величины обеих компонент пропорциональны квадрату скорости самолета относительно воздуха (коэффициенты пропорциональности – постоянные величины для данной конструкции модели). Для горизонтального полета по прямой в безветренную погоду модели необходимо двигаться со скоростью $v_0 = 10$ м/с, и при этом двигатель модели должен развивать мощность, равную 51,2% от максимальной. Найдите радиус окружности, по которой будет лететь эта модель в горизонтальной плоскости при максимальной мощности двигателя (в отсутствие ветра). Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.

Ответ на вопрос: Максимальная скорость останется равной примерно 100 км/ч. Здесь важно обратить внимание, что на максимальной скорости колеса автомобиля проскальзывают. В этом режиме сила трения ведущих колес о поверхность дороги уравновешивает силу сопротивления воздуха, а сама сила трения является силой трения скольжения – практически не зависит от скорости и примерно равна μmg, то есть она не изменяется при изменении мощности двигателя без изменения массы автомобиля. Поскольку форма и размеры корпуса автомобиля не изменились, то коэффициент пропорциональности k между величиной силы сопротивления и квадратом скорости не изменяется. Значит, максимальная скорость, определяемая условием $\mu mg = kv_{\max}^2$, практически не изменится при увеличении мощности – увеличится лишь угловая скорость вращения колес, что приведет к более сильному проскальзыванию и более интенсивному разогреву и износу шин.

Решение задачи: Пусть, согласно условию, величина силы лобового сопротивления при скорости модели v относительно воздуха $F_c = k\cdot v^2$, а величина подъемной силы $F_n = \gamma\cdot v^2$, где k и γ – постоянные для данной модели величины. При горизонтальном полете по прямой в безветренную погоду с постоянной скоростью подъемная сила уравновешивает силу тяжести модели $\gamma v_0^2 = mg \Rightarrow \gamma = \dfrac{mg}{v_0^2}$, а сила тяги двигателя уравновешивает силу лобового сопротивления $F_m = kv_0^2$.

Мощность, развиваемая двигателем (полезная мощность) равна $P = F_m v_0 = kv_0^3 = 0{,}512\cdot P_{\max}$, откуда находим, что $k = 0{,}512\cdot\dfrac{P_{\max}}{v_0^3}$. При полете по горизонтальной окружности с постоянной расходуемой мощностью модуль скорости тоже должен быть постоянен – сила тяги двигателя, направленная по касательной к окружности, по-прежнему уравновешивает силу лобового сопротивления, и $P_{\max} = kv^3 = 0{,}512\cdot P_{\max}\left(\dfrac{v}{v_0}\right)^3$. Значит, величина скорости модели при таком полете $v = \dfrac{1}{\sqrt[3]{0{,}512}}v_0 = \dfrac{5}{4}v_0$. Ясно, что подъемная сила увеличилась: $F_n = \gamma\cdot v^2 = \dfrac{25}{16}\gamma v_0^2 = \dfrac{25}{16}mg$, но ее вертикальная компонента по-прежнему уравновешивает силу тяжести. Поэтому при полете по окружности на такой скорости модель должна повернуть плоскость крыльев так, чтобы она составляла угол α с горизонтом (а подъемная сила при этом отклонится на угол α от вертикали), причем $F_n\cdot\cos(\alpha) = \dfrac{25}{16}mg\cdot\cos(\alpha) = mg \Rightarrow \cos(\alpha) = \dfrac{16}{25}$. Заметим, что $\sin(\alpha) = \dfrac{3\sqrt{41}}{25}$. Горизонтальная компонента подъемной силы должна создавать центростремительное ускорение: $F_n\cdot\sin(\alpha) = \dfrac{25}{16}mg\cdot\dfrac{3\sqrt{41}}{25} = m\dfrac{v^2}{R} = m\dfrac{25}{16}\dfrac{v_0^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{25}{3\sqrt{41}}\dfrac{v_0^2}{g} \approx 13$м.

Ответ: $R = \dfrac{25}{3\sqrt{41}}\dfrac{v_0^2}{g} \approx 13$м.

Задание 2.

Вопрос: Как изменится температура плавления льда, если добавить к нему поваренной соли? Приведите пример известного Вам явления, подтверждающего Ваш ответ.

Задача: В три одинаковых стакана с толстыми стенками, в которых налили одинаковые количества горячей воды, после установления равновесия бросают одинаковые кубики мокрого льда (то есть покрытые очень тонким слоем воды, находящейся в равновесии со льдом). В первый стакан бросили один кубик, и после повторного установления равновесия температура в нем оказалась равна $t_1 = 42{,}5°C$. Во второй стакан бросили два кубика, и установившаяся температура воды в этом стакане $t_2 = 25{,}0°C$. Какой будет установившаяся температура воды в третьем стакане, в который бросили три кубика? Изначально стаканы имели комнатную температуру. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2$ кДж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда в кубиках $\lambda = 336$ кДж/кг. Теплообменом с окружающими телами и испарением воды пренебречь.

Ответ на вопрос: При добавлении поваренной соли молекулы соли диссоциируются (распадаются на ионы, собирающие около себя молекулы воды), и ионы натрия и хлора, взаимодействуя с молекулами воды, способствуют разрушению структуры ледяных кристаллов. В результате температура плавления льда при том же внешнем давлении понижается. В качестве примера явления, в котором этот эффект проявляется, можно привести известный школьный демонстрационный опыт, когда мокрую кастрюлю с влажным снегом ставят на картонку, снег солят и интенсивно перемешивают. Температура плавления льда уменьшается, и ледяные кристаллы снега плавятся, забирая у окружающих тел теплоту плавления, и в результате содержимое кастрюли становится жидким, а она сама настолько охлаждается, что примерзает к картонке. Другой пример – использование соли (и других веществ, способных к диссоциации на ионы в воде) в качестве антиобледенителей, которыми посыпают дороги и тротуары зимой – лед на дорогах после такого посыпания тает даже при температуре ниже 0°С.

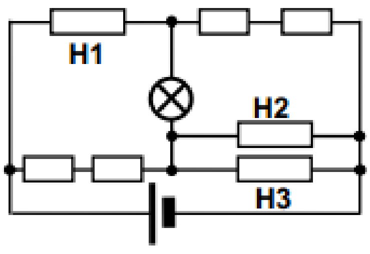
Решение задачи: Нам изначально неизвестно, какую температуру имели стаканы с водой перед добавлением туда кубиков (ясно только, что, поскольку стаканы имели перед наливанием воды комнатную температуру, а вода была горячей, то после установления равновесия температура явно была больше 0°С и меньше 100°С) – обозначим эту температуру t_0. Так как лед в кубиках был «мокрый», то его температура равнялась 0°С. Поэтому после добавления кубиков лед плавился, и образовавшаяся вода нагревалась до равновесной температуры за счет охлаждения стакана с изначально жидкой водой до той же температуры. Запишем уравнение теплового баланса для стакана, в который добавили один кубик (обозначим C – теплоемкость стакана вместе с водой, m – массу одного кубика): $C(t_0 - t_1) = \lambda m + cmt_1$. Аналогичное уравнение для стакана с двумя добавленными кубиками $C(t_0 - t_2) = 2\lambda m + 2cmt_2$. Вычитая из второго уравнения первое, находим, что $C(t_1 - t_2) = mc\left(\dfrac{\lambda}{c} + 2t_2 - t_1\right) \Rightarrow C = mc\dfrac{T + 2t_2 - t_1}{t_1 - t_2}$, где введено обозначение $T \equiv \dfrac{\lambda}{c} = 80°\text{C}$. Видно, что $C = 5mc$. С другой стороны, если разделить эти равенства друг на друга, получим $\dfrac{t_0 - t_1}{t_0 - t_2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{T + t_1}{T + t_2}$. Из этого уравнения можно определить $t_0 = \dfrac{t_1 t_2 + T(2t_1 - t_2)}{T + 2t_2 - t_1} = 67°\text{C}$. Теперь мы можем записать уравнение теплового баланса для стакана с тремя кубиками: $C(t_0 - t_3) = 3\lambda m + 3cmt_3$. Подставляя в него найденные выражения для C и t_0, находим: $t_3 = \dfrac{t_1 t_2 + T(2t_2 - t_1)}{T + 2t_1 - t_2} = 11\dfrac{7}{8}°\text{C} = 11{,}875°\text{C}$.

Ответ: $t_3 = \dfrac{ct_1 t_2 + \lambda(2t_2 - t_1)}{\lambda + c(2t_1 - t_2)} = 11\dfrac{7}{8}°\text{C} = 11{,}875°\text{C}$.

Задание 3.

Вопрос: Сформулируйте закон Джоуля-Ленца.

Задача: Три одинаковых нагревательных элемента Н подключены к аккумулятору вместе с сигнальной лампочкой и четырьмя одинаковыми резисторами по схеме, показанной на рисунке. Известно, что сопротивление нагревательного элемента в $n = 5$ раз больше сопротивления резистора. Нагревательный элемент Н1 потребляет мощность $P_1 = 972$ Вт. Каковы мощности потребления элементов Н2 и Н3?



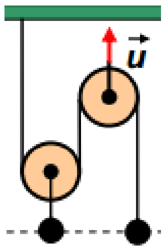
Ответ на вопрос: Согласно закону Джоуля-Ленца, мощность, потребляемая элементом электрической цепи, через который течет ток с силой I при напряжении на этом элементе U, равна $P = U \cdot I$. Этот закон связан с тем, что работа электростатических сил по перемещению заряда Δq через наш элемент за время Δt равна $\Delta A = U \cdot \Delta q$, в то время как $\Delta q = I \cdot \Delta t$. В результате действительно, потребляемая элементом мощность $P = \dfrac{\Delta A}{\Delta t} = U \cdot I$. Для элемента, для которого справедлив закон Ома, $I=\dfrac{U}{R}$, где R – постоянное сопротивление данного элемента. С учетом этого потребляемую мощность можно выразить еще двумя способами: $P=U\cdot I=I^2R=\dfrac{U^2}{R}$.

Решение задачи: Пусть R – сопротивление резистора и соответственно nR – сопротивление нагревательного элемента. Обозначим I_1 силу тока через Н1, а очевидно одинаковые силы токов через Н2 и Н3 I_2. Пусть также I_1' – это сила тока через «нижнюю» (по схеме) пару резисторов, а I_2' – через «верхнюю». Тогда можно заметить, что силу тока в ветви с источником можно выразить двумя способами: $I_{ист}=I_1+I_1'=2I_2+I_2'$. Двумя способами можно выразить и напряжение на ветви с источником: $U_{ист}=nRI_1+2RI_2'=2RI_1'+nRI_2$, откуда $nI_1+2I_2'=2I_1'+nI_2\Rightarrow\dfrac{n}{2}I_1-I_1'=\dfrac{n}{2}I_2-I_2'$. Складывая последнее уравнение с полученным из выражения для тока, приходим к соотношению $\dfrac{n+2}{2}I_1=\dfrac{n+4}{2}I_2\Rightarrow I_2=\dfrac{n+2}{n+4}I_1$. Так как нагревательные элементы одинаковы, то, согласно закону Джоуля-Ленца, отношение потребляемых мощностей $\dfrac{P_2}{P_1}=\left(\dfrac{n+2}{n+4}\right)^2$. Ясно, что Н3 потребляет такую же мощность, как и Н2, и в результате $P_2=P_3=\left(\dfrac{n+2}{n+4}\right)^2P_1=588\text{Вт}$.

Ответ: $P_2=P_3=\left(\dfrac{n+2}{n+4}\right)^2P_1=588\text{Вт}$.

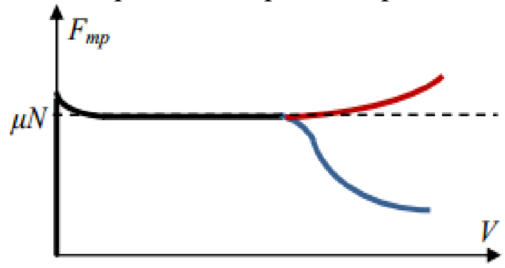
Задание 4.

Вопрос: Опишите различия между силами трения покоя и трения скольжения.



Задача: Одна из двух одинаковых небольших тяжелых шайб прикреплена легкой нерастяжимой нитью к оси подвижного блока, другая – к концу еще одной легкой нерастяжимой нити, которая перекинута через два подвижных блока (см. рисунок) и прикреплена к неподвижной стенке. Обе шайбы находятся на горизонтальной поверхности таким образом, что участки нитей, не лежащие на блоках, в натянутом состоянии параллельны. Блоки практически невесомы и нить скользит по ним без трения. Сначала система покоилась, и центры шайб находились на одной прямой, перпендикулярной нитям. Затем, удерживая «левую» шайбу, «правый» блок потянули так, что далее он двигался с постоянной скоростью $u=1{,}6$ м/с, и практически сразу после этого «левую» шайбу отпустили. Блок движется параллельно нитям, коэффициент трения каждой из шайб о поверхность $\mu=0{,}3$. Через какое время после начала движения центры шайб вновь окажутся на одной прямой, перпендикулярной нитям? Считать, что блоки и шайбы не касаются друг друга. Ускорение свободного падения $g\approx10$ м/с^2.

Ответ на вопрос: Все силы сухого трения есть результат межмолекулярных взаимодействий, но обычно разделяют силы трения покоя и силы трения скольжения. Сила трения покоя препятствует проскальзыванию поверхностей и всегда направлена против силы, пытающейся вызвать скольжение (то есть параллельной поверхности соприкосновения составляющей внешней силы, действующей на тело). Она равна этой силе по величине и ее момент уравновешивает (вместе с моментом силы нормальной реакции) момент внешней силы (чтобы обеспечить выполнение условий равновесия). При этом сила трения покоя не может быть произвольной – она принимает значения в интервале от нуля до некоторого максимального значения, зависящего от свойств поверхностей и силы прижатия их друг к другу (от величины действующей между ними силы нормальной реакции). Если внешняя сдвигающая сила превосходит это максимальное значение, покой нарушается и начинается скольжение. Сила трения скольжения – сила, направленная против скорости относительного движения поверхностей (она препятствует скольжению, которое уже существует). Величина силы трения скольжения в некотором интервале скоростей относительного движения слабо зависит от этой скорости и вычисляется по формуле $F_{тр}=\mu N$, где N - сила нормальной реакции, а величина μ - коэффициент трения, который зависит от свойств поверхностей. Обычно считается, что максимальная величина силы трения покоя примерно совпадает с величиной силы трения скольжения, но на самом деле для большинства поверхностей она несколько больше μN (этот эффект носит название «эффект застоя»), поэтому в области малых скоростей в зависимости величины силы трения скольжения от скорости бывает участок, на котором сила трения скольжения падает с ростом скорости. При больших относительных скоростях поверхности могут начать разрушаться и даже плавиться (как лед под скользящим лезвием конька), и тогда сила трения может существенно измениться – как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения. Примерный график зависимости силы трения скольжения от относительной скорости поверхностей показан на рисунке.



Решение задачи: Заметим, что скорости «левой» и «правой» шайб (v_1 и v_2) связаны со скоростью движения «правого» блока условием нерастяжимости нити. Изменение суммы длин участков нити, не лежащих на блоках, за малое время Δt должно быть равно нулю: $-v_1\Delta t+(u-v_1)\Delta t+(u-v_2)\Delta t=0$, поэтому $2v_1+v_2=2u$ в любой момент времени движения. Во время «разгона» системы «левую» шайбу удерживали. Значит, начальная скорость «левой» шайбы $v_1(0)=0$, а «правой» – $v_2(0)=2u$. Пусть массы шайб равны m. Уравнения движения шайб в проекции на направление движения «правого» блока во время скольжения имеют вид:

$$\begin{cases} ma_1 = 2T-\mu mg \\ ma_2 = T-\mu mg \end{cases},$$

и, с учетом уравнения связи для ускорений $2a_1+a_2=0$, решение этой системы уравнений относительно ускорений имеет вид $a_1=+\frac{\mu g}{5}$ и $a_2=-\frac{2\mu g}{5}$. Следовательно, скорости шайб изменяются по законам $v_1=+\frac{\mu g}{5}t$ и $v_2=2u-\frac{2\mu g}{5}t$. При этом сила натяжения нити $T=\frac{3}{5}\mu mg$. Как видно, сначала вперед выходит «правая» шайба, но к моменту времени $t_1=\frac{5u}{\mu g}$ она останавливается. Так как сила натяжения нити меньше μmg, то эта шайба останется на месте (сила натяжения при этом еще уменьшится до $T'=\frac{1}{2}\mu mg$), а первая шайба продолжит движение с постоянной скоростью u. До остановки «правая» шайба пройдет путь $s_2=\frac{2u+0}{2}t_1=\frac{5u^2}{\mu g}$, а «левая» – путь $s_1=\frac{0+u}{2}t_1=\frac{5u^2}{2\mu g}$. Значит, «левая» шайба отстала на $s_2-s_1=\frac{5u^2}{2\mu g}$, и для возвращения на одну линию с «правой» ей понадобится время $t_2=\frac{s_2-s_1}{u}=\frac{5u}{2\mu g}$. Полное время движения до момента, когда шайбы вновь оказываются на одной прямой $t=t_1+t_2=\frac{15u}{2\mu g}\approx 4$с.

Ответ: $t=\frac{15u}{2\mu g}\approx 4$с.