

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ПОКОРИ ВОРОБЬЕВЫ ГОРЫ» по ФИЗИКЕ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2026 года**  
**БИЛЕТ № 07 (10 классы): возможные решения и критерии**

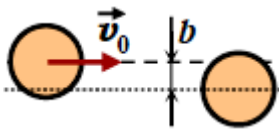
**Оценка ответа на вопрос:** нет ответа – **0 баллов**, есть неверный ответ с частично правильной терминологией – **1 балл**, есть разумные соображения – **2 балла**, в основном все правильно, но есть заметные неточности или ответ неполон – **3 балла**, правильный ответ с мелкими недочетами или недостаточно обоснованный – **4 балла**, полный, правильный и обоснованный ответ – **5 баллов**.

**Задание 1:**

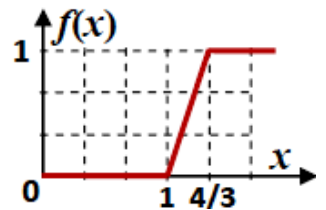
**Вопрос:** Упругая шайба, скользящая по гладкой поверхности, сталкивается с точно такой же покоящейся шайбой. Удар не является лобовым. Чему равен угол между направлениями движения («угол разлета») шайб после удара? Ответ объяснить.

**Ответ на вопрос:** Конечные скорости шайб удовлетворяют закону сохранения импульса. После сокращения на массу и возведения его в квадрат получаем уравнение на искомый угол  $\alpha$ :  $m\vec{v}_0 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 \Rightarrow v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cdot \cos(\alpha)$ . Эти же скорости удовлетворяют закону сохранения энергии:  $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$ . Из этих двух уравнений находим, что  $\cos(\alpha) = 0$ , то есть угол разлета равен  $90^\circ$ .

**Задача:** Однородная цилиндрическая шайба массы  $m$  с радиусом  $R = 2,5$  см, скользящая по гладкой поверхности со скоростью  $v_0 = 5$  м/с, сталкивается с точно такой же покоящейся шайбой. Боковые поверхности шайб гладкие, но их радиальные деформации не являются упругими. Потери механической энергии зависят от



проекции относительной скорости шайб перед ударом  $V_{||}$  на линию, соединяющую их центры:  $\Delta E = \frac{mu^2}{3} f\left(\frac{V_{||}}{u}\right)$ . Здесь  $u \equiv 3$  м/с, а график



функции  $f$  показан на рисунке. Исследуйте зависимость угла разлета шайб после удара от величины «прицельного параметра»  $b$ . При каких значениях  $b$  угол максимален? Чему равен угол разлета при  $b = \sqrt{2}R$ ,  $b = R$  и при  $b = 0$ ?

**Решение задачи:** Для изучения соударения введем систему координат, показанную на рисунке: ось  $x$  отправим по «линии удара», то есть вдоль линии, соединяющей центры колец в момент удара. Поскольку боковые поверхности шайб гладкие, то именно вдоль этой линии будут направлены силы взаимодействия шайб в момент удара. Значит, проекции скоростей шайб на перпендикулярную к этой оси ось  $y$  не изменяются при ударе: скорость шайбы, покоившейся до удара направлена по оси  $x$ :  $V_y = 0$ , а проекция скорости отскочившей шайбы  $v_y = v_0 \sin(\alpha)$ . Из геометрии удара мы также понимаем, что угол между направлением начальной скорости налетающей шайбы и линией удара  $\alpha = \arcsin\left(\frac{b}{2R}\right)$ .

Проекции скоростей шайб на ось  $x$  определяются из законов сохранения энергии и импульса:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_0 \cdot \cos(\alpha) = v_x + V \\ v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha) = v_x^2 + V^2 + \frac{2}{3} u^2 f \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_x = \frac{1}{2} v_0 \cdot \cos(\alpha) - \sqrt{\frac{1}{4} v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha) - \frac{1}{3} u^2 f} \\ V = \frac{1}{2} v_0 \cdot \cos(\alpha) + \sqrt{\frac{1}{4} v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha) - \frac{1}{3} u^2 f} \end{array} \right.$$

Здесь  $f = f\left(\frac{5}{3} \cos(\alpha)\right)$ . Угол разлета определяется именно прицельным параметром (через величину  $\alpha$ )

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}(\beta) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{\cos(\alpha) - \sqrt{\cos^2(\alpha) - 3f/25}}{2 \sin(\alpha)}\right)$$

Можно выделить три области: при  $\cos(\alpha) \leq 0,6$  (то есть при  $b \geq 8R/5$ ) аргумент  $f$  не превосходит 1, и  $f = 0$ , так что  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Это и есть максимальное возможное значение угла разлета. При  $\cos(\alpha) \geq 0,8$  ( $b \leq 6R/5$ ) аргумент  $f$  не ниже  $4/3$ , и  $f = 1$ . К этому диапазону относятся случаи  $b = 0$  (тогда, очевидно, и  $\theta = 0$ ), и случай  $b = R$ , когда  $\theta = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{7}}{10}\right)$ . Наконец, при  $6R/5 \leq b \leq 8R/5$

работает общая формула, в которой  $f = 5 \cdot \cos(\alpha) - 3$ . К этому случаю относится случай  $b = \sqrt{2}R$ , при котором  $\theta = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{43\sqrt{2}-6}{50\sqrt{2}}\right)$ .

**ОТВЕТЫ:** При  $b = 0$   $\theta = 0$ , при  $b = R$   $\theta = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{7}}{10}\right)$ , при  $b = \sqrt{2}R$  получим

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{43\sqrt{2}-6}{50\sqrt{2}}\right).$$

**Критерии для проверки задачи:**

Правильно определен угол между вектором скорости налетающей шайбы и линией удара (**1 балл**),  
 Указано (используется в решении), что проекции скоростей шайб на ось  $y$  не изменяются при ударе (**1 балл**),

Правильно записаны уравнения законов сохранения проекции импульса на ось  $x$  и закон сохранения энергии (**2×3=6 баллов**),

Получено правильное общее выражение для угла разлета (**4 балла**),

Правильно определены обе границы диапазонов, для которых выражения для угла разлета имеют определенный вид (**1+1=2 балла**),

Получены правильные ответы для всех трех заданных значений прицельного параметра (**3×2=6 баллов**).

**Задание 2:**

**Вопрос:** Чему равны теплоемкости идеального газа в изобарном и изохорном процессах?

**Ответ на вопрос:** В изохорном процессе получаемое газом количество теплоты равно изменению внутренней энергии, которая для идеального газа связана только с его абсолютной температурой:

$U = \frac{i}{2} \nu RT$ . В этом выражении присутствует множитель  $i$  (число степеней свободы молекулы газа), равное 3 для одноатомных газов, 5 для двухатомных, и 6 для многоатомных. Поэтому молярная теплоемкость идеального в изохорном процессе  $c_V = \frac{i}{2}R$ . В изобарном процессе количество теплоты увеличивается за счет работы газа, которая в этом процессе равна  $A = p\Delta V = \nu R \cdot \Delta T$ . Значит, молярная теплоемкость  $c_p = c_V + R = \frac{i+2}{2}R$ .

**Задача:** Иногда для повышения КПД тепловых машин используют *регенераторы* – устройства, с помощью которых часть отдаваемого рабочим телом тепла возвращается к нему на других участках цикла. В качестве регенератора можно использовать «тепловой насос» (схема такой установки, в которой часть работы основного рабочего тела (РТ) идет на «перекачку» тепла от холодильника к РТ с помощью «вспомогательного» рабочего тела (РТ'), показана на рисунке слева). На рисунке справа показан цикл РТ (постоянного количества одноатомного идеального газа) в координатах «давление-объем».

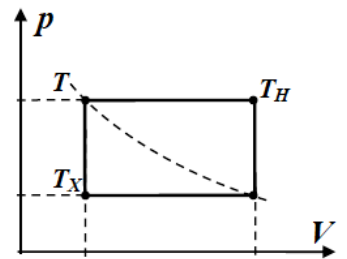
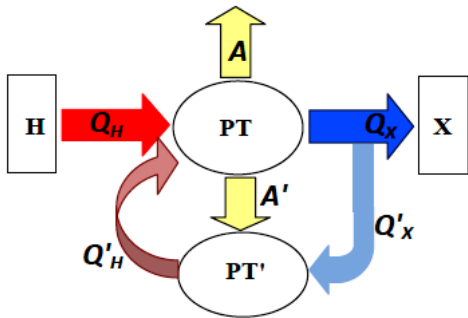
В этом цикле минимальная температура  $T_X = 300\text{K}$ , а максимальная температура  $T_H = 588\text{K}$ . Пунктиром показана изотерма, отвечающая некоторой температуре  $T$ . Цикл РТ' выглядит точно так же, но с противоположным направлением обхода, и для него  $T'_X = 350\text{K}$ , а  $T'_H = 504\text{K}$ . Найдите КПД этой тепловой машины без регенератора и с включенным регенератором.

**Решение задачи:** Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, температуру «средней изотермы» можно вычислить двумя способами через максимальные и минимальные величины давления и объема в цикле :

$$T = \frac{P_{\max} V_{\min}}{\nu R} = \frac{P_{\min} V_{\max}}{\nu R}. \text{ Поэтому } T^2 = \frac{P_{\max} V_{\max}}{\nu R} \cdot \frac{P_{\min} V_{\min}}{\nu R} = T_H T_X, \text{ и}$$

$$T = \sqrt{T_H T_X} = 420\text{K}. \text{ Молярная теплоемкость одноатомного идеального газа в изохорном процессе}$$

$$c_V = \frac{3}{2}R, \text{ а в изобарном процессе } c_p = \frac{5}{2}R, \text{ поэтому } Q_+ = \frac{3}{2}\nu R(T - T_X) + \frac{5}{2}\nu R(T_H - T). \text{ С учетом}$$



формулы для  $T$  получаем:  $Q_+ = \frac{\nu R}{2}(5T_H - 2\sqrt{T_H T_X} - 3T_X) \approx 29932$  Дж. Отметим, что это

выражение можно записать в виде  $Q_+ = \frac{\nu R T_X}{2}(x-1)(5x+3)$ , в котором  $x \equiv \sqrt{\frac{T_H}{T_X}} = 1,4$ .

Аналогично  $Q_- = \frac{5}{2}\nu R(T - T_X) + \frac{3}{2}\nu R(T_H - T) = \frac{\nu R}{2}(3T_H + 2\sqrt{T_H T_X} - 5T_X) \approx 27537$  Дж. Здесь также

существует аналогичный вид формулы:  $Q_- = \frac{\nu R T_X}{2}(x-1)(3x+5)$ .

В отсутствие регенератора найденные количества теплоты были бы теплотой нагревателя и теплотой холодильника, и КПД  $\eta_0 = 1 - \frac{Q_-}{Q_+} = \frac{2(x-1)}{5x+3} = 8\%$ .

При работе с регенератором для цикла РТ  $A + A' = \eta_0(Q_H + Q'_H)$ . При этом, поскольку цикл «вспомогательного» РТ' – точно такой же, то для него  $A' = \eta'_0 Q'_H$ , причем  $\eta'_0$  выражается точно

такой же формулой  $\eta'_0 = \frac{2(x'-1)}{5x'+3} \approx 4,44\%$ . Отметим также, что

$r \equiv \frac{Q'_H}{Q_+} = \frac{\nu' T'_X}{\nu T_X} \frac{(x'-1)(5x+3)}{(x-1)(5x'+3)} = \frac{35}{108} \approx 0,324$ . Используя все эти соотношения, находим

$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{\eta_0 Q_+ - \eta'_0 r Q_+}{Q_+ - r Q_+} = \eta_0 + \frac{r(\eta_0 - \eta'_0)}{1-r} \approx 10\%$ .

**ОТВЕТЫ:** КПД этой машины без регенератора  $\eta_0 = 8\%$ , а после включения регенератора  $\eta \approx 10\%$ .

### Критерии для проверки задачи:

Используется правильная схема вычисления КПД тепловой машины без регенератора (2 балла),

Правильно учтено действие регенератора (4 балла),

Используется правильная схема вычисления КПД тепловой машины с регенератором (3 балла),

Правильно найдена температура «средней изотермы» (2 балла),

Получен правильный численный ответ для КПД машины без регенератора (2 балла),

Получено правильное значение для величины  $r$  (или связанной с ней) (3 балла),

Получен правильный численный ответ для КПД тепловой машины с регенератором (4 балла).

### Задание 3:

**Вопрос:** Два проводящих шарика радиуса  $a$  с одинаковыми зарядами  $q$  расположены на расстоянии  $r \gg a$  друг от друга. Пренебрегая вкладом порядка  $a^2/r^2$ , найдите энергию созданного ими электрического поля.

**Ответ на вопрос:** Энергия поля одного проводящего шара (энергия самодействия) равна произведению потенциала его поверхности относительно бесконечности на его заряд. Так как поле снаружи шара совпадает с полем соответствующего точечного заряда, то  $W_1 = \frac{1}{2} q \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 a}$ .

Энергия взаимодействия шаров в этом приближении может быть вычислена как энергия взаимодействия точечных зарядов  $W_{12} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ . Следовательно, полная энергия примерно равна

$$W = W_1 + W_2 + W_{12} \approx \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1 + \frac{a}{r}\right).$$

**Задача:** Шайба, заряженная положительным зарядом, покоится на гладкой наклонной непроводящей неполяризуемой плоскости, составляющей угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтом. При этом под плоскостью на одной горизонтали с шайбой, на расстоянии  $l = 40$  см от нее, находится отрицательный заряд. Из-за пренебрежимо малого возмущения шайба начинает подниматься вдоль наклонной плоскости. На каком расстоянии от исходного положения шайба впервые остановится? Найдите ускорение шайбы перед ее остановкой в единицах ускорения свободного падения  $g$ .

**Решение задачи:** Из условия ясно, что в начальном положении шайбы проекция на ось  $x$  (направленную от этого положения вверх вдоль плоскости) результирующей силы, действующей

на шайбу, равна нулю (шайба покоилась, но после «бесконечно» малого возмущения начала движение). Значит, заряд шайбы  $q$  удовлетворяет условию

$$\frac{|qQ|}{4\pi\epsilon_0 l^2} \cos(\alpha) = mg \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow \frac{|qQ|}{4\pi\epsilon_0} = mgl^2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha).$$

Вычислим потенциальную энергию шайбы как функцию координаты  $x$ . Поскольку расстояние от шайбы до заряда  $r(x) = \sqrt{l^2 + x^2 - 2\cos(\alpha) \cdot lx}$ , а ее высота над начальным положением  $h(x) = x \cdot \sin(\alpha)$ , то

$$U(x) = mgh - \frac{|qQ|}{4\pi\epsilon_0 r} = mg \cdot \sin(\alpha) \left\{ x + \frac{l}{\cos(\alpha)} - \frac{l^2}{\cos(\alpha) \sqrt{l^2 + x^2 - 2\cos(\alpha) \cdot lx}} \right\}.$$

Так как шайба стартует с нулевой начальной скоростью, то точки ее остановки определяются из уравнения  $U(x) = 0$ , то есть

$$\sqrt{l^2 + x^2 - 2\cos(\alpha) \cdot lx} = \frac{l^2}{l + x \cdot \cos(\alpha)} \Rightarrow x \equiv \frac{l}{\cos(\alpha)} \cdot y,$$

где  $y^2 + 2\sin^2(\alpha) \cdot y + 1 - 3 \cdot \cos^2(\alpha) = 0$ . Положительный корень этого уравнения при заданном значении угла  $y = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ . Значит, шайба останавливается в точке с координатой  $x_0 = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} l \approx 20,7$  см.

Ускорение шайбы в этой точке можно вычислить как

$$a_x = -\frac{1}{m} \cdot U'_x(x_0) = -g \left[ \frac{1}{4\sqrt{2-\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \approx -0,224 \cdot g.$$

**ОТВЕТЫ:** Шайба остановится на расстоянии  $x_0 = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} l \approx 20,7$  см от исходного положения, ее ускорение перед остановкой  $a \approx -0,224 \cdot g$ .

#### Критерии для проверки задачи:

Указано (используется в решении), что начальное положение было положением неустойчивого равновесия (1 балл),

Получена правильная связь заряда шайбы с ее массой (3 балла),

Используется энергетический подход для нахождения точки остановки (2 балла),

Используется энергетический подход для нахождения ускорения шайбы перед остановкой (2 балла),

Записано правильное выражение для потенциальной энергии (2 балла),

Уравнение для определения координаты точки установки сведено к квадратному (2 балла),

Правильно найдено численное значение корня (2 балла),

Получен правильный численный ответ для точки остановки (3 балла),

Получен правильный численный ответ для ускорения (3 балла).

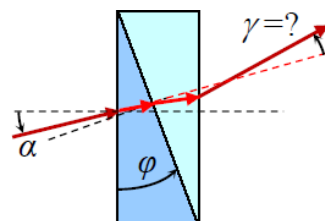
#### Задание 4:

**Вопрос:** Сформулируйте закон преломления света в геометрической оптике.

**Ответ на вопрос:** При падении луча света на границу раздела прозрачных сред происходит его преломление. Луч падающий, луч преломленный и нормаль к преломляющей поверхности в точке падения лежат в одной плоскости, а отношение синусов углов падения (между падающим лучом и нормалью) и преломления (между нормалью и преломленным лучом) равно отношению абсолютных показателей преломления сред:  $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_b}{n_a}$ . Абсолютный показатель преломления

среды равен отношению скорости света в вакууме к скорости света в данной среде.

**Задача:** Узкий пучок света падает под углом  $\alpha = 4^\circ$  на поверхность плоскопараллельной пластины, склеенной из двух плотно прижатых клиньев с углом при вершине  $\varphi = 3^\circ$ . Разность показателей преломления материалов клиньев  $\Delta n \equiv n_2 - n_1 = 0,5$ . Под каким углом к первоначальному направлению выйдет пучок из пластины? При расчетах учесть, что для малых углов  $\operatorname{tg}(\alpha) \approx \sin(\alpha) \approx \alpha$ .



**Решение задачи:** Луч испытывает преломление на трех поверхностях.

При использовании закона преломления учтем малость углов падения и преломления, заменяя синусы углов на сами углы в радианной мере. Тогда угол падения на первую из поверхностей, где имеет место преломление, равен  $\alpha$ , а угол преломления  $\beta = \frac{1}{n_1}\alpha$ . Угол падения на вторую поверхность – это разность углов  $\alpha_2 = \varphi - \beta = \varphi - \frac{1}{n_1}\alpha$ . Вторым углом преломления  $\beta_2 = \frac{n_1}{n_2}\alpha_2 = \frac{n_1}{n_2}\varphi - \frac{1}{n_2}\alpha$ , третий угол падения  $\alpha_3 = \varphi - \beta_2 = \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)\varphi + \frac{1}{n_2}\alpha$ , и третий же угол преломления  $\beta_3 = n_2\alpha_3 = (n_2 - n_1)\varphi + \alpha$ . И, наконец, искомый угол поворота луча  $\gamma = \beta_3 - \alpha = (n_2 - n_1)\varphi \approx 1,5^\circ$ .

**ОТВЕТ:** Под углом  $\gamma = (n_2 - n_1)\varphi \approx 1,5^\circ$ . Суммарное отклонение соответствует направлению отклонения луча средой с большим показателем преломления.

**Критерии для проверки задачи:**

Корректно используется приближение малых углов (**2 балла**),

Правильно описан ход лучей (**2 балла**),

Правильно записана связь углов преломления с углами падения на следующую поверхность (для обоих клиньев) (**2×2=4 балла**);

Правильно записано связь углов падения и преломления для всех трех поверхностей (**3×2=6 баллов**),

Указана правильная связь направления отклонения с соотношением показателей преломления (**2 балла**),

Получены правильные аналитический и численный ответы (**2+2=4 балла**).