



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

## **ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА**

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Данилин Сергей Алексеевич**

Класс: **8**

Технический балл: **75**

Дата проведения: **4 апреля 2021 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике  
2020/2021 учебный год  
Заключительный этап

ФИО участника: Данилин Сергей Алексеевич

Класс: 8

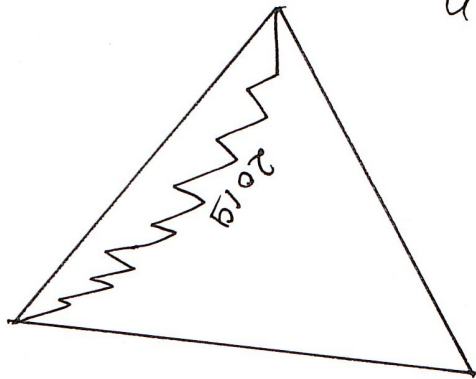
| Задача 1  | Задача 2  | Задача 3  | Задача 4 | Задача 5 | Задача 6 | Задача 7  | Сумма*    |
|-----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|
| 15 баллов | 15 баллов | 15 баллов | 5 баллов | 5 баллов | 5 баллов | 15 баллов | 75 баллов |

\*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов, верное решение всех задач — в 100 баллов.

7.

Пусть в  $\Delta$  есть лачанная из 2019 звеньев.

$\Rightarrow \Delta$  разбита на 2020  
и 2019 угловышек



ОТВЕТ: можно:

6.

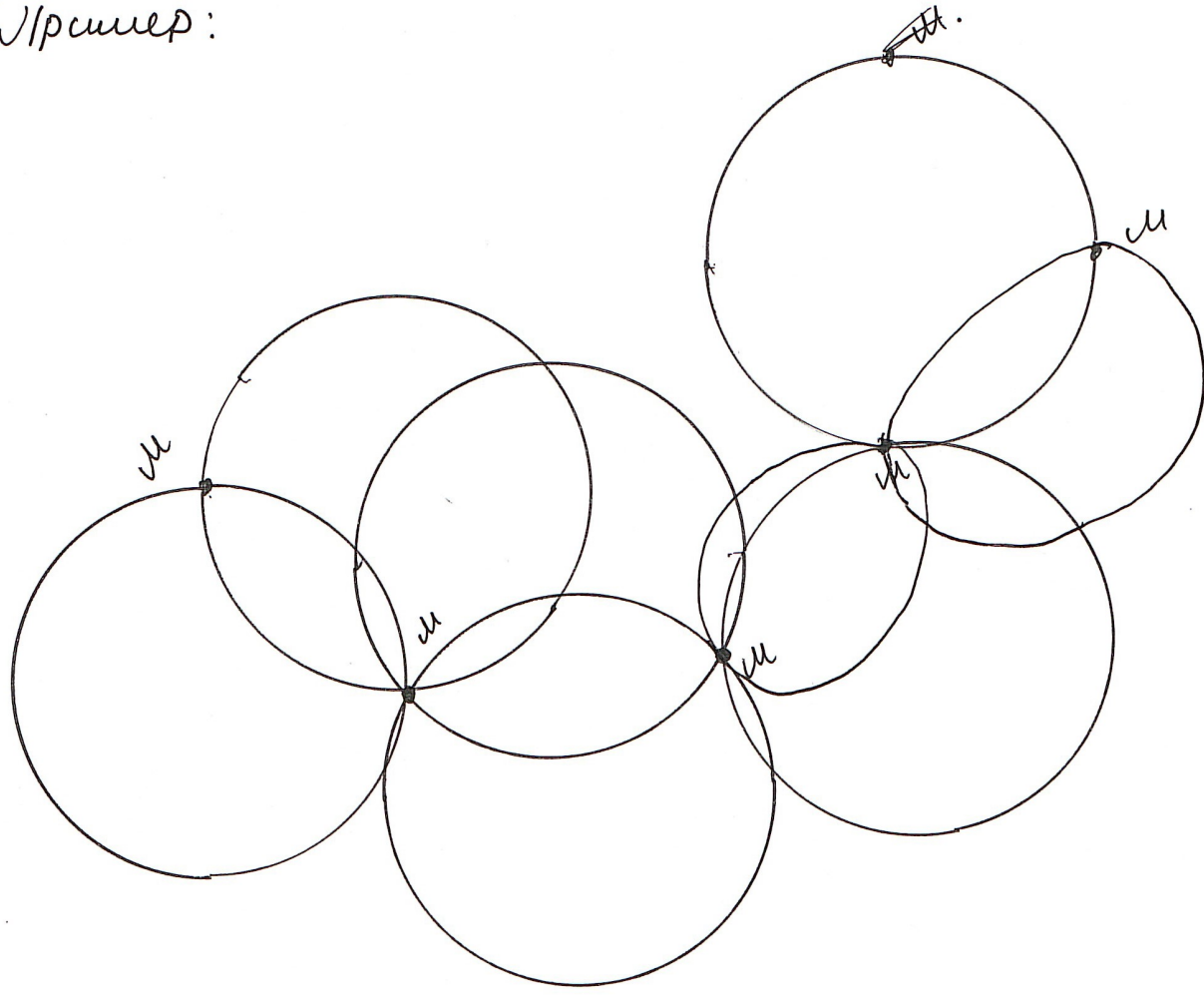
Очевидно, что мальчики стоят на расстоянии 5 метров от каждой девочки стоят на окружности с радиусом 5 м.

$\Rightarrow$  2 окружности пересекаются в (максимум) 2-х (двух) точках  $\Rightarrow$  максимальное число

~~мальчиков~~ <sup>девочек</sup> не более 10, но тогда все мальчики находящаяся на расстоянии 5 м от одной девочки - противоречие

$\Rightarrow$  их не более (девочек)  $10 - (5 - 1) = 9$

Пример:



6) Ответ: 9 девочек.

5.

Очевидно, что в случае с наибольшим числом рукопожатий будет максимально возможное число знакомых диссидентов.

⇒ Очевидно, что в этом случае у каждого диссидента будет поровну знакомых, т.к. в противном случае найдётся диссидент, у которого меньше чем у других диссидентов ⇒ у него могли быть знакомые, не имеющие ~~эти~~ общих знакомых с другими знакомыми ему диссидентами. ⇒ это не максимальный случай.

⇒ Оценка: у каждого диссидента не более 9 знакомых. То есть любого диссидента в клубе есть  $20 - 1 = 19$  других диссидентов ⇒ если у любого диссидента > 9 знакомых, то он будет иметь хотя бы 1-ого общего знакомого с другим, уже знакомым диссидентом - Противоречие

⇒ было  $\frac{9 \cdot 20}{2} = 90$  рукопожатий

Ответ: 90.

5)

4

FO

Каждая из групп  $\frac{100}{101}, \frac{102}{103} \dots \approx 0,9$ .

$$\Rightarrow \underbrace{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot \dots \cdot 0,9}_{12 \text{ раз}} \approx 0,28 < 3,125$$

$$\Rightarrow \text{число } \frac{100}{101} \cdot \frac{102}{103} \cdot \dots \cdot \frac{1022}{1023} < \frac{5}{16}$$

$\Rightarrow$  Ответ:  $\frac{5}{16}$  больше  $\frac{100}{101} \cdot \frac{102}{103} \cdot \dots \cdot \frac{1022}{1023}$

4)

Рассмотрим сумму всех таких чисел:

Она равна сумме цифр стоящих во всех разрядах

$\Rightarrow$  в каждом разряде это сумма всех цифр от 1 до 8 умноженная на  $8^4$  и умноженная на  $10$  в степени этого разряда.

$$\Rightarrow 100000 \cdot 36 \cdot 8^4 + 10000 \cdot 36 \cdot 8^4 + 1000 \cdot 36 \cdot 8^4 + 100 \cdot 36 \cdot 8^4 + 10 \cdot 36 \cdot 8^4 + 36 \cdot 8^4 = 11111 \cdot 36 \cdot 8^4 = 3003 \cdot 36 \cdot 8^4 \cdot 37$$

$\Rightarrow$  эта сумма кратна 37.

2) Пусть  $x$  - время за которое Иван Семёнович обычно доезжает до работы.  $v$  - нормальная скорость в этом случае

$$\Rightarrow (x - 40 - (60 - 35)) \cdot 1,6v = x \cdot v$$

$$(x - 65) \cdot 1,6 = x$$

$$x - 65 = \frac{x}{1,6}$$

$$x - 65 = \frac{x}{\frac{16}{10}}$$

$$x - 65 = \frac{10x}{16}$$

$$x - 65 = \frac{5x}{8}$$

$$\frac{3x}{8} = 65$$

$$3x = 520$$

$$x = \frac{520}{3}$$

$$(x - 40) \cdot n \cdot v = x \cdot v$$

$$x - 40 = \frac{x}{n}$$

$$\frac{520}{3} - 40 = \frac{520}{n}$$

$$\frac{520 - 120}{3} = \frac{520}{3n}$$

$$400 = \frac{520}{n}$$

$$400n = 520$$

$$n = \frac{520}{400}$$

$$n = \frac{52}{40} = 1,3$$

$\Rightarrow$  на 30%

Ответ: на 30% увеличить скорость



2027

$$1) 7 \cdot 9 \cdot 13 \equiv 7 \cdot 9 \cdot 13$$

$$2020 \cdot 2018 \cdot 2014 \equiv (-7) \cdot (-9) \cdot (-13)$$

$$\Rightarrow 7 \cdot 9 \cdot 13 \not\equiv 2020 \cdot 2018 \cdot 2014 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 7 \cdot 9 \cdot 13 + 2020 \cdot 2018 \cdot 2014 \equiv 2027$$

$\Rightarrow$  это число составное, т.к. оно  $\equiv 2027$   
и очевидно больше этого числа.

Ответ: составное.