МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Филиппов Дмитрий Вадимович**

Класс: **11**

Технический балл: **95**

Дата проведения: **4 апреля 2021 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2020/2021 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Филиппов Дмитрий Вадимович

Класс: 11

Задача 1	**Задача 2**	**Задача 3**	**Задача 4**	**Задача 5**	**Сумма***
20 баллов	20 баллов	20 баллов	20 баллов	15 баллов	95 баллов

Чистовик

Вариант 2

№2

$|x| - \arcsin x + b\cdot(\arccos x + |x| - 1) + a = 0$

b - любое, хотя бы одно решение

a - ?

По условию задачи b может быть любым. Пусть $b=-1$, тогда:

ОДЗ: $x \in [-1; 1]$

$\cancel{|x|} - \arcsin x - \arccos x - \cancel{|x|} + 1 + a = 0$

$-\arcsin x - \arccos x + 1 + a = 0$

$a = \arcsin x + \arccos x - 1$

$a = \frac{\pi}{2} - 1$

Докажем, что при $a = \frac{\pi}{2} - 1$ исходное уравнение имеет хотя бы одно решение, принадлежащее промежутку $[-1;1]$ (согласно ОДЗ) и что b в таком случае - любое число:

$|x| - \arcsin x + b\cdot(\arccos x + |x| - 1) + \frac{\pi}{2} - 1 = 0$

Пусть $x=1$ ($1 \in [-1;1]$, ОДЗ соблюдается), тогда:

$1 - \frac{\pi}{2} + b\cdot(0 + 1 - 1) + \frac{\pi}{2} - 1 = 0$

$\cancel{1} - \cancel{\frac{\pi}{2}} + b\cdot 0 + \cancel{\frac{\pi}{2}} - \cancel{1} = 0$

$0 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 1$ - решение исходного уравнения, при этом оно никак не зависит от $b \Rightarrow$ b - любое число. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $a = \frac{\pi}{2} - 1$ найдётся такое решение уравнения, при котором b - любое число.

Ответ: $\frac{\pi}{2} - 1$

№3 чистовик

$$2^{\lg(x^2-3)} = \lg 2^{x^2-2}$$

$$2^{\lg(x^2-3)} = (x^2-2)\cdot\lg 2$$

По свойству логарифмов $2^{\lg(x^2-3)} = (x^2-3)^{\lg 2}$ =>

=> $(x^2-3)^{\lg 2} = (x^2-2)\cdot\lg 2$

$x^2-3=t$;

$\lg 2 = k$, $k\in(0;1)$ → $0<\lg 2<1$

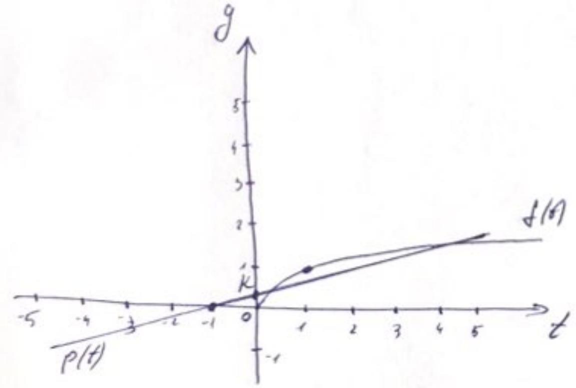
$10^0<10^{\lg 2}<10^1$

$1<2<10$

$t^k=(t+1)\cdot k$

$f(t)=t^k$

$p(t)=(t+1)k$



$f(t)$ - функция, выпуклая вверх

$p(t)$ - прямая, проходящая через точки с координат. $(-1;0)$ и $(0;k)$

=> график функции $p(t)$ может пересекать график функции $f(t)$ в 1 точке, 2 точках, либо не пересекает. =>

=> Докажем, что график ф. $p(t)$ пересекает график ф. $f(t)$ в 2-ух точках:

$t=0$ → $f(0)=0$; $p(0)=k$

$f(0)<p(0)$

$0<k$ → верно $(k\in(0;1))$ => $f(0)<p(0)$

~~$0<\lg 2$ верно~~

$t=1$ → $f(1)=1$; $p(1)=2k$

$f(1)>p(1)$

$1>2k$

$\frac{1}{2}>k$

~~черновик~~ чистовик ③

$\lg 2 < \frac{1}{2}$

$10^{\lg 2} < 10^{\frac{1}{2}}$

$2 < \sqrt{10}$

$4 < 10$

$\lg 2 < \frac{1}{2} \Rightarrow f(1) > p(1)$

$t = 10 \Rightarrow f(10) = 2;\ p(10) = 11k$

$f(10) < p(10)$

$2 < 11k$

$\frac{2}{11} < k$

$\frac{2}{11}^{\cdot 4} < \frac{1}{4}^{\cdot 11}$

$\frac{8}{44} < \frac{11}{44} \Rightarrow$

$k > \frac{1}{4}$

$\lg 2 > \frac{1}{4}$

$10^{\lg 2} > 10^{\frac{1}{4}}$

$2 > \sqrt[4]{10}$

$16 > 10$

$k > \frac{1}{4} \Rightarrow k > \frac{2}{11} \Rightarrow f(10) < p(10)$

В итоге имеем, что $\left.\begin{aligned} &f(0) < p(0);\\ &f(1) > p(1);\\ &f(10) < p(10) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$ график функции $p(t)$ пересекает график функции $f(t)$ ровно в двух точках $\Rightarrow$

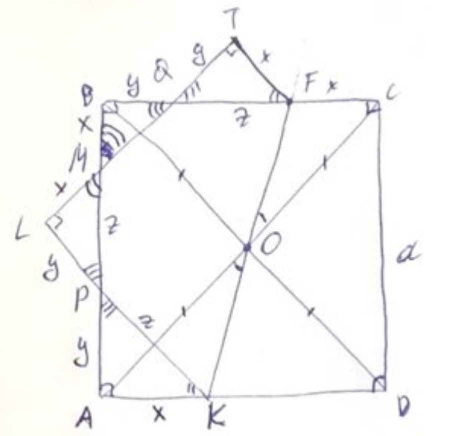
$$\Rightarrow \left[\begin{aligned} &x^2 - 3 = t_1\\ &x^2 - 3 = t_2 \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} &x^2 = t_1 + 3\\ &x^2 = t_2 + 3 \end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} &x = \sqrt{t_1 + 3}\\ &x = -\sqrt{t_1 + 3}\\ &x = \sqrt{t_2 + 3}\\ &x = -\sqrt{t_2 + 3} \end{aligned}\right. \Rightarrow 4 \text{ корня}$$

Ответ: 4 корня.

№5 чистовик



Дано: $ABCD$ - квадрат; $S_{ABCD} = 17$

$KFCD$ и $KFTL$ - равные четырёхугольники

Найти: $S_{KAPLMBQTF}\ max$ - ?

Решение:

1) FK проходит через центр $ABCD \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABFK} = S_{KFCD} = \frac{1}{2} ABCD = \frac{17}{2} = \frac{a^2}{2}$ (где a - сторона квадрата $ABCD$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{KFCD} = S_{KFTL} = \frac{a^2}{2}$

2) $S_{KAPLMBQTF} = S_{KFTL} + S_{MBQ} + S_{KAP} = \frac{a^2}{2} + S_{MBQ} + S_{KAP}$.

3) Пусть $AK = x$;

$AP = y$;

$KP = z$ в $\triangle PAK$ - п/у.

$$\left.\begin{aligned} &AO = CO \text{ (по условию)} \\ &FO = OK \text{ (по условию)} \\ &\angle AOK = \angle COF \text{ (вертик. углы)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \triangle AOK = \triangle COF \Rightarrow CF = AK = x$$

По условию $CF = TF \Rightarrow TF = CF = AK = x$

4) ~~$TF \parallel BC$~~

$$\left.\begin{aligned} &TF \parallel LK \\ &BC \parallel AD \\ &TF \cap BC \to \text{т. } F \\ &LK \cap AD \to \text{т. } K \end{aligned}\right\} \Rightarrow \angle PKA = \angle TFB$$

$$\left.\begin{aligned} &\angle PKA = \angle TFB \\ &TF = AK = x \\ &\angle QTF = \angle PAK = 90^\circ \text{ (по условию)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \triangle PAK = \triangle QTF \Rightarrow \begin{aligned} QT = AP = y \\ QF = PK = z \end{aligned}$$

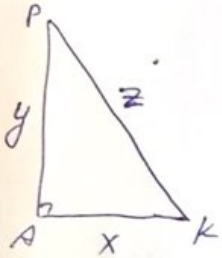
5) $\triangle MLP = \triangle MBQ = \triangle FTQ = \triangle KAP \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} BQ = TQ = y \\ MP = QF = PK = z \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a = AP + PM + BM = y + z + x = x + y + z$

6) $S_{MBQ} = S_{KAP} \Rightarrow S_{KAPLMBQTF} = \frac{a^2}{2} + 2S_{KAP}$

Найдём ~~[illegible]~~ наибольшую S_{KAP}: ~~[illegible]~~



$\triangle KAP$ – п/у $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ По теореме Пифагора:

$y = \sqrt{z^2 - x^2}$

$S_{KAP} = \frac{1}{2} \cdot xy = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{z^2 - x^2} = \frac{x \cdot \sqrt{z^2 - x^2}}{2}$

$S'_{KAP} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{z^2 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{z^2 - x^2}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{z^2 - x^2 - x^2}{\sqrt{z^2 - x^2}} =$

$= \frac{z^2 - 2x^2}{2 \cdot \sqrt{z^2 - x^2}} = 0.$

$z^2 - 2x^2 = 0$

$2x^2 = z^2$

$x^2 = \frac{z^2}{2}$

$x = \frac{z}{\sqrt{2}} = \frac{z\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \sqrt{z^2 - \frac{z^2}{2}} = \sqrt{\frac{z^2}{2}} = \frac{z}{\sqrt{2}} = \frac{z\sqrt{2}}{2}$

Таким образом S_{KAP} наибольшая при

$x = \frac{z\sqrt{2}}{2}$ и $y = \frac{z\sqrt{2}}{2}$, то есть при $KA = AP = x \Rightarrow$

$\Rightarrow z = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$; $S_{KAP} = \frac{1}{2} \cdot x^2 = \frac{x^2}{2}$

7) $a = x + y + z =$

$= x + x + x\sqrt{2}$

$a^2 = $ ~~[illegible]~~; Найдём x:

$a = 2x + x\sqrt{2}$

$a = x \cdot (2 + \sqrt{2})$

$$x = \frac{a}{2+\sqrt{2}}$$

$$a = \sqrt{17} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{17}}{2+\sqrt{2}}$$

8) $$S_{KAPLMBQTF} = \frac{a^2}{2} + 2 \cdot S_{KAP} = \frac{a^2}{2} + \cancel{2} \cdot \frac{x^2}{\cancel{2}} = \frac{17}{2} + \left(\frac{\sqrt{17}}{2+\sqrt{2}}\right)^2 =$$

$$= \frac{17}{2} + \left(\frac{\sqrt{17}\cdot(2-\sqrt{2})}{2}\right)^2 = \frac{17}{2} + \frac{17\cdot(6-4\sqrt{2})}{4} =$$

$$= \frac{34 + 17\cdot 6 - 17\cdot 4\sqrt{2}}{4} = \frac{17 + 17\cdot 3 - 17\cdot 2\sqrt{2}}{2} = \frac{68 - 34\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{2\cdot(34-17\sqrt{2})}{2} = 34 - 17\sqrt{2}$$

Ответ: $34 - 17\sqrt{2}$

№4 чистовик (7)

$$\begin{cases} 2x-3y+\frac{1}{xy}=6 \\ 3z-6x+\frac{1}{xz}=2 \\ 6y-2z+\frac{1}{yz}=3 \end{cases}$$

Пусть $a=\frac{1}{xyz}$, тогда

$$\begin{cases} 2x-3y+az=6 \\ 3z-6x+ay=2 \\ 6y-2z+ax=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-3y+az=6 & (1) \\ (a-9)y+(3a+3)z=20 & (2) \\ (a^2+4)z-(3a+12)y=6a-6 & (3) \end{cases}$$

Решим (2) и (3) строчки системы:

$$\begin{cases} (a-9)y+(3a+3)z=20 \\ (a^2+4)z-(3a+12)y=6a-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=\frac{6a-6+(3a+12)y}{a^2+4} \\ (a-9)\cdot y+(3a+3)\cdot\frac{6a-6+(3a+12)y}{a^2+4}=20 \end{cases} \Big| \cdot(a^2+4) \text{ т.к } a^2+4 \text{ всегда } >0$$

$$\begin{cases} z=\frac{6a-6+(3a+12)y}{a^2+4} \\ a^3y-9a^2y+4ay-36y-2a^2-98+45ay=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=\frac{6a-6+(3a+12)y}{a^2+4} \\ y=\frac{2a^2+98}{a^3+49a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=\frac{6a-6+(3a+12)y}{a^2+4} \\ y=\frac{2}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=\frac{6a^2+24}{(a^2+4)\cdot a} \\ y=\frac{2}{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{2}{a} \\ z=\frac{6}{a} \end{cases}$$

Чистовик

Вернёмся к первой строчке системы:

$$\begin{cases} y = \frac{2}{a} \\ z = \frac{6}{a} \\ 2x - \frac{6}{a} + 6 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{a} \\ z = \frac{6}{a} \\ x = \frac{\frac{6}{a}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{a} \\ y = \frac{2}{a} \\ z = \frac{6}{a} \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{xyz} \Rightarrow \begin{cases} xy = \frac{1}{6} \\ xz = \frac{1}{2} \\ yz = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{xy} = 6 \\ \frac{1}{xz} = \cancel{1}2 \\ \frac{1}{yz} = 3 \end{cases}$$

Заметим, что:

$$\frac{1}{x^2y^2z^2} = 6 \cdot 2 \cdot 3 = 36$$

$$\frac{1}{xyz} = \pm 6$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{1}{xyz} = 6 \\ \frac{1}{z} = 1 \\ \frac{1}{y} = \cancel{6}3 \\ \frac{1}{x} = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{1}{xyz} = -6 \\ \frac{1}{z} = -1 \\ \frac{1}{y} = -3 \\ \frac{1}{x} = -2 \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{1}{xyz} = 6 \\ z = 1 \\ y = \frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{1}{xyz} = -6 \\ z = -1 \\ y = -\frac{1}{3} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{3} \\ z = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; 1\right); \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; -1\right)$

№1 Чистовик (9)

20 21 22 23 ..... | какая цифра на 2021-ом месте?

20 21 22 23 ..... 99 | 100 ..... 199 200 ...

здесь имеем ~~80~~ 99 − 19 = 80 двузначных чисел, то есть 80 · 2 = 160 цифр. =>

=> остаётся расположить ещё 2021 − 160 = ~~1861~~ 1861 цифру.

Заметим, что ~~от 100 до 199~~ в последовательности 100 101 102 ... 199 находится 100 трёхзначных чисел, то есть всего в ней 100 · 3 = 300 цифр.

Аналогично в ~~каждой~~ последовательности 200 201 202 ... 299 также 300 цифр.

Таким образом в последовательности
100 101, ... 699 => 6 · 300 = 1800 цифр,
а в последовательности
100 101 ... 499 => 2100 цифр =>

=> искомая цифра с порядковым номером 2021 ~~находится~~ входит в состав числа, находящегося в промежутке (699; 799)

В промежутке 700 − 709 => 10 трёхзначных чисел =>
=> всего ~~30~~ 10 · 3 = 30 цифр. =>

=> В ~~промежутке~~ последоват. 100 101 ... ~~779~~ 719 находится ~~1860~~ 1800 + 30 · 2 =
= 1800 + 60 = 1860 цифр,
то есть 1860-ое место имеет цифра „9". =>

=> в последовательности 20 21 22 ... 719 720 ... цифра „9" из числа 719 имеет 1860 + 160 = ~~22~~ 2020 место =>

чистовик

10

→ 2071 место в данноб последовательности занимает ~~вторая в цифра, следующая~~ ~~цифр~~ первая цифра следующего после 719 числа, то есть цифра „7" числа 720

Ответ: 7

черновик (11)

$|x| - \arcsin x + b \cdot (\arccos x + |x| - 1) + a = 0$

b=... $b = -1$

$\cancel{|x|} - \arcsin x + -\arccos x - \cancel{|x|} + 1 + a = 0$

$-(\arcsin x + \arccos x) + 1 + a = 0$

$-\frac{\pi}{2} + 1 + a = 0$

$a = \frac{\pi}{2} - 1$

$x \in [-1; 1] \Rightarrow \arccos x \quad \arcsin x$

$|x| - \arcsin x + b \cdot (\arccos x + |x| - 1) + \frac{\pi}{2} - 1 = 0.$

$x \in [-1; 1]$

~~x= ...~~,

$x = 1 \Rightarrow \cancel{1} - \arcsin 1 + b \cdot \overset{0}{\arccos 1} + \cancel{b} - \cancel{b} + \frac{\pi}{2} - \cancel{1} = 0$

$-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + 0 = 0$

$0 = 0$

$\Rightarrow b =$ любое

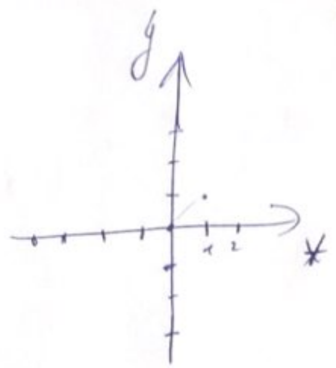
Ответ. $a = \frac{\pi}{2} - 1$

$f(t) = t^k$ черновик (12)

$0 < \lg 2 < 1$

$10^0 < 10^{\lg 2} < 10$

$1 < 2 < 10$



$t \geq 0 \to \quad t^k < (t+1)\cdot k \to 0 < k$

$t = 1 \to \quad t^k > (t+1)\cdot k \to 1 > 2k \to k < \frac{1}{2}$

$t = 10 \to \quad t^k < (t+1)\cdot k \to 2 < 11k \to k > \frac{2}{11}$.

$k > \frac{2}{11}$

$k \quad \frac{1}{4}$

$\lg 2 \quad \frac{1}{4}$

10

k

$\frac{1}{4} \quad \lg 2 \quad \frac{1}{2}$

$10^{\frac{1}{4}} \quad 2 \quad 10^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{cases} 2x-3y+\frac{1}{xy}=6 \\ 3z-6x+\frac{1}{xz}=2 \\ 6y-2z+\frac{1}{yz}=3 \end{cases}$$

$$a=\frac{1}{xyz}$$

$$\begin{cases} 2x-3y+az=6 & \Big|\cdot 3 \\ 3z-6x+ay=2 & \\ 6y-2z+ax=3 & \Big|\cdot 2 \end{cases}$$

$$\cancel{6x}-9y+3az+3z-\cancel{6x}+ay=18+2=20$$

$$(a-9)\cdot y+(3a+3)\cdot z=20$$

$$\cancel{2ax}-3ay+a^2z-12y+4z-\cancel{2ax}=6a-6$$

$$(a^2+4)\cdot z-(3a+12)y=6a-6$$

$$z=\frac{6a-6+(3a+12)y}{a^2+4}$$

$$\cancel{(a-9)y+3a+3\ 3\cdot(a+1)\cdot(a-1)\ 6+3(a+4)(a+1)y}$$

$\cancel{6a}$

$$(a-9)y+3\cdot(a+1)\cdot\frac{6\cdot(a-1)+3\cdot(a+4)y}{a^2+4}=20$$

$$(a+4)\cdot(a+1)$$
$$a^2+5a+4$$

$$(a-9)y+\frac{18\cdot(a^2-1)+9\cdot(a^2+5a+4)y}{a^2+4}=20$$

$$(a-9)y+\frac{18a^2-18-20a^2-80+9\cdot(a^2+5a+4)y}{a^2+4}=0$$

$$(a-9)y+\frac{-2y^2-98+9a^2y+45ay+36y}{a^2+4}=0$$

черновик (14)

$(a^2+4)\cdot(a-9) = a^3 + 4a - 9a^2 - 36 = a^3 - 9a^2 + 4a - 36$

$a^3y - \cancel{9a^2y} + 4ay - \cancel{36y} - 2y^2 - 98 + \cancel{9a^2y} + 45ay + \cancel{36y} = 0$

$a^3y + 49ay - 2a^2 - 98$

$a^3y + 49ay - 2a^2 - 98 = 0$

$y\cdot(a^3+49a) = 2a^2 + 98$

$y = \frac{2a^2+98}{a^3+49a} = \frac{2\cdot\cancel{(a^2+49)}}{a\cdot\cancel{(a^2+49)}} = \frac{2}{a}.$

$z = \frac{6a-6+(3a+12)\frac{2}{a}}{a^2+4} =$

$= \frac{6a^2 \cancel{-6a} \cancel{+6a} + 24}{(a^2+4)\cdot a} = \frac{6a^2+24}{(a^2+4)\cdot a} = \frac{6\cdot\cancel{(a^2+4)}}{\cancel{(a^2+4)}\cdot a} = \frac{6}{a}$

$\boxed{y = \frac{2}{a}}$

$\boxed{z = \frac{6}{a}}$

$\boxed{x = \frac{3}{a}}$

$2x - 3y + az = 6$

$2x - \frac{6}{a} + 6 = 6$

$2x = \frac{6}{a}$

$x = \frac{3}{a}$

Черновик (15)

$$\begin{cases} x = \frac{3}{a} \\ y = \frac{2}{a} \\ z = \frac{6}{a} \end{cases}$$

$a = \frac{1}{xyz}$

$a =$

$ax = 3$

$$\boxed{\begin{aligned} a &= \frac{3}{x} \\ a &= \frac{2}{y} \\ a &= \frac{6}{z} \end{aligned}}$$

$\frac{1}{xyz} = \frac{3}{x}$

$\frac{1}{xyz} = \frac{?}{y}$

$\frac{1}{yz} = 3$

$\boxed{yz = \frac{1}{3}}$

$\boxed{xz = \frac{1}{2}}$

$\boxed{xy = \frac{1}{6}}$

$2x - 3y + 6 = 6$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 3z - 6x = 0 \\ 6y - 2z = 0 \end{cases}$$

$z = 3y$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 3z - 6x = 0 \\ 6y - 2z = 0 \end{cases}$$

$\cancel{x = \frac{3y}{2}}$

$\cancel{3z - 9y = 0}$

$\cancel{z - 3y = 0}$

$\cancel{z = 3y}$

$\cancel{6y - 6y} = 0$

$\frac{1}{yz} = 3$

$\frac{1}{xz} = 2$

$\frac{1}{xy} = 6$

$\frac{1}{x^2 \cdot y^2 \cdot z^2} = 36$

$\frac{1}{xyz} = \pm 6.$

$xyz = \pm 6.$

$\frac{1}{xyz} = \pm 6.$

$6 \cdot \frac{1}{z} = \pm 6$

$\underline{z = \pm 1}$ $\frac{6}{z} = \frac{\pm 6}{1}$

Черновик (16)

$\frac{1}{x^2 \cdot y^2 \cdot z^2} = \cancel{3 \cdot 2} \cdot 6 \quad 3 \cdot 2 \cdot 6 = 36$

$\frac{1}{xyz} = \pm 6$

$\frac{1}{yz} = 3$

$\frac{1}{xz} = 2$

$\frac{1}{xy} = 6$

(1)

$\frac{1}{xy} \cdot \frac{1}{z} = \pm 6$

$\frac{6}{z} = \pm 6$

$\frac{1}{z} = \pm 1$

$z = \pm 1$

(2) $\frac{1}{xz} \cdot \frac{1}{y} = \pm 6$

$2 \cdot \frac{1}{y} = \pm 6$

$\frac{1}{y} = \pm 3$

$y = \pm \frac{1}{3}$

(3) $\frac{1}{yz} \cdot \frac{1}{x} = \pm 6$

$3 \cdot \frac{1}{x} = \pm 6$

$\frac{1}{x} = \pm 2$

$x = \pm \frac{1}{2}$

1800 840 черновик 820

699 700 701 702 703 704 705 706

830 840

707 708 709 ~~710~~ 710 711 712 713 (17)

850 840

19 714 715 716 717 718 719 720

20 21 22 23 ... 99 100 101

двузначных → 99 - 19 = 80 чисел ⇒

⇒ знаков $\underline{80 \cdot 2 = 160}$

999 - 99

$\underline{900}$ трёхзначных

$900 \cdot 3 = \underline{2700}$ знаков много

700 · 3 = 2100 - много

$700 \cdot 3 = 2100$

$600 \cdot 3 = 1800$.

2021 - 160.

$$\begin{array}{r} -\,2021 \\ 160 \\ \hline 1861 \end{array}$$

160 + 1800 =

1800 + 160 = 18

черновик (18)

20 21 22 . . . . 99 | 100 101

80 чисел + 1961 цифра

160 цифр

1 $\begin{array}{r} 2021 \\ -\ 160 \\ \hline 1861 \end{array}$

$\begin{array}{r} 2021 \\ -\ 160 \\ \hline 1961 \end{array}$ осталь цифр.

100 199 190 199

$\Rightarrow$ 10 · 10 · 3 $\boxed{300}$

100 – 109 – 10 чисел
110 – 119
120 – 129.

100 - 199 = 300
200 - 299 = 600
300 - 399 = ~~700~~ 900
400 - 499 = 1200
500 - 599 = 1500
600 - 699 = 1800
~~700 - 799 - 2100~~
700 - 749 - ~~1980~~ 1950
1800 - цифра -> 9
1801 - 7
700 ~~700 - 750~~ - 49
749 -> 1
74(9) - 1950.

(3) 7

10 · 5 · 3

1800 - 69 (69)
1801 -
6 700 701 702
703 704 705

1961

550 750 751 752 753

30

66

1961 чисел

160 чисел

80 двузначных

черновик (19)

$\times 17 \cdot 3$ $\quad 30+21$

$\frac{1}{2}x \cdot \sqrt{2^2-x^2}$

$\sqrt{2^2-x^2}$ $\quad \times \frac{51}{17}$ $\quad 68-34\sqrt{2}$

$(2^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$ $\quad 68$

$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2^2-x^2}+\frac{1}{2}x\cdot$ $\qquad \frac{1}{2}\cdot(2^2-x^2)\cdot(-2x)$

$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2^2-x^2}+\frac{1}{2}x\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{(-2x)}{\sqrt{2^2-x^2}}=$ $\qquad 34-12\sqrt{2}$

$=\frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{2^2-x^2}+-\frac{2x^2}{2\sqrt{2^2-x^2}}\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{2^2-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{2^2-x^2}}\right)$

$\frac{17}{2}$

$2-$ $\quad (2-\sqrt{2})^2$

$4-4\sqrt{2}+2$

$17\cdot(6+4\sqrt{2}$ $\quad 6-4\sqrt{2}$

$\times\frac{17}{1{,}5}$

$17+8{,}5$

8,5

$\times\frac{17}{4}$ $\quad 68$

$(25\sqrt{3}+9)\cdot 12$

$\frac{25\sqrt{3}+9}{12}=\frac{25\sqrt{3}+4}{4}=\left(\frac{3\sqrt{4}+2}{12\sqrt{3}}\right)$