



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Львова Алеся Яновна**

Класс: **7**

Технический балл: **70**

Дата проведения: **4 апреля 2021 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2020/2021 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Пачкаев Георгий Вячеславович

Класс: 6

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Сумма*
15 баллов	0 баллов	15 баллов	0 баллов	0 баллов	15 баллов	5 баллов	50 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов, верное решение всех задач — в 100 баллов.

Числовик

√1

$$N = 7 \times 9 \times 13 + 2020 \times 2018 \times 2014$$

Разложим на множители:

$$N = 7 \times 3 \times 3 \times 13 + 2 \times 2 \times 5 \times 101 \times 2 \times 1009 \times 2 \times 19 \times 53$$

N будет простым, т.к. у нас нет общих множителей.

√2

$$S = v_1 \cdot t = v_2 \cdot t_2$$

$$t_2 = t_1 - \frac{40}{60} - \frac{25}{60}$$

$$v_2 = 1,6 \cdot v_1$$

$$\begin{cases} v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot (t_1 - \frac{65}{60}) \\ v_1 \cdot t_1 = v_3 \cdot (t_1 - \frac{40}{60}) \end{cases}$$

$$1: v_1 \cdot t_1 = 1,6 v_1 \cdot (t_1 - \frac{65}{60})$$

$$t_1 = 1,6 t_1 - 1,6 \cdot \frac{65}{60} = 1,6 t_1 - 1,6 \cdot \frac{13}{12}$$

$$0,6 t_1 = \frac{1,6 \cdot 13}{12}$$

$$t_1 = \frac{1,6 \cdot 13}{1,2 \cdot 0,6} = \frac{2 \cdot 13}{3 \cdot 3} = \frac{26}{9}$$

$$2: t_1 = x(t_1 - \frac{2}{3})$$

$$x = \frac{t_1}{t_1 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{26}{9}}{\frac{26}{9} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{26}{9}}{\frac{26}{9} - \frac{6}{9}} = \frac{\frac{26}{9}}{\frac{20}{9}} = \frac{26}{20} = 1,3$$

Ответ: в 1,3 раза

$$\sqrt{4} \\ A = \frac{100}{101} \cdot \frac{102}{103} \cdot \dots \cdot \frac{1020}{1021} \cdot \frac{1022}{1023}$$

$$\text{Пусть } B = \frac{101}{102} \cdot \frac{103}{104} \cdot \dots \cdot \frac{1023}{1024}$$

$$A \cdot B = \frac{100}{1024}, \text{ т.к. } \frac{a}{b} < \frac{a+x}{b+x}, \text{ то}$$

$$\frac{100}{101} < \frac{101}{102} \dots \Rightarrow A < B$$

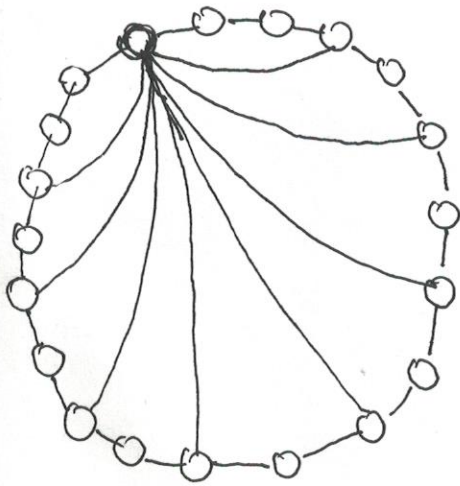
$$A^2 < A \cdot B$$

$$A < \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

$$A < \frac{5}{16}$$

55

Нарисуем граф:



Соединим соседей. 20 рёбер.

Через 1 соединять нельзя, т.к. получится тройка, соединяем через 2. Плюс 20 рёбер.

Через 3 нельзя, соединяем через 4. Плюс 20 рёбер.

Через 5 нельзя, соединяем через 6. Плюс 20 рёбер.

Через 7 нельзя, соединяем через 8. Плюс 20 рёбер.

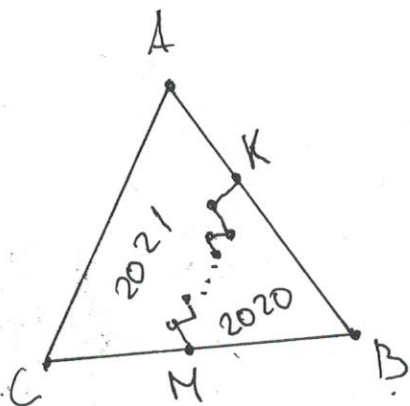
Через 10 совпадает с через 8, через 12 с через 6, через 14 с через 4, через 16 с через 2, через 18 с через 0.

Получаем:

$$20 + 20 + 20 + 20 + 20 = 100 \text{ рёбер.}$$

Ответ: 100 рукопожатий.

57

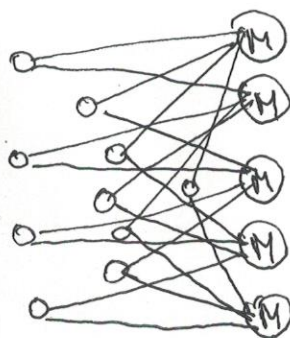
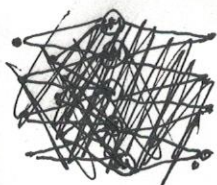


Можно. На стороне AB отметим точку K (любую). На стороне BC отметим точку M (любую). ~~На стороне AC отметим точку N (любую).~~ Начертим ломаную из 2018 ребер в концах K и M. Готово.

56

Ответ: 20

Схема расстановки:



(так же с этой стороны)

53

Ответ: это не возможно, т.к. $11111 + 11112 = 22222 \neq 37$

~~21~~ 21

Черновик

$$N = \cancel{4 \times 3 \times 3} + 2020 \times 2018 \times 2014$$

~~810 + 2020 + 2014~~

~~2020 + 2018 + 2014~~

~~10 15 14~~

~~19 22 14~~

~~51 14~~

65

$$N = 4 \times 3 \times 3 \times 13 + 2 \times 5 \times 101 \times 2 \times 1009 \times 2 \times 19 \times 53$$

$\sqrt{2}$

9:00

L

$$\frac{L}{v + 0,6v} = 65 \text{ мин} + n$$

8:35 + 40 мин

$$\frac{L}{v} = n \quad \frac{L}{1,6v} - \frac{1}{10v}$$

$$40 + 25 = 65 \text{ мин}$$

$$\frac{L}{1,6v} = 65 + n$$

$$\begin{cases} L/1,6v = 65 + n \\ L/v = n \end{cases}$$

$$\frac{0,6L}{1,6v} = 65$$

$$\frac{L}{v} = n$$

$$\frac{6L}{16v} = 65$$

$$\frac{L}{1,6v} - \frac{L}{v} = 65$$

$$\frac{L - 1,6L}{1,6v} = 65$$

$$\frac{1}{10v} = 65 - 6n$$

1

4 пробур

54

$$\frac{100}{101} \times \frac{102}{103} \dots \times \frac{1020}{1021} \times \frac{1022}{1023} \approx \frac{5}{16}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 37 \\ + 6 \\ \hline 222 \end{array}$$

$$||||| + ||||| = 222222$$

$$||||| + ||||| = 222223 \setminus 37$$

$$\begin{array}{r} 222222 \mid 37 \\ - 222 \\ \hline 6222 \\ - 222 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6006 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 260 \mid 20 \\ - 20 \\ \hline 60 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1,3 \end{array}$$

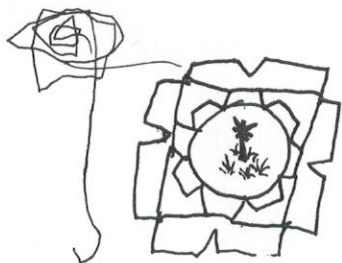
$$S = v_1 \cdot t = v_2 \cdot t_2$$

$$t_2 = t_1 - \frac{40}{60} = \frac{25}{60}$$

$$v_2 = 1,6 \cdot v_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot (t_1 - \frac{65}{60}) \\ v_1 \cdot t_1 = v_3 \cdot (t_1 - \frac{40}{60}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot (t_1 - \frac{65}{60}) \\ v_1 \cdot t_1 = v_3 \cdot (t_1 - \frac{40}{60}) \end{array} \right.$$



$$1: v_1 t_1 = 1,6 v_1 \cdot (t_1 - \frac{65}{60})$$

$$t_1 = 1,6 t_1 - 1,6 \cdot \frac{65}{60} = 1,6 t_1 - 1,6 \cdot \frac{13}{12}$$

$$0,6 t_1 = \frac{16 \cdot 13}{12}$$

$$t_1 = \frac{1,6 \cdot 13}{12 \cdot 0,6} = \frac{2 \cdot 13}{3 \cdot 3} = \frac{26}{9}$$

~~Handwritten scribbles~~

$$2: t_1 = 2 \cdot (t_1 - \frac{2}{3})$$

$$2x = \frac{t_1}{t_1 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{26}{9}}{\frac{26}{9} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{26}{9}}{\frac{26}{9} - \frac{6}{9}} = \frac{\frac{26}{9}}{\frac{20}{9}} = \frac{26}{20} = 1,3$$

В 1,3 раз

