



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьевы горы»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Исмагилов Артём Ренатович**

Класс: **6**

Технический балл: **50**

Дата проведения: **4 апреля 2021 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2020/2021 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Исмагилов Артём Ренатович

Класс: 6

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7	Сумма*
10 баллов	15 баллов	15 баллов	0 баллов	5 баллов	0 баллов	5 баллов	50 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов, верное решение всех задач — в 100 баллов.

Чистовик № 1

Нельзя, так как если расположить по очереди по одному цвет, то разноцвет. Вершины, то получится и чередование с периодами и вершины, но число 222 не делится на 4 и так не получится

$$\begin{array}{r} 222 \overline{) 4} \\ \underline{20} \\ 22 \\ \underline{20} \\ 2 \end{array}$$

⇒ в конце будет

ксссксск... кссск|кс

разноцветных окажется больше

Если ссск... сссксс, тогда одноцветных больше

Ответ: нет, нельзя

Числовик №2

$$N = 7 \cdot 9 \cdot 13 + 2020 \cdot 2018 \cdot 2014 = 7 \cdot 9 \cdot 13 + (2027-7) \cdot (2027-9) \cdot (2027-13) = \cancel{7 \cdot 9 \cdot 13} + 2027^3 + 2027 \cdot (9 \cdot 13 + 7 \cdot 9 + 7 \cdot 13) - 2027^2 \cdot (9+7+13) - \cancel{7 \cdot 9 \cdot 13} = \underline{2027} (2027^2 - 2027(9+7+13) + 9 \cdot 13 + 7 \cdot 9 + 7 \cdot 13)$$

$\Rightarrow \div 2027$

$\Rightarrow N : 2027 \Rightarrow N$ - составное число

Ответ: N - составное число

Чистовик №3.

Пусть обычная скорость - v (км/ч), обычная время - t , расстояние до работы всегда одинаковое.

В необычный день он выехал на 40 мин позже, а приехал на 25 минут раньше, то есть в дороге он был на $40+25=65$ минут меньше, чем обычно

$$65 \text{ мин} = \frac{65}{60} \text{ ч} = \frac{13}{12} \text{ ч}$$

$$\Rightarrow \text{расстояние до работы } 1,6v \cdot \left(t - \frac{13}{12}\right) = v \cdot t$$

$$1,6t - \frac{13}{12} \cdot 1,6 = t$$

$$1,6t - t = \frac{13}{12} \cdot 1,6$$

$$0,6t = \frac{13}{12} \cdot 1,6 \quad | \cdot 12 \cdot 10$$

$$7,2t = 13 \cdot 16$$

$$t = \frac{26}{9} \text{ (ч)} - \text{обычное время в пути}$$

Если бы он поехал со скоростью $x \cdot v$, где $(x-1) \cdot 100\%$ - на столько процентов эта скорость отличается от обычной,

то ехал бы он на 40 мин меньше, чем обычно

$$40 \text{ мин} = \frac{40}{60} \text{ ч} = \frac{2}{3} \text{ ч}$$

$$x \cdot v \cdot \left(t - \frac{2}{3}\right) = v \cdot t \quad \left(t = \frac{26}{9}\right)$$

$$x \cdot \left(\frac{26}{9} - \frac{2}{3}\right) = \frac{26}{9}$$

$$\frac{26}{9} - \frac{6}{9} = \frac{20}{9}$$

$$x \cdot \frac{20}{9} = \frac{26}{9}$$

$$x = \frac{26}{9} \cdot \frac{9}{20}$$

$$x = 1,3$$

$$\frac{26}{9} \cdot \frac{9}{20} = \frac{26 \cdot 9}{9 \cdot 20} = 1 \frac{6}{20} = 1 \frac{3}{10} = 1,3$$

$(x-1) \cdot 100\% = (1,3-1) \cdot 100\% = 30\%$ - на столько скорость должна была быть выше, чтобы приехать ровно 9:00

Ответ: на 30% он должен был увеличить скорость, чтобы приехать в 9:00.

Чистовик № 5



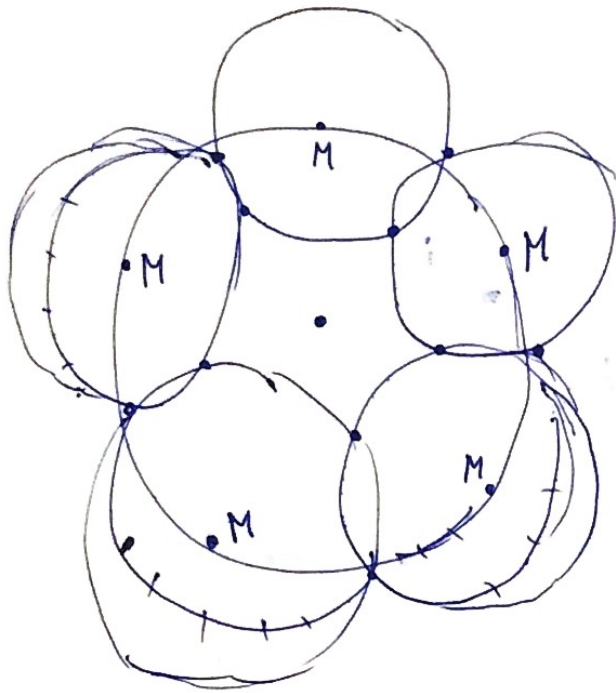
Соединим людей по кругу, соединим соседние вершины (людей). Это 20-ти угольник \Rightarrow таких соединений (рукопожатий) 20 штук. Теперь если все по MAX знакомы, но нет трёх попарно знакомых, то каждую вершину соединяем с каждой, кроме двух соседних (с ними уже есть соединение) и еще двух ближайших ~~к соседям~~ к соседям, так как иначе получается треугольник и будут попарно знакомые. Значит каждый соединится еще с $19 - 4 = 15$ людьми, то есть будет $20 \cdot 15 = 300$ соединений, но мы учли каждое соединение дважды

$$\Rightarrow \frac{300}{2} = 150 \text{ рукопожатий}$$

Итого всего $20 + 150 = 170$ рукопожатий
и это максимальное их число, иначе будет 3 попарно знакомых

Ответ: 170 рукопожатий максимально

Чистовик №7



В круге большего 5 метров, но меньшего 10 м радиуса
стоят мальчики через $\frac{360}{5} = 72^\circ$ друг от друга. Вокруг
каждого мальчика рисуем круг радиусом 5 м. В точках
пересечения каждых двух кругов ставим девочек.

У всех кругов по 2 точки пересечения

⇒ Всего 10 девочек

Больше девочек быть не может, так как круги вокруг
любых двух мальчиков пересекаются максимум в 2
точках

Кругов 5 ⇒ макс. число точек пересечения 10

Ответ: 10 девочек

Мернорук

30

20 30

1 2 3 4 5 6 7 8

$$20 + 18 + \sqrt{6+14} + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 = 120$$

1-2
2-3
3-4
1-2
2-3
3-4

103
101
103
105
10403
52015
10403
1092315

1-2
3

1-2
2-3
3-4
4-5
5-6
6-7
7-8
8-9
9-10
10-11
11-12
12-13
13-14
14-15
15-16
16-17
17-18
18-19
19-20
20-1

$$\frac{100}{101} \times \frac{102}{103} \times \dots \times \frac{1020}{1021} \times \frac{1022}{1023}$$

$$\frac{5}{16} \quad \frac{21}{35}$$

120

руководитель

$$\frac{100 \cdot 102}{101 \cdot 103} \approx 5$$

$$\frac{1000 \cdot 10200}{10403} \times \frac{104}{105}$$

$$\frac{100 \cdot 102}{101 \cdot 103} \approx 2,5$$

$$\frac{100}{101} \cdot \frac{102}{103} \cdot \frac{104}{105} \cdot \frac{106}{107}$$

203, 211, 219

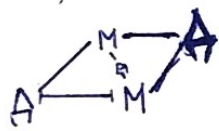
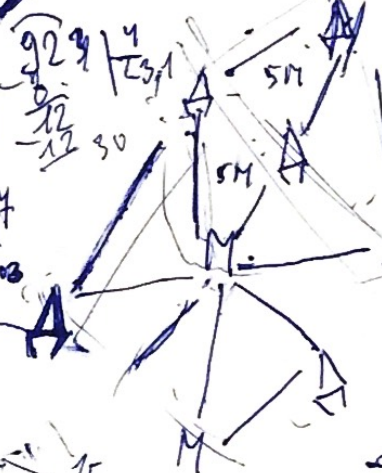
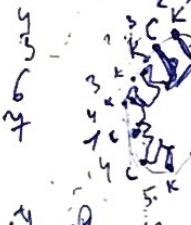
$$\frac{103}{109} \cdot \frac{110}{111}$$

21 15 5 1 3

203

$$\begin{array}{r} 4080000 \\ \hline 1092315 \end{array}$$

3 4 5 6 7
4 5 6 7



$$\frac{1}{18} + \frac{15}{33}$$

1 2 3 4 5 6 7 8

21 33

$$\begin{array}{r} 3 \quad 54 \\ \times 37 \\ \hline 185 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 37 \\ \times 6 \\ \hline 222 \end{array}$$

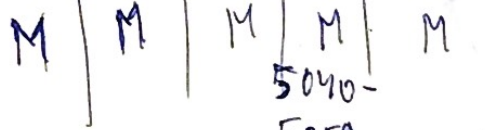
$$\begin{array}{r} 5 \quad 37 \\ \times 8 \\ \hline 296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \quad 1 \\ \times 37 \\ \hline 274 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\ 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \\ 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \\ \hline 578245 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 208 \\ - 185 \\ \hline 23 \\ - 222 \\ \hline 304 \\ - 296 \\ \hline 8 \\ - 77 \\ \hline 11 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \times 63 \\ 13 \\ \hline 189 \\ 63 \\ \hline 819 \end{array}$$

5040

$$\begin{array}{r} \times 14 \\ 20 \\ \hline 360 \\ 14 \\ \hline 5040 \end{array}$$

$$2027 (2027^2 - 2027 \cdot (9+7+13)) + 9 \cdot (13+7 \cdot 9+7 \cdot 13)$$

2027
⇒ сомнамбула

$$\begin{array}{r} 578245 \\ - 37 \\ \hline 208 \\ - 185 \\ \hline 232 \\ - 222 \\ \hline 104 \\ - 105 \\ \hline -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 1 \\ \times 58 \\ \hline 296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 34 \\ \hline 748 \\ \hline 259 \end{array}$$