



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Голубов Никита Михайлович**

Класс: **7-8**

Технический балл: **100**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Голубов Никита Михайлович

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	100 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

Чистовик.

Отец: да, 6 приважен и 7 именов.

N2

Invent: 11 yuzon.

N3

Из условия несомненно ясно, нужно найти кон-ко
чисел $a \in \mathbb{N}$ или кон-ко пар чисел (a, b) (порядок важен).
Введем n считать по тем же правилам, ~~а для 2-го случая~~
~~нужно ввести разность на 2~~. Число делится на 72, если
оно делится на 9 и 8. $a \cdot b - a \cdot b = (100a + 10b + c) - (100a + 10a + b) = \dots$

Литт 12

Всех игроков

Чисел

$\dots = 70b+c - 10c - 10b = 9b-9c = 9(b-c); 9$. Осталось показать, когда
 $(b-c):8$. П.ч. ~~Всех~~ $0 \leq b \leq 9$ и $0 \leq c \leq 9$ (b и c - цифры), значит
 максимум разности $(b-c)$ равен $9-0=9$, т.е.
 разность $(b-c)$ делится на 8, если равен 0 или 8.
 Существует 9 пар (b,c) , где $b-c=0$, это $(0,0), (1,1), \dots, (9,9)$; а
 также 4 пары, где $b-c=8: (0,8), (1,9), (8,0), (9,1)$. Итого 14 пар
 ($10+4=14$). Для каждой из этих пар а может быть
 максимум игроков от 1 до 9 (9 вариантов), значит всего $14 \cdot 9 = 126$. Если бы мы считали
 по 2-м вариантам, пары пар вида $(1,0), (0,1)$ считали бы за 1 пару, т.е. пар, где $b-c=8$ не 4, а $4:2=2$.
 Итого $(10+2) \cdot 9 = 108$ пар или $(\overline{abc}, \overline{acb})$, что $(\overline{abc} - \overline{acb}):72$
 (неявно берем).
 Ответ: 126 или (108 пар или).

14

$$(x+y)(x+y+1)+2y=700; x, y \in \mathbb{N}$$

$$(x+y)^2 + x+y+2y = 700 \Rightarrow (x+y)^2 \leq 700 \Rightarrow x+y \leq 10 \Rightarrow x, y \leq 9$$

$$x^2+2xy+y^2+x+y+2y=700$$

$$y^2+(2x+3)y+(x^2+x-700)=0$$

$$-2x-3 \pm \sqrt{(2x+3)^2-4 \cdot 1 \cdot (x^2+x-700)}$$

$$y = \frac{-2x-3 \pm \sqrt{8x+409}}{2}$$

$y \in \mathbb{N} \Rightarrow 2y = -2x-3 \pm \sqrt{8x+409} \in \mathbb{N}$, а т.к. $x \in \mathbb{N}$, $(-2x-3) \in \mathbb{N} \Rightarrow \pm \sqrt{8x+409} \in \mathbb{N}$
 $\in \mathbb{N} \Rightarrow 8x+409$ - квадрат натурального числа $(\pm \sqrt{8x+409})$.
 $x \leq 9 \Rightarrow 8x+409 \leq 487$. Единственное $h \in \mathbb{N}$, что $441 \leq h^2 \leq 487$.
 $x \geq 0 \Rightarrow 8x+409 \geq 409$ - это $27^2 (h^2=441) \Rightarrow 8x = 441-409 = 32 \Rightarrow x=4$

$$y = \frac{-2x-3 \pm 27}{2} = \frac{-11 \pm 27}{2} \cdot \frac{-11-27}{2} \notin \mathbb{N} \cdot \frac{-11+27}{2} = 5 \cdot y=5$$

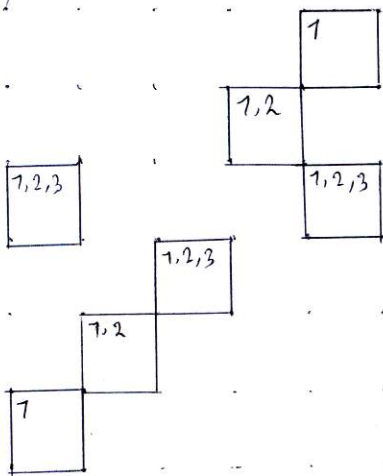
Ответ: (4, 5)

15

Пусть каждый 1-го друга стоит на земле, а каждый 2-го друга стоит на каждом из 5 друзей 2-го друга, значит
 на земле через них будет 5 друзей 2-го друга, значит
 это как минимум 5 друзей 1-го друга, на земле

Но на

(Византские именные уезды Грузии, на которых
есть кресты в земном стоянии).



N6

Всего времени в 7 ~~приводился~~ ~~иск.~~

Одвозначим Γ диаметра 37 и 40 мм, куда еще ~~возврат~~
еще ведет портал за нижним группы А; ~~и~~ там-
гору и 40 мм, откуда ~~на~~ ^к ~~нет~~ ^и ведет портал за
нижним группы С. Если в группах А и С есть со-
цие маркеры!

Name:

Одвозными оставшиеся $100 - 140 - 140 = 18$ тысяч за тем-
лением группы В. От 40 тысяч ^{намерено из} группы А кроме Дач-
мен-34 (в отвозимой группе А) вернуть 40 тысяч ^(всего $40 - 40 = 1600$ человек) норманов.
18 тысяч группы В могут "присоединиться" в семье ма-
симум $18 \cdot 40 = 720$ норманов из группы А. В группе А оста-
лось $\frac{41 \cdot 40}{2} - 40 = 780$ "свободных" норманов. (все они отдают...

Мин N5

Черешук

$$10 + \frac{10}{x} \cdot 7:2 = 10 + \frac{35}{x} = 10 + \frac{35}{x}$$

х мин

$$\frac{10}{x} - \text{х мин}$$

$$7 \cdot \frac{10}{x} : 2 = \frac{35}{x}$$

$$\frac{9}{x} \cdot 4$$

$$9 \cdot 4 = 36$$

$$\frac{35}{x} - \text{х мин}$$

$$100 \text{ атм} - (100x + 100y) = 96 - 90 = 6(8 - x)$$

$$10 + \frac{35}{x} = 11$$

$$x = 35$$

N4

$$(x+y)(x+y+1) + 2y = 100$$

Реш

$$(x+y)(x+y) + x+y + 2y = 100$$

$$(x+y)^2 + x + 3y = 100$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + x + 3y = 100$$

$$x^2 + 2xy + y^2 + x + 3y = 100$$

$$y^2 + (2x+3)y + (x^2+x-100) = 0$$

$$y^2 + (2x+3)y + (x^2+x-100) = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (2x+3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (x^2+x-100) =$$

$$= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 4x + 400 =$$

$$= 8x + 409$$

$$y_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2x - 3 \pm 27}{2}$$

$$x+y=3$$

$$x+3y=19$$

$$2y=16$$

$$y=8$$

$$x=4$$

$$x+y=10$$

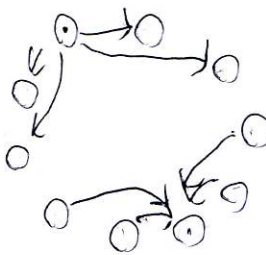
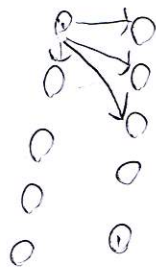
$$x+3y=10$$

$$2y=-10$$

$$y=-5$$

$$x+y=8$$

$$x+3y=36$$



$$40^2 = 1600$$

$$18 \cdot 40 = 720$$

$$\frac{40 \cdot 39}{2} = 20 \cdot 39 = 780$$

$$720 + 780 = 1500$$

$$1600 > 1500$$

$$\frac{41 \cdot 40}{2} - 40 = 820 - 40 = 780$$

