



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Гонимар Алексей Владимирович**

Класс: **10-11**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **26 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Гонимар Алексей Владимирович

Класс: 10-11

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
20 баллов	20 баллов	0 баллов	20 баллов	20 баллов	0 баллов	80 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 20 баллов.

Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

Технический балл участников, набравших в сумме за решение задач 100 и более баллов, полагается равным 100.

восстановить номер числа t до него были удалены все квадраты (их $\lfloor \sqrt{t} \rfloor$) и кубы (их $\lfloor \sqrt[3]{t} \rfloor$), но ~~дважды~~ были удалены все шестые степени (их $\lfloor \sqrt[6]{t} \rfloor$) не будем удалять до 5 вкл. Тогда ~~удалено~~ до t вкл.

$$\text{квадратов} - \lfloor \sqrt{t} \rfloor - 2$$

$$\text{кубов} - \lfloor \sqrt[3]{t} \rfloor - 1$$

$$\text{шестых степеней} - \lfloor \sqrt[6]{t} \rfloor - 1 \text{ и номер } t:$$

$$t - \lfloor \sqrt{t} \rfloor + 2 - \lfloor \sqrt[3]{t} \rfloor + 1 + \lfloor \sqrt[6]{t} \rfloor - 1 = 5 \text{ (учтём теперь } x \in [1; 5])$$

Если $t = 2079$, то его номер ровно 2022.

Если $t > 2079$, то его номер хотя бы 2023 $\Rightarrow t > 2079$ не подх.

Если $t < 2079$, то его номер $< 2022 \Rightarrow t < 2079$ не подх.

Ответ: 2079

Условие 2

14

замечим, что $a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n =$
 $= (a_n - 1)^3 + 1 \Rightarrow a_{n+1} - 1 = \sqrt[3]{(a_n - 1)^3 + 1}$. Пусть $t_n =$
 $= a_n - 1$. Тогда $t_1 = \frac{2021}{2022} < 1$, $t_{n+1} = \sqrt[3]{t_n^3 + 1}$.

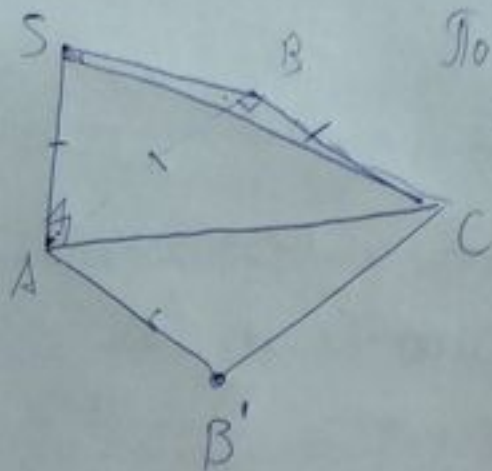
если $0 < t < 1$, то для любого $\Delta > 0$ найдётся N такое, что
 для $n > N$ $t^n < \Delta$. Замечим, что $t_n = t_1^{3^{n-1}}$

есть N такое, что при $y > N$ $t_1^y < \frac{1}{2021} \Rightarrow$
 если взять n так, чтобы $3^{n-1} > N$ $t_n < \frac{1}{2021} \Rightarrow$
 $a_n - 1 < \frac{1}{2021} \Rightarrow a_n < \frac{2022}{2021} \Rightarrow$ (т.к. 3^{n-1} неогр. возр.)

Ответ: найдётся

Условие 3 | 15

из условия следует, что $SA \perp (ABC)$



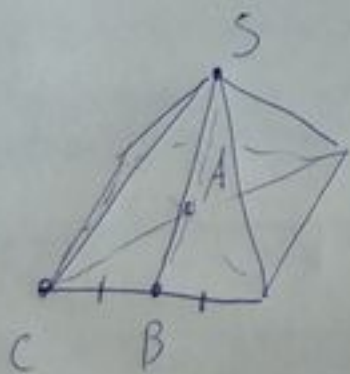
По т. Пифагора $AC = 2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 + 2^2}$
 $SB = 2\sqrt{2} \Rightarrow$ сфера касается BC в B

Пусть B' симм. B отн. $AC \Rightarrow$
 $ABCB'$ — квадрат ($\angle B = 90^\circ$, $\angle BAC =$
 $= \angle BCA = \angle B'AC = \angle B'CA = 45^\circ$, $AB = BC$)

отразим фигуру отн. AB и AB'

объём всех частей ^{исходной} пирамиды увелич. в $2 \cdot 4 = 8$ раз

Заметим, что пол. фигура сост.



$\frac{1}{6}$ от куба со стороной 4 $\Rightarrow$ часть сферы, лежащая внутри пирамиды, равна $\frac{1}{6}$ от объёма части сферы радиуса $2\sqrt{2}$ из, лежащей внутри куба со стороной 4

объём сферы (всей) равен $\frac{4}{3}\pi \cdot (2\sqrt{2})^3 =$

$= \frac{4}{3}\pi \cdot 16\sqrt{2}$ Объём 1 шарового

сегмента, лежащего в кубе, равен

$$\frac{\pi}{3} (3 \cdot 2 \cdot 8 - 16\sqrt{2} \cdot 2 - 8) =$$

$$= \frac{\pi}{3} \cdot (32\sqrt{2} - 40) = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{4}{3}\sqrt{2} - \frac{5}{3} \right)$$

Объём $\frac{1}{6}$ часть от пол. в кубе сферы имеет объём

$$\frac{64\pi\sqrt{2}}{3 \cdot 6} - \frac{8\pi(4\sqrt{2} - 5)}{3} = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} - 4\sqrt{2} + 5 \right) = \frac{8\pi}{3} \left(5 - \frac{8\sqrt{2}}{3} \right)$$

Итак, мы увелич. ^{исх.} пирамиду в 8 раз, но объём сферы внутри пир. равен $\frac{\pi}{3} \left(5 - \frac{8\sqrt{2}}{3} \right)$. Объём ^{исх.} пир. равен $\frac{32}{3} \Rightarrow$ большая из двух частей — сфера. Ответ: $\frac{\pi}{3} \left(5 - \frac{8\sqrt{2}}{3} \right)$

$$\text{Учёмовим 4} \quad \sqrt{2} \quad \frac{1}{4\cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ} = \frac{\frac{1}{2}(\sin 40^\circ + \sqrt{3}\cos 40^\circ)}{2\sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ}$$

$$= \frac{\sin 40^\circ \cdot \cos 60^\circ + \cos 40^\circ \cdot \sin 60^\circ}{\sin 80^\circ} = \frac{\sin 100^\circ}{\sin 80^\circ} = 1 \Rightarrow \arccos\left(\frac{1}{4\cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ}\right) =$$

$= \arccos 1 = 0 \Rightarrow$ учём. ~~гп~~ ϵ кер-бо:

$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \cdot \arccos(x-1) \leq 0 \quad (0 \leq x \leq 2)$$

$$8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 = f(x) \quad \text{Заметим, что } f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 =$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) \quad f(x) = 4x^2(2x+1) - 9(2x+1) = (2x+1)(4x^2-9) =$$

$$= (2x+1)(2x+3)(2x-3) \Rightarrow \text{корни: } -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$$

$$\text{учём } \arccos(x-1) < 0 \Rightarrow x-1 < -1 \Rightarrow x$$

$$\text{учём } \arccos(x-1) < 0 \Rightarrow x-1 \in [-1; 0] \Rightarrow x \in [0; 1]$$

$$\text{если } x \in [0; 1) \text{ то } f(x) < 0 \text{ и } \arccos(x-1) > 0$$

$$\text{учём } \arccos(x-1) > 0 \Rightarrow$$

$$\text{если } x \in [1; 2], \text{ то } \text{если } x \leq \frac{3}{2}, \text{ то } f(x) \leq 0, \text{ а если}$$

$$x \in \left(\frac{3}{2}; 2\right], \text{ то } f(x) > 0 \text{ и } \arccos(x-1) > 0 \text{ при } x \in (1; 2] \text{ то}$$

$$\text{если } x = 2 \text{ то } \arccos(x-1) = 0 \Rightarrow f(x) \arccos(x-1) \leq 0$$

при $x \in$

$$\arccos(x-1) \geq 0. \text{ если } x = 2, \text{ то } \arccos(x-1) = 0.$$

$$\text{если } x \neq 2, \text{ то } f(x) \leq 0 \Rightarrow x \in \left[0; \frac{3}{2}\right]$$

$$\text{Ответ: } x \in \left[0; \frac{3}{2}\right] \cup \{2\}.$$

Условие 5 | № 6

$$f(x) = |x^3 + 2x^2 + x + a| + |x^3 + 2x^2 + x - a| = |x(x+1)^2 + a| + |x(x+1)^2 - a|$$

Заметим, что $f(-x) = f(x)$

Черновик 1 ⁿ¹ только степени нек кр 2 или 3:

6 7 10 11... 15 17... 24 26 28 2... 35 37... 48 50... 63
 2 6 8 1 8 12 14

возьмем пос от a^2 до $(a+1)^2$. между ними не бн чисел. 2022

9 10 11... 16

возьмем все и уг. кубы.

a 6, 7, 2

a = 3 + 6

a = 4 + 8

a = 5 + 10

$$1 + 1 + (3 + 4 + 5 + \dots + n) \leq 2022$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 2 \leq 2026$$

$$n^2 + n - 2026 \leq 0. D = 1 + 8000 + 10^4 = 8105 = 5 \cdot 181$$

сколько угловых до t: $\lfloor \sqrt{t} \rfloor + \lfloor \sqrt[3]{t} \rfloor - \lfloor \sqrt[6]{t} \rfloor - 1$ (где 1 и 2)
 пусть это k.

меньше t, что $t - k = 2022$

до 15: $3 + 2 - 1 - 1 = 3$

$3 + 2 - 0 - 5 = 0$

все кв: $\lfloor \sqrt{t} \rfloor$; кубы: $\lfloor \sqrt[3]{t} \rfloor$

t = 2022: 1 4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 ...

квадраты: 1 4 9... $\lfloor \sqrt{t} \rfloor^2$

кубы: 1 8 27... $\lfloor \sqrt[3]{t} \rfloor^3$

перес: 1, 64, 27... $\lfloor \sqrt[6]{t} \rfloor^6$ итого уг $x + y - z - 3, 5$

t = 15: $3 + 2 - 1 - 3 = 1$

t = 100: $10 + 4 - 2 - 3 = 9$

100: $8 + 3 - 1 + 5 = 15$

t = 15: $1 + 1 + 0$ и еще 5.

xx xx xx 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Черновик

N2

$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \arccos(x-1) \leq \arccos\left(\frac{1}{4\cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ}\right)$$

$$x \in [0; 2]$$

$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) = 24x^2 + 8x - 18 \mid 2$$

$$12x^2 + 4x - 9 = 0 \quad D = 16 + 4 \cdot 9 \cdot 12 = 16(1 + 27) =$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{28}}{24} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{28}}{6} = 16 \cdot (28)$$

$$\frac{1}{4\cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ} = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{1}{2}}{\cos 40^\circ} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos 50^\circ} \right) \quad \cos 50^\circ = \sin 40^\circ$$

$$\cos 50^\circ = \sin 40^\circ$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 40^\circ + \frac{1}{2} \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ} = \frac{\sin(70^\circ)}{\sin 80^\circ} = \frac{\cos 20^\circ}{\cos 10^\circ} = \frac{2\cos^2 10^\circ - 1}{\cos 10^\circ} =$$

$$2\cos 10^\circ - \frac{1}{\cos 10^\circ}$$

$$2x^2(1-\cos\alpha) =$$

$$= x^2 + y^2 + 2xy\cos\alpha$$

$$\sqrt{2(1-\cos\alpha)} \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\cos\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0 \text{ не годит } (\alpha \in (0, 180^\circ))$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Поскольку } \cos\alpha = \frac{a}{b} : 2 - \frac{2a}{b} = \frac{2(b-a)}{b}, a < b$$

$$\sqrt{\frac{2(b-a)}{b}} \cdot x \in \mathbb{Z} \quad \text{Поскольку } \cos\alpha \in \mathbb{Z} :$$

$$t = \sqrt{2(1-\cos\alpha)}, t \in \mathbb{Z} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} : l \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 + y^2 + xy \in \mathbb{Z} ; x^2 + y^2 + xy = (x+y)^2 - xy$$

$$\sqrt{2x^2(1-\cos\alpha)} \in \mathbb{Z}, \sqrt{2x^2(1-\cos\beta)} \in \mathbb{Z};$$

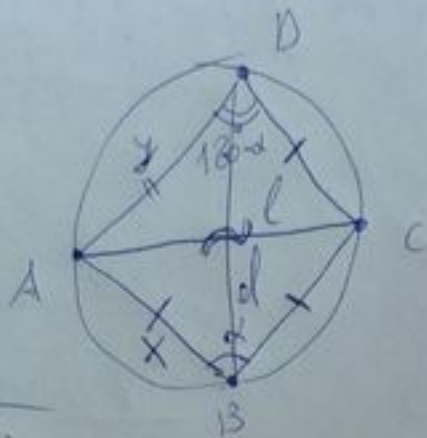
$$\sqrt{x^2 + y^2 + 2xy\cos\alpha} \in \mathbb{Z}, \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy\cos\beta} \in \mathbb{Z}$$

$$3x + y \rightarrow \min, x, y \in \mathbb{Z} \quad \alpha = \frac{\pi}{3}, \beta = \frac{\pi}{3} : l = x, d = x$$

$$\text{задаём } x, \alpha \text{ и } \beta. \quad x\sqrt{2-2\cos\alpha} \in \mathbb{Z}, x = a \cdot b, \sqrt{2-2\cos\alpha} =$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + xy(2b^2 - 1)} \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{1}{b} \Rightarrow \sqrt{2-2\cos\alpha} = \frac{1}{2b} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{2b^2 - 1}{2b^2}$$



Упроблем 4 $a_1 = \frac{4043}{2022}$, $a_{n+1} = a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n$;

$\exists ? n: |a_n| \leq \frac{2022}{2021}$; $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$

~~a_n~~ $a_{n+1} = (a_n - 1)^3 + 1$

~~a_n~~ $a_2 = \left(\frac{2021}{2022}\right)^3 + 1$

$a_n = \frac{x}{y}$; $a_{n+1} = \frac{x^3 - 3x^2y + 3xy^2}{y^3} = \frac{(x-y)^3 + y^3}{y^3} = \frac{x^3 - 3x^2y + 3xy^2}{y^3}$

$a_n - a_{n+1} = -\frac{x}{y^3} + 3\frac{x}{y^2} - 2\frac{x}{y} = -a_n^3 + 3a_n^2 - 2a_n \quad \forall n$

$a_n = 0, 1, 2$ корни

$(a_n - a_{n+1}) = (a_n - 1)(a_n - 2) \cdot a_n$

~~если~~ a_n если $a_n > 1$, то a_{n+1} больше $\Rightarrow a_{n-1} \geq 1 \quad \forall n$

если $a_n < 2$ то $(a_n - 1)(a_n - 2) \cdot a_n < 0 \Rightarrow a_{n+1} < a_n < 2 \Rightarrow$

$a_n < 2 \quad \forall n$ и посл. убывает (супер)

пусть $t_n = a_n - 1$; $t_{n+1} = t_n^3$. П.к. $t_1 < 1$, то

$t_{n+1} < t_n \quad \forall n$

~~t_n~~ $t_n = \left(\frac{2021}{2022}\right)^3 \rightarrow 1 \Rightarrow$ найдется

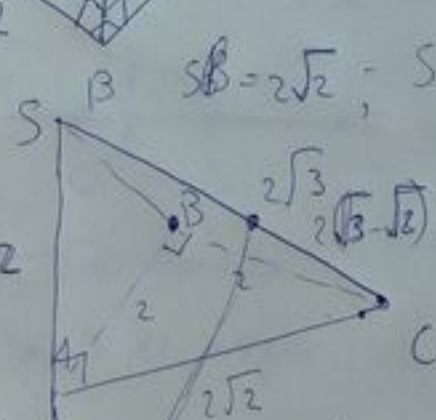
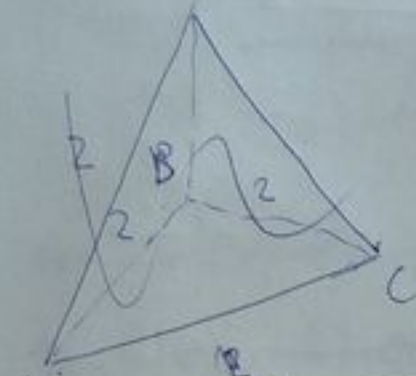
Черновик 5

объём сферы $\frac{4}{3}\pi R^3$



$$\int_0^R \pi(R^2 - h^2) dh = \frac{\pi}{3} R^3$$

$h=0,0; h=R; \frac{4\pi R^3}{3}$



$SB = 2\sqrt{2}; SC = 4 + 8 = 12$
 $= 2\sqrt{3}$

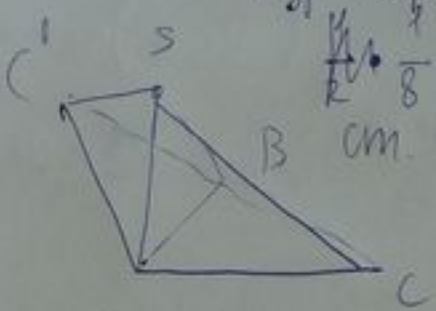
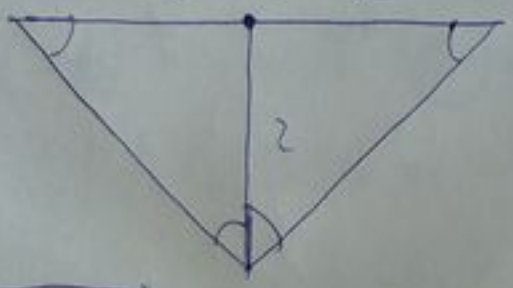
$\angle SBC = 90^\circ$

касается (B в B)

посмотрим, какой кусок сферы внутри:

$$\pi \int_0^R (R^2 - h^2) dh = \frac{\pi}{3} R^3$$

$h = R; \frac{4\pi R^3}{3}$
 $= \pi \left(R^2 h - \frac{h^3}{3} \right) \Big|_0^R = \frac{\pi R^3}{3}$



сфера
 куб пирамида, сост.
 $\frac{1}{8}$ от $\frac{1}{4}$ куба и
 от $\frac{1}{4}$



~~сфера~~

конус. дана обр. и радиус осн.

высота: 2

объём: $\frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \pi = \frac{8\pi}{3}$ делим на 8 $\Rightarrow \frac{\pi}{3}$

$\frac{2 \cdot 2}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3}; \frac{4-\pi}{3} < \frac{\pi}{3} \Rightarrow$ ответ: $\frac{\pi}{3}$

Черновик 6

№6

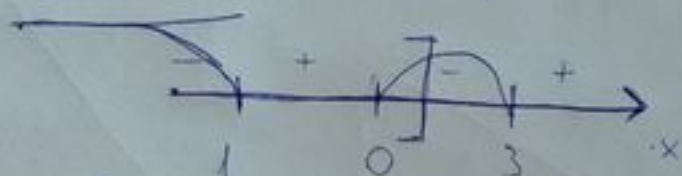
$$|x^3 + 2x^2 + x + a| + |x^3 + 2x^2 + x - a| < 4x^2 + 8x$$

одного знака: $2x^3 + 2x < 4x^2 + 8x$

$$2x^3 - 4x^2 + 6x < 0$$

$$x(x^2 - 2x - 3) < 0$$

$$D = 4 + 12 = 16, x = \frac{2 \pm 4}{2} = 1 \pm 2 \in \{-1; 3\}$$



$$a = x^3 + x, b = 2x^2 + a, c = 4x^2 + 8x$$

$$|a - b| + |a + b| < c \quad x = 0 \text{ не погр.}$$

$$x = 1: |4 + a| + |a| < 12$$

$$x = -1: 4x^2 + 8x < 0: x(x + 2) < 0: x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$$

$$x = a: |a^3 + 2a^2 + 2a| + |a^3 - 2a^2| < 4a^2 + 8a$$

$$(x - t)^3 = x^3 - 3x^2t + (3xt^2 + t^3)$$

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D: D = -x_1x_2x_3, B = x_1 + x_2 + x_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -y_1 - y_2 - y_3$$

$$x_1x_2x_3 = -y_1y_2y_3$$

сумма пох. произв. $\Rightarrow x_1 = -y_1, x_3 = -y_3 \Rightarrow$ противост.
прав. знаковост.

$$+-: 4x^2 + 2a < 4x + 8x \Rightarrow 2a < 8x \Rightarrow x > \frac{a}{4}$$

$$-+: -4x - 2a < 4x + 8x \Rightarrow 4x^2 + 8x > -2a$$

Черновик: $\lfloor \sqrt{t} \rfloor - 2$ (без 1 и 4)
 $+ \lfloor \sqrt[3]{t} \rfloor - 1$ (без 1)
 $- \lfloor \sqrt[6]{t} \rfloor - 1$ (без 1)

$t = 100: 8 + 3 - 1 \cdot \boxed{10}$

и еще 5 yg: 15.

$t = 2022: \lfloor \sqrt{t} \rfloor =$

$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 1600 \\ + 25 \\ + 400 \\ \hline 2025 \end{array}$

$46^2 = 2025 + 91 = 2116$

$\begin{array}{r} 121 \\ \times 11 \\ \hline 121 \\ 121 \\ \hline 1331 \end{array}$

квадраты кубы

$\begin{array}{c} 1 \\ 4 \\ 9 \\ \vdots \\ 400 \\ \vdots \\ 900 \\ \vdots \\ 1600 \\ \vdots \end{array}$

~~$t = 2025: 49$~~

$\begin{array}{r} 144 \\ \times 12 \\ \hline 288 \\ 144 \\ \hline 1728 \end{array}$

$\begin{array}{r} 169 \\ \times 13 \\ \hline 1690 \\ 507 \\ \hline 2197 \end{array}$

~~$\begin{array}{r} 121 \\ \times 11 \\ \hline 121 \\ 121 \\ \hline 1331 \end{array}$~~

$4^6: 2^{12} = 4096$

$t \in [2116; 2197): \lfloor \sqrt{t} \rfloor - 2 = 44; \lfloor \sqrt[3]{t} \rfloor - 1 = 11; \lfloor \sqrt[6]{t} \rfloor - 1 = 2$

~~$t \in [2025; 2116): \lfloor \sqrt{t} \rfloor - 2 = 43,$~~
 $\lfloor \sqrt[3]{t} \rfloor - 1 = 11, \lfloor \sqrt[6]{t} \rfloor - 1 = 2$

$t - 43 - 11 + 2 - 5 = t - 57 = 2022$

$\boxed{t = 2079}$

Упроблем 8

$$\pi \int_0^R (R^2 - h^2) dh = \pi \left[R^2 h - \frac{h^3}{3} \right]_0^R$$

$$h=H \quad \pi R^2 H - \frac{H^3}{3} = \pi H \left(R^2 - \frac{H^2}{3} \right) = \frac{\pi}{3} (3HR^2 - H^3)$$

$$h=R \quad \frac{2\pi R^3}{3} = \frac{\pi}{3} (2R^3)$$

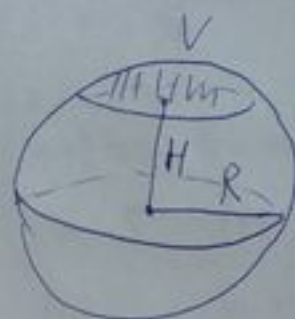
$$V = \frac{\pi}{3} (3HR^2 - H^3 - 2R^3)$$

$$V = \pi \int_0^R R^2 - h^2 dh =$$

$$= \pi \left[R^2 h - \frac{h^3}{3} \right]_0^R$$

$$H: R^2 H - \frac{H^3}{3}; R: R^3 - \frac{R^3}{3}$$

$$\frac{9^3}{86-8} = \frac{64}{48} = \frac{3}{2}$$



$$R^2 H - \frac{H^3}{3} - \frac{2R^3}{3}$$

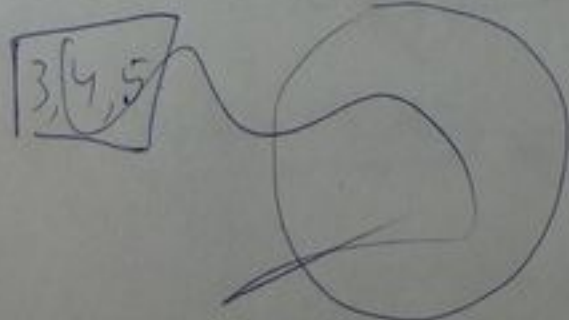
$$= R^2 H - \frac{H^3 + 2R^3}{3}$$

$$8 \cdot 2 - \frac{8 + 32\sqrt{2}}{3}$$

$$48 - 8 - \frac{40\sqrt{2}}{3}$$

$$25 \sqrt{\frac{128}{9}} \approx 14$$

$$\frac{3}{2} = \frac{\pi}{3} \left(5 - \frac{8\sqrt{2}}{3} \right)$$



Черновик 9

$$\arccos\left(\frac{1}{4\cos 40^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{4\cos 50^\circ}\right) =$$

$$\frac{\frac{1}{2}(\sin 40^\circ + \sqrt{3}\cos 40^\circ)}{2\sin 40^\circ \cos 40^\circ} = \frac{\sin 100^\circ}{\sin 10^\circ}$$



ср. 1

$$\arccos 1 = 0$$

$$f(1) = -15$$

$$f(0) = -9$$

$$f(1) = -8 + 4 + 18 - 9 =$$

$$= 5. f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + 1 - 9 - 9$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 + 1 + 9 - 9 = 0$$

$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9)(\arccos(x-1) \leq 0)$$

$$x = 2 \text{ не год.}$$

$$8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 = 0 \Rightarrow f(x):$$

$$24x^2 + 8x - 18 = 0: 12x^2 + 4x - 9 = 0 \quad D = 16 + 9 \cdot 48 =$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{288}}{12} = \frac{1}{3}(-1 \pm \sqrt{28}) = 16(1 + 2\sqrt{2}) = 16 \cdot 2.8$$

$$x \in [0, 2]: \frac{1}{3}(-1 - \sqrt{28}) \approx \frac{1}{3}(-6) \approx -2 < 0$$

$$\frac{1}{3}(-1 + \sqrt{28}) \approx \frac{1}{3}(4) \approx \frac{4}{3} \in [0, 2]$$

$$\frac{8x^3 + 4x^2 - 18x - 9}{8x^3 + 4x^2 - 18x - 9} \cdot \frac{2x+1}{2x+1} = \frac{8x^3 + 4x^2 - 18x - 9}{8x^3 + 4x^2 - 18x - 9} \cdot \frac{2x+1}{2x+1}$$

$$8 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 + 4 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 18 \cdot \frac{4}{3} - 9 = (2x+1)(4x^2-9)$$

$$\frac{11.64 - 83.27}{27} = \frac{704}{27}$$

$$27 \cdot 33 = 81 \cdot 11 > 64 \cdot 11$$

Черновик 10

№ 6

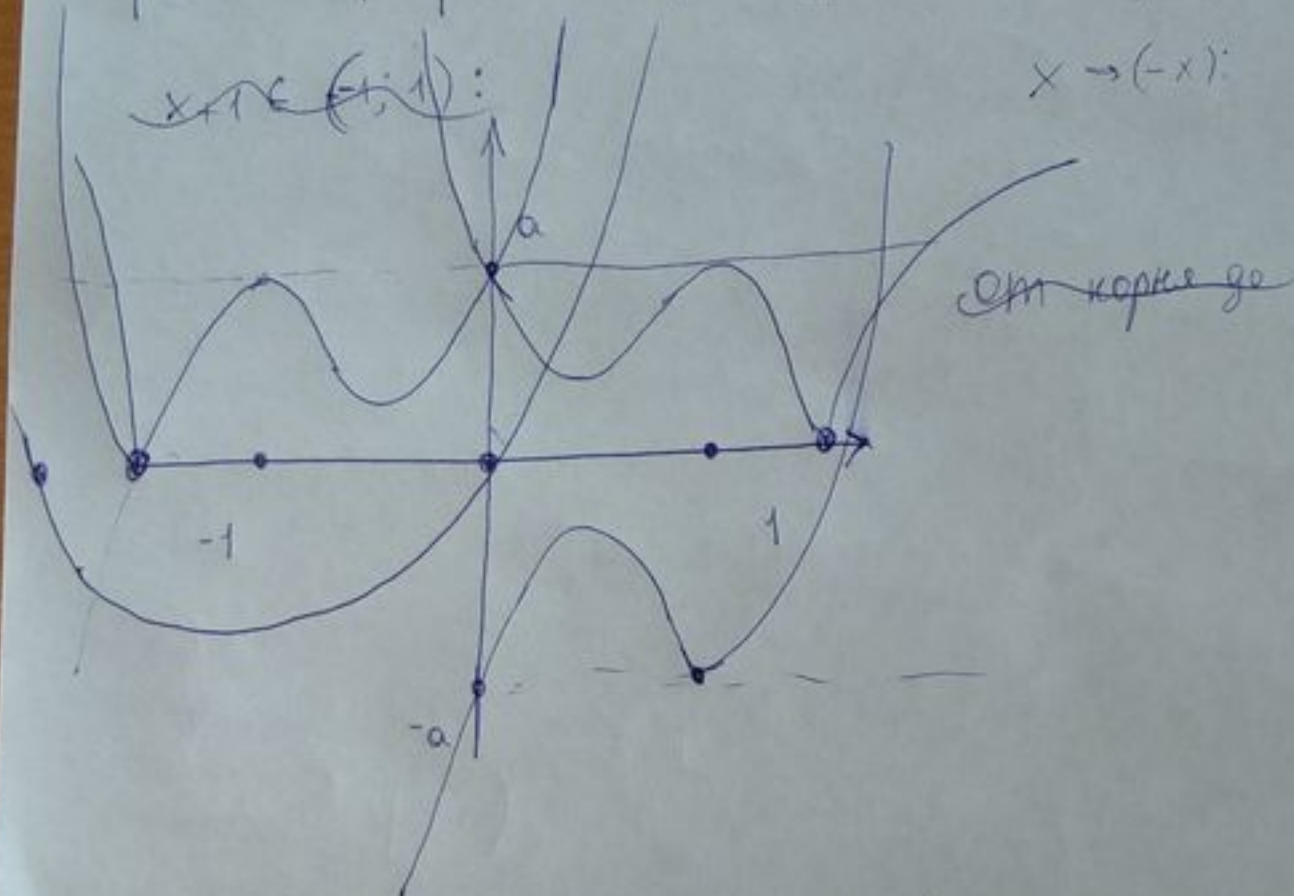
$$x(x^2 + 2x + 1)^2 + a = x(x+1)^2 + a$$

$$x(x-1)^2 - a$$

$$|x(x+1)^2 + a| + |x(x-1)^2 - a| < \cancel{4(x+2x)} \quad 4(x+1)^2 - 4$$

$$x+1 \in (-1; 1):$$

$$x \rightarrow (-x):$$



$$|-x(1-x)^2 + a| + |-x(-x-1)^2 - a|$$

$$x = 0 \quad 2|a|$$