



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Кеттунен Екатерина Андреевна**

Класс: **5-6**

Технический балл: **70**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Кеттунен Екатерина Андреевна

Класс: 5-6

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
10 баллов	15 баллов	15 баллов	5 баллов	15 баллов	0 баллов	70 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

Чистовик

Задача 2.

Замечу, что именно от года зависит месяц и число, т.е. год является целостной половиной палиндрома, поэтому в этом году только 1 дата-палиндром. Но если год увеличить на 1, то число будет 32, а такого нет. То же самое для 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029 года, там будут 42, 52, 62, 72, 82, 92 февраля соответственно. А вот в 2030 будет уже всё нормально. Дата-палиндром: 03.02.2030.

Ответ: это будет третьего февраля 2030 года
03.02.2030

Задача 4.

$\overline{abc} - \overline{acb}$ должно делиться на 72. Окей, запишем числа в виде суммы разрядных слагаемых:

$(100a + 10b + c) - (100a + 10c + b)$, раскроем скобки:

$100a + 10b + c - 100a - 10c - b$, приведём подобные, противоположные числа взаимно уничтожились:

$9b - 9c$ итоговое число, оно должно делиться на 72.

$72 = 2^3 \cdot 3^2$. $9b - 9c = 9(b - c) = 3^2(b - c) \Rightarrow$ оно всегда $\div 3^2$.

2) чтоб $9b - 9c$ делилось на 8, нужно, чтоб $9b$ и $9c$ давали один и тот же остаток при делении на 8. Для цифр это может быть только 0, 1, 8 и 9. Если брать другие цифры, то уже пара не будет цифрой (см. продолжение)

Страница 1 из 8

Чистовик

Чистовик

Задача 4 (продолжение)

Для 0 пара 8 или 0. Они дают остаток 0.

Для 1 пара 9 или 1. Они дают остаток 1.

Соответственно,

Для 8 пара 0 или 8. Они дают остаток 0.

Для 9 пара 1 или 9. Они дают остаток 1.

Если брать число от 2 до 7 (включительно), то минимальные натуральные пары с таким же остатком не будут являться цифрами (для 2, например, 10; для 6 вообще 14).

Из всего, что было выше:

a взаимнопросто число $\Rightarrow a$ - любое, но оно на первом месте, т.е. $a \neq 0$, т.е. для a 9 вариантов.

Для b 4 варианта (0, 1, 8, 9).

Для c 2 варианта (для числа b по 2 варианта есть, указаны выше)

Итого: $9 \cdot 4 \cdot 2 = 72$.

Ответ: 72 числа.

Чистовик

Задача 3

Пусть x (часов) Коля делал математику.

Тогда: по уа: 1(ч) делал физику

$$2(n) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} + \text{время химии}$$

$$2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \left(1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x\right) \text{ - время химии}$$

По уа, химии - это 25% от общего времени.

25% = $\frac{1}{4}$. Общее время = 2ч + то, что осталось

$$\text{общее } t = 2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

$$\text{уравнение: } 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x = \frac{1}{4} \left(2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)$$

$$1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x = \frac{1}{4} \left(2\frac{1}{4} + \frac{1}{2}x\right)$$

$$1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x = \frac{9}{16} + \frac{1}{8}x \quad | + \frac{1}{2}x$$

$$1\frac{1}{4} = \frac{9}{16} + \frac{5}{8}x \quad | - \frac{9}{16}$$

$$\frac{20}{16} - \frac{9}{16} = \frac{5}{8}x$$

$$\frac{11}{16} = \frac{5}{8}x$$

$$x = \frac{11}{16} : \frac{5}{8}$$

$$x = \frac{11 \cdot 8}{16 \cdot 5}$$

Тогда время химии =

$$1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot 1,1 = \frac{5}{4} - \frac{11}{20} = \frac{25}{20} - \frac{11}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0,7(ч)$$

Общее время: $1 + 1,1 + 0,7 = 2,8$ ч

Ответ: за $2,8$ ч = 2ч 48 мин

Страница 3 из 8

Задача 5.

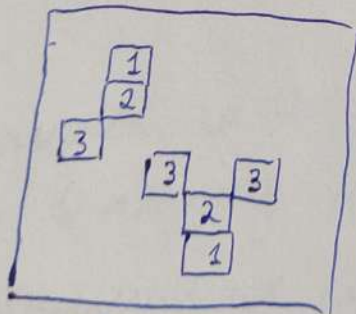
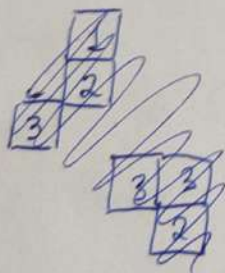
Надо заметить для начала, что хотя бы 5 кубиков я использую, т.к. они нарисованы на одном из видов, т.е. они существуют. Я имею в виду хвосты "колонок" в

рисунке "спереди":



Сверху мы их увидим точно, где бы (далее или меньше от нас в данный момент) они не были.

Чтобы на рисунке "сверху" кубиков было меньше, нужно, чтоб: во-первых, толщина того, что нам видно сейчас в реальности была как можно меньше. Во-вторых, надо, чтобы "совмещались" фигурки с рисунка "сбоку" и "спереди", чтобы их верхушки были одним и тем же. Всё бы ничего, но на рисунке "спереди" нет одиночных кубиков, чтоб в "сбоку" крайние детали существовали. Нам придётся что-то изпустить и пожертвовать толщиной. Кубиков 2, т.е. всего $2+5=7$ кубиков. Пример (вид сверху, на кубиках написано, сколько их в столбик стоит):



сверху

При проверке пример рабочий

Ответ: 7.

Цистовик

Задача 1.

Если жителей 6 и меньше, то любой одновременно и говорит правду, и врёт, т.к. он буквально говорит, что есть 7 жителей, но и нет 6 (поэтому нет, поэтому он говорит про 8 и 7 жителей). А такого не может быть, т.к. только рыцари и лжецы.

Если жителей 7, то ^{второй} фразой они говорят заведомо ложь, т.к. поимено их есть только 6 чел. Тогда человек лжец. Т.е. все люди-лжецы $\Rightarrow$ правда такова: ~~есть 6 человек, у которых бананов~~ у остальных шести бананов больше, чем у этого человека. Но это говорится про любого А у этого человека меньше чем у того, а у того меньше, чем у этого. Это бред. Противоречие.

~~Отсюда ещё следует, что~~

Если жителей хотя бы 8, то посмотрю на того, у которого наибольшее число кокосов (он есть, т.к. у всех разное кол-во). Он врёт второй фразой $\Rightarrow$ он лжец. И так будет у семи человек с наибольшим кол-вом кокосов. Дальше эта фраза будет правдой, остальные люди-рыцари. Тогда: ~~во-первых, у этих семи лжецов~~ Ответ: 7 лжецов

Задача 6.

Можно за 1 прыжок, за 2, за 3... Но до скольких это будет, если на 1 планету максимум 1 раз попадём, т.к. написано „минимальное кол-во“, тогда до 59.

Ответ: от 1 до 59

Ответ: 7 лжецов.

Страница 5 из 8

Черновик

Если все 1. Тогда:
 max. у 6 жителей больше кокосов
 min. у 6 жителей больше бананов

22.02.2022

9.10.4.8

32.02.2023 x

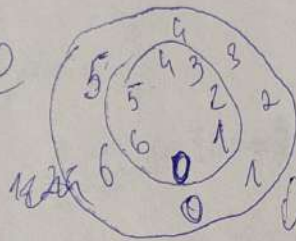
42.02.2024

52.02.04

62x 20 72x 82x 92x

03.02.2030

1 пробржжж



$$\frac{1}{2}x + y = 1\frac{1}{4}m$$

Общее время = 1 + x + y

$$2,5y = 0,5 + 1,25$$

$$2,5y = 1,75$$

$$y = \frac{1,75}{2,5} = \frac{175}{250} = 0,7$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ \times 25 \\ \hline 875 \\ 350 \\ \hline 4375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ \times 25 \\ \hline 875 \\ 350 \\ \hline 4375 \end{array}$$

$$\frac{1}{2}x = 0,55$$

$$y = 0,25(1 + x + y)$$

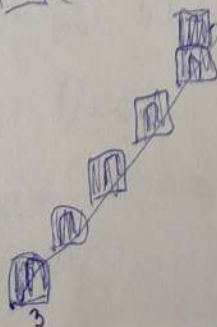
$$y = 0,25 + 0,25x + 0,25y$$

$$2,5y = 0,25 + 0,5x$$

$$1,5y = 0,5 + 0,5x \quad | +y$$

$$2,5y = 0,5 + 0,5x + y$$

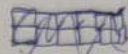
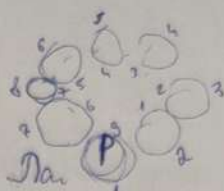
$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 2 \\ \hline 72 \end{array}$$



Страница 6 из 8

Черновик

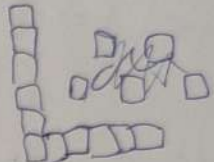
X - математика
1 - физика



$$\text{химия} = 2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x \quad \text{химия}$$

По уел,

$$1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x = \frac{1}{4} \left(2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \right)$$



$$2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = x + 1 +$$

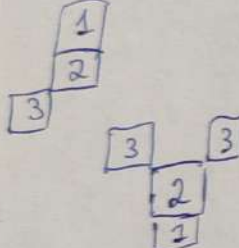
$$1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x + \frac{1}{16}$$

$$1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = x + 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x$$

$$1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x = \frac{9}{16} + \frac{1}{8}x \quad | + \frac{1}{2}x = \frac{4}{8}x$$

$$1 + x + \frac{1}{4} = x + 1\frac{1}{4}$$

$$1\frac{1}{4} = \frac{9}{16} + \frac{5}{8}x \quad | - \frac{9}{16}$$



Черновик

$$y = 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2}x + y = 1\frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(1+x+y)$$

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{4} \quad | -\frac{1}{4}y$$

$$\frac{3}{4}y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$t = 1 + x + y \quad 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \quad | +\frac{1}{4}x$$

~~Сколько монет...~~
~~Сколько монет...~~
~~Сколько монет...~~

$$\begin{array}{r} 0,6895 \\ - 1,2500 \\ \hline 0,5605 \end{array}$$

$$2 = 0,5x + 0,75 + y \quad (12,50)$$

Пусть x - сколько монет достоинством 2 ден. y - сумма

Тогда: $2 = 0,5x + 0,75 + y$ где y - сумма, то $1 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y$

$$0,5x + y = 1,25$$

$$1 = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}y$$

Тогда: сумма - $1,25 - 0,5x$

$$1 = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}y$$

все верно: $1 + 0,5x + 1,25 - 0,5x = 2,25$

и по y: $1,25 - 0,5x = 0,25$

$$\begin{array}{r} 1,25 - 0,5x = 0,25 \quad (2,25 + 0,5x) \\ 1,25 - 0,5x = 0,5605 + 0,125x \quad | +0,5x \\ 1,25 = 0,5605 + 0,625x \quad | -0,5605 \\ 0,6895 = 0,625x \quad x = \frac{0,6895}{0,625} \end{array}$$

$$1 + x + 1,25 - 0,5x = 2,25 + 0,5x$$

$$2 = 0,5x + 0,75 + y$$

$$\begin{cases} 0,5x + y = 1,25 \\ y = 0,25(x + y + 1) \end{cases}$$

$$x + 1,25 - 0,5x$$

$$t = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}y$$

$$y = 1,25 - 0,5x$$

$$\begin{aligned} y &= 0,25(x + 1,25 - 0,5x + 1) = \\ &= 0,25(0,5x + 1,25 + 1) = \\ &= 0,125x + \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y = 1,25 - 0,5x \\ y = 0,25(x + y + 1) \end{cases}$$

$$1,25 - 0,5x = 0,25x + 0,25y + 0,25 \quad | -0,25$$

$$1 - 0,5x = 0,25x + 0,25y \quad | +0,5x$$

$$1 = 0,75x + 0,25y$$

$$1 = 0,75x + 0,25(1,25 - 0,5x)$$

Справка 8 из 8

$$\begin{array}{r} 0,75 \\ \times 4 \\ \hline 3,00 \\ + 0,125 \\ \hline 3,125 \end{array}$$

$$\frac{1,25}{4} = 0,31$$

$$\begin{array}{r} 0,6895 \\ \times 2,25 \\ \hline 1,541125 \end{array}$$