



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Артемьев Юлий Вадимович**

Класс: **7-8**

Технический балл: **95**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Артемьев Юлий Вадимович

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	10 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	95 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

P - рыцари
 A - ижевы

N_1 (число)
 отсортируем кол-во собранных
 батанов и кокосов.

b_i - кол-во собранных батанов i -м жителем

c_i - кол-во кокосов собранных i -м жителем

Пусть $b_1 < b_2 < b_3 < \dots < b_{n-1} < b_n$

$c_1 < c_2 < c_3 < \dots < c_{n-1} < c_n$

Рассмотрим когда утверждение сказан P

1) т.к нет 6-ти у кого больше чем у него

$\Rightarrow$ этот P это $b_n, b_{n-1}, \dots, b_{n-5}$, или b_{n-6} и меньше, то будут $b_{n-5} \dots b_n$ у которых больше $\Rightarrow$ все у кого $b_{n-6}, b_{n-7}, \dots, b_1$ - это ижевы при этом ижевы не может собрать $b_{n-5}, b_{n-4}, \dots, b_n$ батанов, т.к. они тогда скажет правду $\Rightarrow$ у нас $b_n, b_{n-1}, \dots, b_{n-5}$ - собрали $P \Rightarrow$ всего рыцарей 6, а ижевов тогда $n-6$, где n - кол-во жителей.

2) т.к хотя-бы у 7 больше, чем у него, то он собрал $c_{n-7}, c_{n-8}, \dots, c_1$ кокосов.

$c_n, c_{n-6}, \dots, c_{n-6}$ - не могут & собрать P иначе они $c_1, c_2, \dots, c_{n-6}, c_{n-7}$ - не могут собрать A ижевы они скажут

программа не имеет 2) мет 1

N1 (числовых) (предположение)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{из этого условия} \\ \text{разностей } n-7 \\ \text{числов } 7 \end{aligned} \quad \Rightarrow \begin{aligned} n-7 &= 6 \\ n &= 13 \end{aligned}$$

Это единственно возможный вариант

Пример.

Буквенные	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
числов	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	1	1	1	1	1	1	1	p	p	p	p	p	p

Мет 2

№2. (шахматы)

Согласно таблице

$I_{\text{гр}}$ - кол-во игроков, τ - производительность
всех вместе, t - время, N - кол-во рабочих,

$\tau_{\text{кач}}$ - производительность каменщика

	S	τ	$t_{\text{кач}}$	N	$\tau_{\text{кач}}$
$I_{\text{гр}}$	10	10	1	N	$\frac{10}{N}$
$II_{\text{гр}}$	$\frac{35}{N}$	$\frac{70}{N}$	$\frac{1}{2}$	7	$\frac{10}{N}$

во второй день они сделали $\frac{35}{N}$ рядов,
выполнив все элементы $35[1, 5, 7, 35]$, так как
количество рядов равно, то N число
~~связано~~ не дано $\Rightarrow$ это делитель $35 \Rightarrow$

N делит $1, 5, 7, 35$. Но во второй день было 7 работ-
ников при этом кто-то мог не выйти $\Rightarrow$ кол-во
рабочих было ≤ 7 , $N > 7$, но такое число только
 $1 \Rightarrow N = 35$, тогда во второй день кол-во рядов
которые они выполнили $\frac{35}{N} = \frac{35}{35} = 1 \Rightarrow$ общее кол-во
рядов которое было $10 + 1 = 11$ (рядов).

N3 (числовик)

число $\overline{abc}$ - представим в виде $100a+10b+c$.

и запишем что получится

$$100a+10b+c - (100a+10c+b) : 72$$

$$100\cancel{a}+10b+c - 100\cancel{a} - 10c - b : 72$$

$$9b-9c : 72$$

$$9(b-c) : 72$$

число 72 состоит из $9 \cdot 8 = 72 \Rightarrow 9(b-c)$ должно

$: 8 : 9$ но 9 есть множителем значит

$b-c : 8$, но b и c это цифры $\Rightarrow$ вычитаемые

цифры не получится число больше 9. А числа

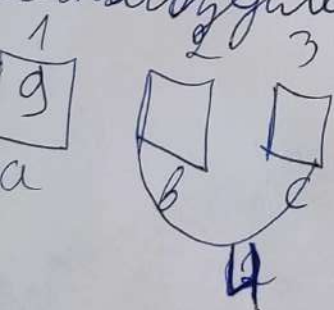
следующие на 8 это 8, 16, 24... нам подходит

только 8 $\Rightarrow$ $b-c=8$. Дальше перебором найдем

все числа

$$\begin{array}{l} b-c=8 \\ 9-1=8 \\ 8-0=8 \\ 1-9=-8 \\ 0-8=-8 \end{array} \Rightarrow b \text{ и } c \text{ только в 2 вариантах}$$

воспользуемся кандидатской.



(а) на первом месте может стоять
любая цифра кроме нуля $\Rightarrow$

всего 9 а в сумме $b+c$ дают 4 вари-
анта $\Rightarrow$ всего таких чисел $9 \cdot 4 = 36$

мет 4

⇒ Нам
нужно

ответ: 1, 2, 3.

№ 4. (чужой)

$$(x+y)(x+y+1)+2y=100$$

$$\text{Положим } t = x+y, \quad x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow t \in \mathbb{N}$$

$$t \cdot (t+1) + 2y = 100 \Rightarrow x, y \geq 1 \Rightarrow t \geq 2$$

$$y \geq 1 \Rightarrow 100 - 2y \leq 98$$

$$t = \frac{x+y}{10} \Rightarrow t \geq 9$$

$$t(t+1) \leq 98 \Rightarrow t < 10, \text{ т.к. если } t \geq 10 \text{ то}$$

$$\Rightarrow \text{предположим } t = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

$$\text{тогда } 2y = 100 - t(t+1)$$

$$t=2: 2y = 100 - 6 = 94 \Rightarrow y = 47 > 2 = t \quad X$$

$$t=3: 2y = 100 - 12 = 88 \Rightarrow y = 44 > 3 = t$$

$$t=4: 2y = 100 - 20 = 80 \Rightarrow y = 40 > 4 = t$$

$$t=5: 2y = 100 - 30 = 70 \Rightarrow y = 35 > 5 = t$$

$$t=6: 2y = 100 - 42 = 58 \Rightarrow y = 29 > 6 = t$$

$$t=7: 2y = 100 - 56 = 44 \Rightarrow y = 22 > 7 = t$$

$$t=8: 2y = 100 - 72 = 28 \Rightarrow y = 14 > 8 = t$$

$$t=9: 2y = 100 - 90 = 10 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow x = t - y = 9 - 5 = 4$$

$$t=10: 2y = 100 - 110 = -10 \quad X$$

$$\text{Ответ: } (x; y)$$

$$(4; 5)$$

мне 45

Начини 84
из 18 m.

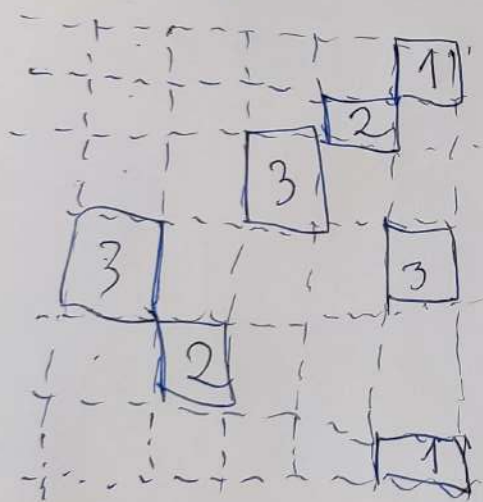
$N1(\text{числових})$ (nna)

$N5.(\text{числових})$

1) На виду сбоку ширина - 6 кубиков
 $\Rightarrow$ на виду сверху не менее 6-ти кубиков

2) Высота столбик вынуждена в 3 клетка - это
 самая высокая из виду спереди у нас есть
 хотя бы 3 балла, а на виду сбоку их
 только 2 видно $\Rightarrow$ за одним из балов на
 виду сбоку спрячется еще один $\Rightarrow$ на
 виду сверху не менее 7-ми кубиков.

Пример



уверен внутри кубика-
 миков высота столбик
 кубиков

$\leftarrow$ вид сбоку

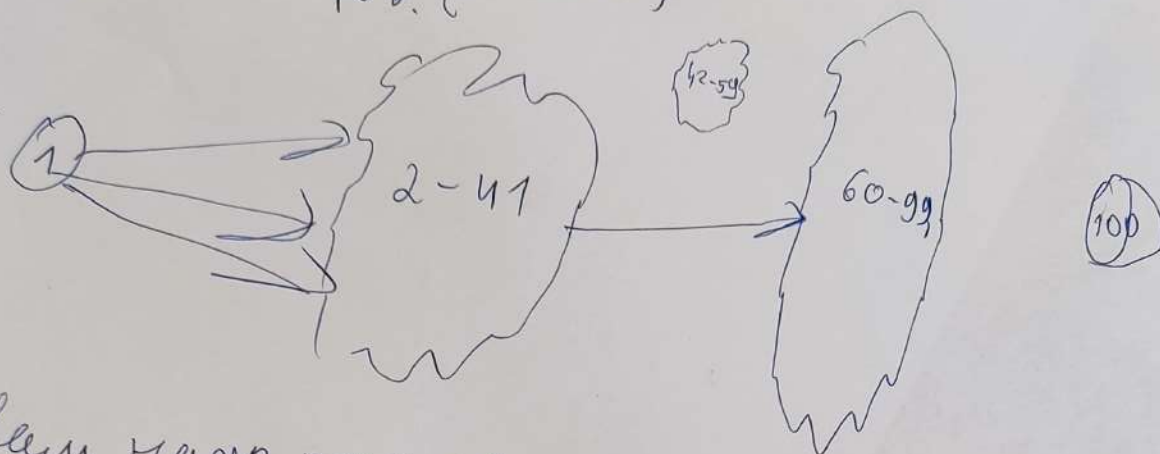
$\uparrow$
 вид спереди

Ответ: 7 кубиков.

мет 6

$2y = 100$
 $7 \cdot 8 = 56$
 $8 \cdot 9 = 72$

№6. (шестовик)



Нам надо попасть из 1-20 в 100-6ти
Путь из 1-20 ребра идут в вершины
2-41. В

B100 - ora legum 60-99

Оценивает год - тв, что из вершин 2 ~ 41 в
вершины 60 - 99 можно попасть за 1 шаг.

Из 2-6 шт можно получить 83-4 шт и ещё
остаток 5 шт. Это значит, что 83-4 шт. можно

из 3-ей вершины уже в 4-41 47,2 реда
"наружу"

а т. у. тогда из 41 есть 1,40 ребр катеты

$\Rightarrow$ also hier mittel $1+2+3+\dots+40 = \frac{40 \cdot 41}{2} = 820$ (prüfen)

а в 18 вершина может прийти $\leq 40 \cdot 18 = 720$ ребр

$\Rightarrow$ Будем искать из $(2-47.6)$ $(60-99)$

предложени ли сте?

mem 7

Ni (чистовик) (продолжение)

Значит в ~~A~~ граде монеты понасть
из 1 в 100 за 3 паса, а если поведем
то монета и за 1 а за 2.

1/2
ответ: 1, 2, 3.

мет 8.

abc

$$100a + 10b + c - 100a - 10b - b$$

$$9b - 9c : 8 : 9$$

$$9(b - c) : 872$$

$$b - c : 8$$

$$: 72$$

$$\boxed{9}$$

$$\boxed{2}$$

$$\boxed{4}$$

$$18$$

$$9$$

$$b - c = 8$$

$$91$$

$$80$$

$$(x+y)(x+y+1)+2y=100$$

$$y+2y+x$$

$$(x+y)(x+y+1)+2y-100=0$$

$$x^2 + x^2 + xy + x + xy + y^2 + y + 2y - 100 = 0$$

$$x + 2xy + y^2 + 3y + x + 100 = 0$$

$$(x+y)^2 + 3y + x - 100 = 0$$

$$(x+y)^2 = 100 - 3y + x = 100$$

$$(x+y)^2 + y + 2y + x = 100$$

$$x(x+y) + y + 2xy + x^2 = 100x$$

$$\frac{(x+y)^2}{y} + 1 + 2 + \frac{x}{y} = \frac{100}{y}$$

$$3 = \frac{100}{y} - \frac{x}{y} - \frac{(x+y)^2}{y}$$

$$3 = \frac{100 - x - (x+y)^2}{y}$$

$$3 = \frac{100 - 5 - (5+y)^2}{y}$$

$$100 -$$

$$x+y < 10$$

$$x < 10$$

$$y < 10$$

3 (минимум)

1 шаг $100a + 10b + c$.

$P \wedge \wedge \wedge P \wedge \wedge P \wedge \wedge$
 $8 \ 4 \ 5 \ 10 \ 5 \ 2 \ 5 \ 3 \ 0 \ 4 \ 5 \ 5 \ 8 \ 6 \ 5 \ 7 \ 5$
 $1K \quad 74 \quad 9 \ 8 \ 10 \quad 7 \ 6 \ 3 \ 4 \quad 5$
 $2K$

$P \wedge \wedge \wedge P \wedge \wedge P \wedge \wedge P \wedge \wedge P \wedge \wedge$
 $8 \ 1 \ 2 \ 3 \ 10 \ 4 \ 5 \ 9 \ 6 \ 7 \ 11 \ 12 \ 13$
 $K \ 1 \ 4 \ 5 \ 6 \ 2 \ 7 \ 8 \ 3 \ 9 \ 10 \ 11 \ 5$

$\wedge \leq 7$

$P \leq 6$

$13 \leq A + P \leq 7$

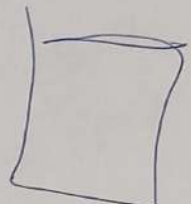
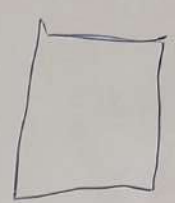
$P P P P P P \wedge \wedge \wedge \wedge \wedge \wedge$
 $1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7$
 $7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13$

$7 \leq A + P \leq 13$

$7 \ 1 \ 6 \ P$

$13 \ 4$

10
10



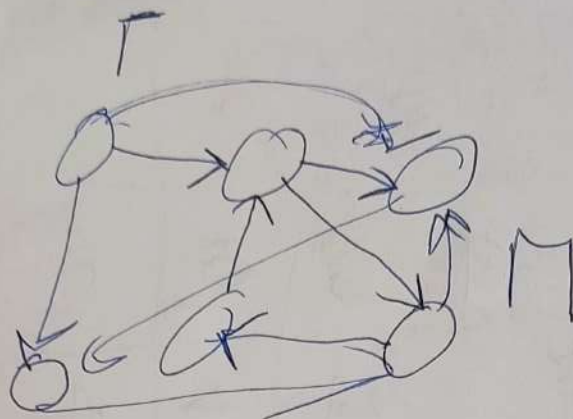
$$\frac{10}{N} \cdot 7$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

	S	Z	E	I	S	Z	E	Z
	10	10	1	N	10	10	7	$\frac{10}{N}$
	$\frac{35}{N}$	$\frac{10}{N}$	$\frac{1}{2}$	7	$\frac{35}{N}$	$\frac{70}{N}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{10}{N}$

$$\frac{70}{N} \cdot 1$$

$$35 \cdot 1$$



$$x + y < \begin{matrix} 0 \\ 10 \end{matrix} \quad 0 \quad 0$$

$$9 \cdot 10 \neq 10 = 100$$

$$8 \cdot 9 + 1$$

$$n \cdot (n+1) + 2y = 100$$

$$x + y = 9$$

$$x = 4$$

$$2y = 10$$

$$y = 5$$

$$100a + 10b$$

$$z \geq 2$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

N3 (unmarked)

N4

$$(-9)(-10) + 2y = 100$$

$$(4-14+5)(-14+5+1) \quad \begin{matrix} 2y=10 \\ y=5 \end{matrix}$$

$$-9 \cdot 18$$

$$(-15+5)(-15+5+1)$$

$$-10 \cdot (-9) + 10$$

$$(-16+6)(-16+6+1)$$

$$-15+5(-15+5+1)$$

$$10 \cdot$$

$$-15+ -14+5$$

$$-9 \cdot -8$$

$$x+y=-9$$

$$x+14=-9$$

$$x=-23$$

$$\begin{matrix} 2y=28 \\ y=14 \end{matrix}$$

$$28$$

$$10 \cdot 11$$

$$(-23+14)(-23+14+1) + 2 \cdot 14 = 100$$

$$(-9 \cdot -8) + 28$$

$$72 + 28 = 100.$$

$$-23$$

$$-10$$

$$x=-9$$

$$y=-8$$