



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Марусев Тимофей Юрьевич**

Класс: **7-8**

Технический балл: **85**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Марусев Тимофей Юрьевич

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	0 баллов	85 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

① Можно

Цистовик

~~Пусть~~ Пусть у нас есть только ижевы. Значит
 есть 6 жителей сдравини Беманов Беману чем
 наибольшим из ижевов, значит эти 6 людей-рыцари.
 Из этого следует 1. у нас есть рыцари
 2. рыцарей хотя бы 6

~~Пусть~~ Допустим рыцарей > 6 . Тогда у того,
 у которого из них наименьшее число Беманов, первый
 сказанный утверждение неверно, ибо 6 таких людей
 есть. Противоречие $\Rightarrow$ рыцарей ровно 6

Рассмотрим рыцаря с наибольшим числом
 кокосов. Исходя из его второго утверждения, есть
 хотя бы 4 жителей с большим числом кокосов. Получено
 это, все они ижевы.

Пусть ижевов > 4 . Тогда ижеву с наименьшим
 числом кокосов сказанную первую утверждение.
 Противоречие. Значит ижевов ровно 4.
 Мы знаем кол-во рыцарей и ижевов, осталось лишь
 привести пример поразной ситуации. Вот он

	1	1	1	1	1	1	1	1	Р	Р	Р	Р	Р	Р
кол-во кокосов	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
кол-во Беманов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	

Ответ: да, можно. На острове 6 рыцарей и 4 ижевов.

Числовик

② Заметим, что число урядок выполненных во второй день меньше половины числа урядок выполненных в первый день (т.к. конано при дня 4 и меньше людей чем в первый), т.е. < 5 . Значит всё число урядок на участке ~~10~~ (обозначим его за x) $10 < x < 15 \Rightarrow 11 \leq x \leq 14$

тогда производительность рабочего $v = \frac{x-10}{4}$ шт в день

тогда в первый день конано $\frac{10}{v}$ работ

Исходя из этого переберём возможные x и найдём подходящий вариант

$x = 11 \rightarrow$ подходит, в первый день было 36 работ

$x = 12 \rightarrow$ не подходит, т.к. дробное число работников

$x = 13 \rightarrow$ не подходит, т.к. дробное число работников

$x = 14 \rightarrow$ не подходит, т.к. дробное число работников

Значит было 11 урядок

Ответ: 11

3

Заметим, что

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

$$\overline{acb} = 100a + 10c + b$$

$$\overline{abc} - \overline{acb} = 100a + 10b + c - 100a - 10c - b = 9b - 9c = 9(b - c)$$

~~Значит~~ Следовательно и может быть любым числом от 0 до 99

Теперь нам надо узнать кол-во пар $(b; c)$, что $9(b - c) \in \mathbb{Z}$
 b и c — однозначные или двузначные и отрицательные и натуральные
 ные, значит $|\overline{bc} - \overline{cb}| \leq 99$

Тогда

$$\begin{cases} 9(b - c) = -72 \\ 9(b - c) = 0 \\ 9(b - c) = 72 \end{cases}$$

Рассмотрим кол-во пар в каждом из 3х случаев

1) $9(b - c) = -72$

$$b - c = -8$$

$$0 \leq b, c \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} (b; c) = (0; 8) \\ (b; c) = (1; 9) \end{cases} \Rightarrow \text{есть 2 пары}$$

2) $9(b - c) = 0$

$$b - c = 0$$

$$b = c$$

$$0 \leq b, c \leq 9 \Rightarrow \text{есть 10 пар}$$

3) $9(b - c) = 72$

$$b - c = 8$$

$$0 \leq b, c \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} (b; c) = (8; 0) \\ (b; c) = (9; 1) \end{cases} \Rightarrow \text{есть 2 пары}$$

У нас есть 2 варианта a и 14 вариантов $(b; c)$, значит всего $2 \cdot 14 = 28$ вариантов $\overline{abc}$

Ответ: 28

Условия

4

Пусть $a = x + y$

Тогда

$$(x+y)(x+y+1)+zy=100 \Rightarrow a^2+a+zy=100$$

$$\left. \begin{array}{l} x, y - \text{натурально} \\ a = x + y \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} a \geq 2 \\ a - \text{натуральное} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} a^2+a+zy=100 \\ a - \text{натуральное} \end{array} \right) \Rightarrow a^2+a < 100 \Rightarrow a < 10$$

$2 \leq a < 10 \Rightarrow$ у нас есть всего 8 потенциальных вариантов a . Переберём все u нам и для каждого найдём соответствующие x и y исходя из того, что:

$$a^2+a+zy=100 \Rightarrow y = \frac{100-a^2-a}{2}$$

$$x = a - y$$

Вот получившиеся варианты

$a=2 \rightarrow (x,y) = \emptyset$	т.к. выходит, что $a < y$
$a=3 \rightarrow (x,y) = \emptyset$	т.к. выходит, что $a < y$
$a=4 \rightarrow (x,y) = \emptyset$	т.к. выходит, что $a < y$
$a=5 \rightarrow (x,y) = \emptyset$	т.к. выходит, что $a < y$
$a=6 \rightarrow (x,y) = \emptyset$	т.к. выходит, что $a < y$
$a=7 \rightarrow (x,y) = \emptyset$	т.к. выходит, что $a < y$
$a=8 \rightarrow (x,y) = \emptyset$	т.к. выходит, что $a < y$
$a=9 \rightarrow (x,y) = (4,5)$	

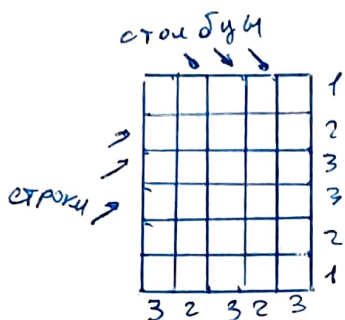
Значит выходит лишь $(4,5)$

Ответ: $(4,5)$

5

Чистовик

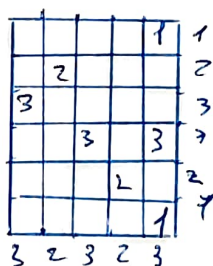
Заметим, что весь наш замок будет помещаться на плоскости 5×6



Сбоку и снизу подмечена высота максимальной

башни находящейся на соответствующей позиции

По виду сверху можно понять, что у нас есть хотя бы 5 башен высотой ≥ 2 , которые не смогут размещаться на двух крайних строках плоскости, т.е. максимальной высоты там 1. Приведем на каждой из крайних строк definitely было хотя бы по 4 башне высоты 1 $\Rightarrow$ всего не менее $5 + 1 + 1 = 7$ башен $\Rightarrow$ не менее 7 кубиков видно сверху. Вот пример мой 7 кубиков:



В клетках указаны высота башен находящихся в них

Ответ: 7

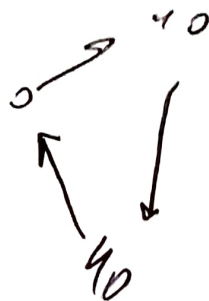
Gesamtheit

$$a = x + y$$

$$x - 10$$



$$\underline{10}$$



$$\frac{2(x-10)}{7}$$

$$a = (a+1) + 2y = 100 \quad \text{with } VX = 10$$

$$a^2 + a + 2y = 100$$

$$\frac{10}{x}(x+3,5)$$

$$VX + 0,5V4 = \quad 10 + \frac{35}{x}$$

$$VX + 3,5V = \quad V(x+3,5) =$$

				1
	2			
3				
	3		3	
		2		
				1

3 2 3 2 3

$$\frac{4}{7}$$

$$36 + 6 \quad 42$$

$$1 \quad 5 \quad 7$$

$$35$$

$$\frac{10 \cdot 2}{7} \cdot \frac{2}{4}$$

$$1,25V =$$

~~x~~ a
~~x~~ y

$$1,25 \frac{10}{x} =$$

$$x \quad \frac{40}{2} \quad 35$$

$$a(a+1)$$

$$8 \cdot 2 \quad 42$$

$$56$$

$$42 \quad 28$$

Черновик

$$(x+y)(x+y+1)+zy = x^2+xy+x+xy+y^2+y+zy =$$

$$= (x^2+2xy+y^2)+x+y+zy = (x+y)^2+x+3y = 100$$

5 4

$$9 \cdot 10 + 10 = 100$$

$$(bc - cb) : 42 \quad 0; 42$$

$$10b+c - 10c-b = 9b-9c$$

$$9(b-c)$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 14 \\ \hline 36 \\ 9 \\ \hline 126 \end{array}$$