



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Озадовский Денис Евгеньевич**

Класс: **7-8**

Технический балл: **85**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Озадовский Денис Евгеньевич

Класс: 7-8

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	0 баллов	85 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

Допустим кол-во всех жителей ≤ 4 , тогда из них равно 6 рыцарей и 1 лжец, судя по высказыванию №1, т.к. $4 < 6$ ~~больше~~ чем $4-1$, значит у каждого рыцаря больше шансов чем у лжеца, и он собрал, но из них никто не сказал правду в высказывании 2. Противоречие. Значит жителей > 4 . Теперь равно 6 из них рыцари и не больше, т.к. в 1) высказывании сказано: "нет шести, которые собрали шансов больше, чем я". Это бы означало Правдиво это высказывание могло всего сказать 6 человек, остальные собрали. Теперь высказывание №2 могло собрать только 4 человек, остальные сказали ~~Правду~~ правду. Значит у нас равно 6 рыцарей и остальные лжецы, и равно 4 лжецов и остальных рыцарей. Значит всего 13 жителей, из 7 лжецов и 6 рыцарей.

Ответ: 13 жителей из них 6 рыцарей и 7 лжецов

№2

Докажем, что кол-во всех рядов ≥ 15 , с каждой рядкой производительность рабочих увеличивается. Теперь рассчитаем ~~какую~~ производительность $(15-10) : 4 \cdot 2 = \frac{5}{4} \cdot 2 = \frac{10}{4} \text{ ч/д}$. Теперь сколько рабочих нужно в идеальном случае $10 : \frac{10}{4} = 4$, на некоторые заложили, значит в 1 день должно быть > 4 здесь день кол-во рядок за 2 ~~дня~~ т.к. они работают по 2 дня. Значит 15 рядок не подходит, а при большем кол-ве рядок производительность увеличивается и уменьшается кол-во рабочих, то есть $\text{н.к.} \neq 4$, а такого не может быть. Рассмотрим переберем все варианты от 11 до 14.

$$(11-10) : 4 \cdot 2 = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{2}{4} - \text{производительность}$$

$$10 : \frac{2}{4} = 35 - \text{подходит 11}$$

$$(12-10) : 4 \cdot 2 = \frac{2}{4} \cdot 2 = \frac{4}{4} - \text{производительность}$$

$$10 : \frac{4}{4} = \frac{35}{2} - \text{не подходит 12 т.к. половина рабочего не бывает}$$

$$(13-10) : 4 \cdot 2 = \frac{6}{4} - \text{производительность}$$

$$10 : \frac{6}{4} = \frac{35}{3} - \text{не подходит } 13$$

$$(14-10) : 4 \cdot 2 = \frac{8}{4} - \text{производительность}$$

$$10 : \frac{8}{4} = \frac{35}{11} - \text{не подходит } 14$$

значит подходит только 11 и оно является ответом

Ответ: 11 грядок.

$\sqrt{3}$

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$$

$$\overline{acb} = a \cdot 100 + c \cdot 10 + b$$

$$\cancel{a} \cdot 100 + b \cdot 10 + c - \cancel{a} \cdot 100 - \cancel{c} \cdot 10 - \cancel{b} \cdot 2 \equiv 0 \pmod{42}$$

$$b \cdot (10-1) - c(10-1) \equiv 0 \pmod{42}$$

$$(b-c) \cdot 9 \equiv 0 \pmod{42}$$

Теперь чтобы $(b-c) \cdot 9 \equiv 0 \pmod{42}$, $b-c \equiv 8 \pmod{42}$ $b-c \equiv -8 \pmod{42}$.
и $b-c \equiv 0 \pmod{42}$. Заметим, что $b-c \equiv 8 \pmod{42}$ и $b-c \equiv -8 \pmod{42}$,
это просто перевернутые цифры (всё это цифры). И
только разность может содержать только 2 пары цифр это:
9 и 1, 8 и 0. Значит каждый вариант, где $\overline{abc} > \overline{acb}$ можно
числа взять только $\overline{acb}$. Теперь на a можно поставить любые
цифры от 1 до 9. $9 \cdot 2 \cdot 2 = 36$ вариантов только где $b-c \equiv 8 \pmod{42}$

и c $b-c \equiv -8 \pmod{42}$,
т.е. $b-c \equiv 8 \pmod{42}$
когда b и c по-прежнему
пары цифр их не меняем

Теперь посчитаем кол-во вариантов где $b-c \equiv 0 \pmod{42}$,
а это повторяющиеся цифры их всего 10 пар. $9 \cdot 10 = 90$ вариантов
 $90 + 36 = 126$ вариантов

Ответ: 126 вариантов.

числовик

мет 4

$\sqrt{4}$

Заметим, что $(x+y)(x+y+1) \equiv 0 \pmod{2}$, потому что равно
1 число чет, а другое нечет. сократим все уравнение на 2.

$$\frac{(x+y)(x+y+1)}{2} + y = 50$$

Заметим что это
функция суммы от 1 до $x+y$

Ну рассмотрим все варианты $x+y=8$, $\frac{(x+y)(x+y+1)}{2} = 36$,

$36 + y = 50$, $y \leq 7$, $36 + 7 \leq 43$. Противоречие. Для меньших
сумм будет числа еще меньше чем 43. Ну значит
будет рассматривать функции сумм больше функции суммы $\frac{x(x+1)}{2}$

$x+y=9$, $\frac{(x+y)(x+y+1)}{2} = 45$, $45 + y = 50$, $y \leq 8$, $45 + 8 \leq 53$ значит

$x+y=9$ подходит где $y = 50 - 45 = 5$, а $x = 9 - y = 9 - 5 = 4$. При

$x+y=10$, $\frac{(x+y)(x+y+1)}{2} = 55$, а нам нужно чтобы ~~было~~

было ≤ 50 значит функции сумм от 10 до бесконечности
нам не подходят. Значит пара $(4, 5)$ единственная.

Ответ: $x=4$, $y=5$

$\sqrt{5}$

Заметим, то что если посмотреть на вид сверху, то
наверх смотрят (будем обозначать, так кубики, у которых вер-
ная грань 100% видна сверху) y кубиков. Но посмотрим
на передний вид у нас стоит 3 кубика на высоте 3, а у вер-
ха кубу 2, ~~то~~ самые высокие кубики видны сверху, ~~потому~~ ^{потому} что

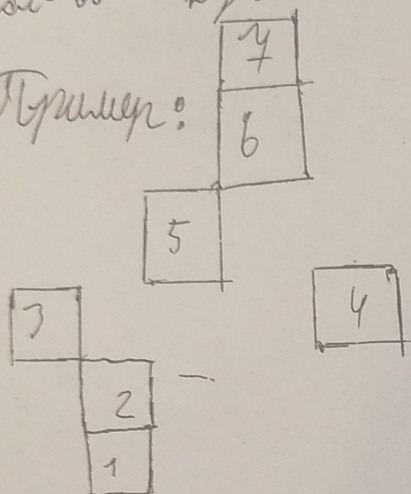
Чистовик

лист 5

кол-во кубиков видных сверху

$$6 + 1 = 7$$

Пример:



По 3 видам можно однозначно восстановить картинку
 построив пометки, как ~~здесь~~ построены кубики.
 $\sqrt{6}$

Рассмотрим все 10 видов ~~каждого~~ которые выходят
 порталы из. Таблицы - 34. Всего пересечений между ними
 макс. кол-во

$$\checkmark \frac{39 \cdot 40}{2} = 39 \cdot 20 \text{ и будем рассматривать вид с макс. кол-во}$$

высходящих, но чтобы нам сделать самый толстый

случай нам нужна ~~мин~~ макс. кол-во выходящих

у макс. вида это $\frac{39 \cdot 40}{2} : 12 = 17$ и $40 - 17 = 23$ выходящих.

По же самым для этих видов $\frac{28 \cdot 29}{2} : 23 = 11$

$40 - 11 = 29$, ~~обратим~~ до тех пор пока не выйдет ~~100~~.

$40 + 1 + 23 + 29 = 93$, $\frac{28 \cdot 29}{2} : 29 = 14$ и $40 - 14 = 26$, $40 + 1 + 23 + 29 + 26 = 119$

смысл 4, $\frac{28 \cdot 29}{2} : 29 = 14$ и $40 - 14 = 26$, и $40 + 1 + 23 + 29 + 26 = 119$

значит нам понадобится от 1 до 5 пересадок

ответ: 1, 2, 3, 4, 5