



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Чобанян Самвел Хачатурович**

Класс: **10-11**

Технический балл: **80**

Дата проведения: **26 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Чобанян Самвел Хачатурович

Класс: 10-11

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
20 баллов	20 баллов	20 баллов	20 баллов	0 баллов	0 баллов	80 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 20 баллов.

Технический балл равняется сумме баллов за решение задач.

Технический балл участников, набравших в сумме за решение задач 100 и более баллов, полагается равным 100.

16.15

19.15

Упробача

$$a: 6, 7, 8, 9, 10, \dots, r \quad \square^2: 3^2, 4^2, 5^2,$$

$$b: \underbrace{6, 7, 10, 11, \dots}_{2021} \boxed{2022} \quad \square^3: 3^3, 4^3, 5^3$$

2021

100

2022+r

2027

, $\mathbb{Z}_{2027}$

1, \dots

$$a_1 \rightarrow a_{2022} \quad m$$

$$20^3 = 8000$$

$$50^2 = 2500$$

$$20^4 = 27000$$

$$20^3 = 8000$$

$$m = S_2(a_m) + S_3(a_m) + S_6(a_m) +$$

2040

$$h^2 < 2027$$

$$h^2 < l < (h+1)^2 - S_2$$

$$h^3 < l < (h+1)^3 - S_3$$

$$h^6 < l < (h+1)^6 - S_6$$

$$h < \sqrt{l} < h+1$$

$$h < \sqrt[3]{l} < h+1$$

$$h = [\sqrt{l}]$$

$$h = [\sqrt[3]{l}]$$

$$h = [\sqrt[6]{l}]$$

$$l - (h+1)^3 - [\sqrt[3]{l}]$$

0

11

$$-1 \leq x-1 \leq 1$$

$$(8x^3 + 4x^2 - 18x - 9) \arccos(x-1) \leq \arccos\left(\frac{1}{4 \sin 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4 \cos 40^\circ}\right) \quad 0 \leq x \leq 2$$

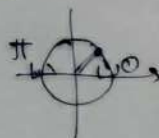
$$4x^2(2x+1)$$

$$-9(2x+1)$$

$$(4x^2-9)(2x+1)$$

$$(2x-3)(2x+3)(2x+1) \arccos(x-1)$$

$$\arccos\left(\frac{\sqrt{3}+1}{4 \cos 40^\circ}\right)$$



$$\frac{1 \sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\cos 40^\circ}$$

$$\frac{(4 \cos 40^\circ)^2 + (4 \sin 40^\circ)^2}{2 \cdot 3}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 4$$

$$\frac{16}{4}$$

$$\frac{1}{\cos 40^\circ} \left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{4 \cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4 \sin 40^\circ} = \frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{4 \sin 40^\circ \cos 40^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \sin 40^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ}$$

$$\sin 80^\circ$$

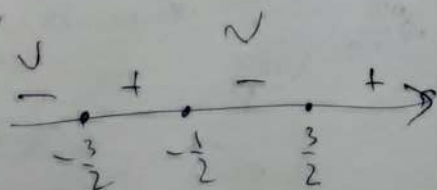
11

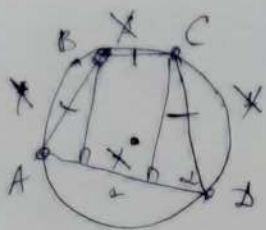
$$\cos 10^\circ$$

$$\cos 10^\circ = (40 - 30)^\circ$$

cos 1

$$= \cos 40^\circ \cos 30^\circ + \sin 40^\circ \sin 30^\circ$$





Чепован

$$2x=1$$



$$\sqrt[3]{x^3-3x^2+3x}$$

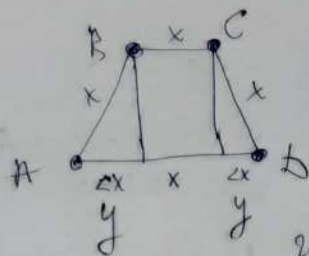
$$3x^2\sqrt{x^3+26}$$

$$1+1+1=1+5^2$$

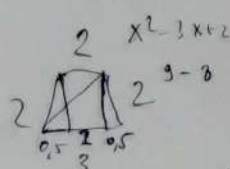
$$3x\sqrt{x^2+2}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$\frac{a}{2\sin\alpha} = R$$



$$2y \in \mathbb{Z}$$



$$4 = \frac{1}{4} + \frac{15}{4}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{2}$$



$$\sqrt{x^2-y^2}^2 + (x+y)^2$$

$$\sqrt{x^2-y^2+x^2+2xy+y^2}$$

$$8^2 - 12 + 6$$

$$(x-2)(x-2)$$

$$(\sqrt{2079})$$

$$2 \quad 45 \quad 46^2$$

$$7600 + 400 + 25$$

$$2x^2 + 2xy = 2x(x+y)$$

$$2x(x+y) = 4$$

$$x(x+y) \geq 2 \quad \otimes$$

$$x(x+y) = 2$$

$$2 \quad 2$$

$$4 \cdot 8$$

$$2079$$

$$+1000$$

$$\sqrt{2079}$$

$$\sqrt{2079}$$

$$\sqrt{2079}$$

$$2(4 + \frac{1}{2})$$

$$x|2y$$

$$3(6 + \frac{1}{2})$$

$$4(8 + \frac{1}{2})$$

$$3$$

$$4$$

$$5$$

$$6$$

$$7$$

$$8$$

$$9$$

$$10$$

$$11$$

$$12$$

$$13$$

$$14$$

$$15$$

$$16$$

$$? |a_n| \leq \frac{k}{k-1}$$

$$1/1+$$

$$x(x+y) = \frac{9}{2}$$

$$a_1 = \frac{2k-1}{k}$$

$$\frac{2k-1}{k} > \frac{k}{k-1}$$

$$\int f(x)^2 dx$$

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)^3 - 3\left(\frac{k}{k-1}\right)^2 + 3\frac{k}{k-1} =$$

$$= \left(1 + \frac{1}{k-1}\right)^3 - 3\left(1 + \frac{1}{k-1}\right)^2 + 3\left(1 + \frac{1}{k-1}\right) = 4 \frac{1}{12}$$

$$= 1 + 3\left(\frac{1}{k-1}\right)^2 + 3\frac{1}{k-1} + \left(\frac{1}{k-1}\right)^3 - 3 - 6\left(\frac{1}{k-1}\right) + \left(\frac{1}{k-1}\right)^2 + 3 + 3\frac{1}{k-1} =$$

$$= 1 + 4\left(\frac{1}{k-1}\right)^2 + \left(\frac{1}{k-1}\right)^3 = 1 + \frac{4(k-1)+1}{(k-1)^3} > \frac{1}{k-1}$$

$$4(k-1) + \frac{1}{k-1}$$

$$4(x^2 + 2x + 1)$$

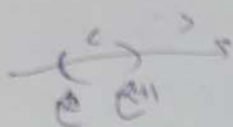
$$1 + 1 + 1 + 1$$

24



Черновик

$$|x(x+1)^2 + a| + |x(x-1)^2 - a| < 4(x+1)^2$$



$$|c^3| + |-1|c^3| = 4c^2 + 8c$$

$$2c^3 + 2c = 4c^2 + 8c$$

$$2c^3 - 4c^2 - 6c = 0$$

$$c^3 - 2c^2 - 3c = 0$$

$$c^2 - 2c - 3 = 0$$

$$(c-3)(c+1) = 0$$

$$x \cdot 4x^2 + 2a = 4x^2 + 8x$$

$$x = \frac{1}{4}a$$

$$-\frac{1}{4}a$$

~~3, 1~~

$$a_n: 6, 7, 8, 9, 10, \dots$$

$$b_n: 6, 7, 10, 11$$

$$b_{2022} = a_l$$

$$1, 2, 3, 4, 5$$

$a > 0$ Черновик

$$\frac{x^3 - 2x^2 + x - a}{a}$$

$$|a + 4x^2| < 4x^2 + 8x$$

$$|a + 4x^2| < 4x^2 + 8x$$

предположим $(l-1)$ раз $a \leq b$

$$2021 + S_2 + S_3 - S_6$$

$$|x(x+1)^2 + a| + |x(x-1)^2 - a| < 4x^2 + 8x$$

$$u^2 < a_l < (u+1)^2 \quad (2x^3 + 2x) / (l-1) = 2021 + u - 2 + v - w =$$

$$v^2 < a_l < (v+1)^2$$

$$w^2 < a_l < (w+1)^2$$

$$S_2 = u - 2$$

$$S_3 = v - 1$$

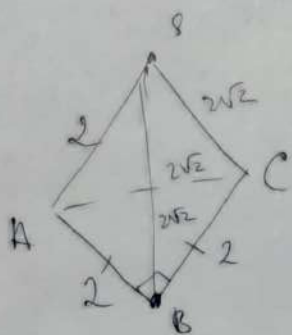
$$S_6 = w - 1$$

$$= 2021 + u + v - w$$

$$l = 2020 + u + v - w$$

$$l = 2020 + [\sqrt{l+5}] + [\sqrt{l+5}] - [\sqrt{l+5}]$$

$$x > 0$$



$$\frac{1}{3} Sh$$

$$SA \perp (ABC)$$

$$4, 5, 12, 3$$

$$-1, 0, 1$$

$$x^4(x+1)^2$$

$$x(x-1)^2$$



$$2x^3 + 2x < 4x^2 + 8x$$

$$2x^2 + 2 < 4x + 8$$

$$2x^2 - 4x - 6 < 0$$

$$x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$(x+1)(x-3) < 0$$

$$-1 \quad 3$$

$$4x^2 + 2a < 4x^2 + 8x$$

$$x > \frac{1}{4}a$$



$$|x^3 + 2x^2 + x + a| + |x^3 - 2x^2 + x - a| < 4x^2 + 8x$$

$$0 + |-a + 4x^2 - a| < 2x^2 + 8x$$

$$|4x^2 - 2a|$$

$$x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1)$$

$$x(x+1)^2$$

$$|x(x+1)^2 + a| + |x(x-1)^2 - a|$$

$$a = 0$$

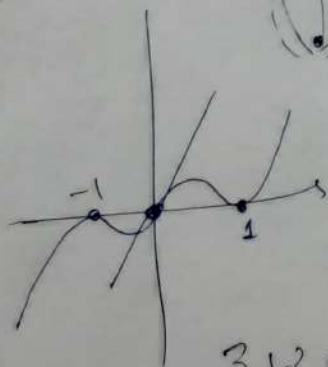
$$a > 0, x_0 > 0$$

$$x_0(x_0+1)^2 + a < 2x_0^2 + 8x_0$$

$$x_0^3 + 2x_0^2 + x_0 + a < 2x_0^2 + 8x_0$$

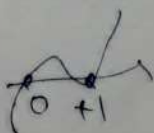
$$x_0^3 + 2$$

$$8$$



$$3x^2 + 4x + 1$$

$$16 - 12$$



Вар. 11-1

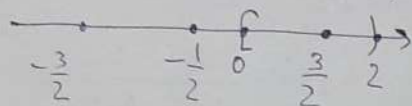
Исходные 1

$$N2. 8x^3 + 4x^2 - 13x - 9 = 4x^2(2x+1) - 9(2x+1) = (2x+1)(4x^2-9) = (2x+1)(2x-3)(2x+3)$$

$$\frac{1}{4 \cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4 \cos 50^\circ} = \frac{1}{4 \cos 40^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{4 \sin 40^\circ} = \frac{\sin 40^\circ + \sqrt{3} \cos 40^\circ}{4 \cos 40^\circ \sin 40^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \sin 40^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 40^\circ}{2 \cos 40^\circ \sin 40^\circ} =$$

$$= \frac{\cos 30^\circ \cos 40^\circ + \sin 30^\circ \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} = \frac{\cos(40^\circ - 30^\circ)}{\cos 10^\circ} = \frac{\cos 10^\circ}{\cos 10^\circ} = 1 \text{ и } \arccos 1 = 0$$

Поэтому пер. пер-во эквив.: $(2x+1)(2x-3)(2x+3) \arccos(x-1) \leq 0$, аргумент y $\arccos$ должен лежать в $[-1, 1] \Rightarrow -1 \leq x-1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$. Если $x=2$, то $\arccos(2-1)=0 \Rightarrow$ пер-во выполнено; если $x \in [0, 2)$, то $\arccos(x-1) > 0$, поэтому $(2x+1)(2x-3)(2x+3) \arccos(x-1) \leq 0 \Leftrightarrow (2x+1)(2x-3)(2x+3) \leq 0$



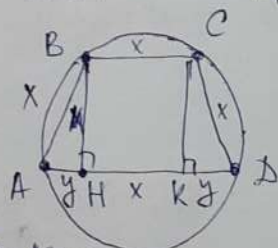
Используя метод интервалов, получаем, что при $x \in [0, \frac{3}{2}]$ выражение ≤ 0 ; при $x \in [\frac{3}{2}, 2]$ выражение > 0 .

Выражение ≤ 0 . Поэтому подходит только $[0, \frac{3}{2}] \cup \{2\}$.

Ответ: $[0, \frac{3}{2}] \cup \{2\}$.

N3.

Пусть $x=AB$



Т.к. $AB=CD$, то $CD \parallel AD$. Если $BC=AD$, то $AC=\sqrt{2}x$ - не целое. Значит, $BC \neq AD$ и $ABCD$ - трапеция (если $ABCD$ - к-м, то $BC=AD$). Пусть H и K - опущенные перп. из B и C на AD . Тогда $AH=KD=y$. Тогда $AD=x+2y$ - целое $\Rightarrow 2y$ - целое. $AB^2 = AH^2 + BH^2$, т.е.

$$\text{Периметр} = AB + BC + CD + DA = x + x + x + x + 2y = 4x + 2y$$

$$x^2 = y^2 + z^2 \Rightarrow BH = \sqrt{x^2 - y^2} \Rightarrow AC = BD = \sqrt{(x+y)^2 + \sqrt{x^2 - y^2}^2} = \sqrt{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - y^2} =$$

$$= \sqrt{2x^2 + 2xy} = \sqrt{2x(x+y)} \Rightarrow 2x(x+y) - \text{квадрат}, 2x(x+y) = x(2x+2y), \text{ где } x, 2x+2y - \text{целые, т.к. } 2y - \text{целое.}$$

$$1) x=1 \Rightarrow 2(1+2y) = 2+4y \text{ - квадрат } y < 1 \Rightarrow x(2x+y) = 1(2+2y) = 2+2y < 4 \Rightarrow 2+2y=1, \text{ но } 2+2y > 1.$$

$$2) x=2 \Rightarrow 2(4+2y) = 8+4y \text{ - квадрат и } 2y < 2 \cdot 2, 2y - \text{целое} \Rightarrow 2y \in \{1, 2, 3\}; 2(4+1), 2(4+2), 2(4+3) - \text{не квадраты}$$

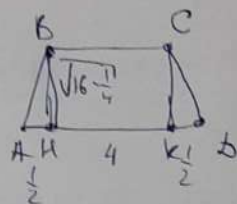
$$3) x=3 \Rightarrow 3(6+2y) = 18+6y \text{ - квадрат, } 2y < 2 \cdot 3 = 6, 2y - \text{целое} \Rightarrow 2y \in \{1, 2, 3, 4, 5\}; 3(6+1), 3(6+2), 3(6+3), 3(6+4), 3(6+5) - \text{не квадраты.}$$

Числовые 2

~~периметр = 17~~ периметр = $4x + 2y$, $16 + 1 = 17$.

Знаем, $x \geq 4$ и $x + k \cdot y$ -угол, то $y \geq \frac{1}{2}$. Построим отрезок AD с осн.

5, выберем точки H и K так, чтобы $AH = KB = \frac{1}{2}$ и построим $BH = CK = \sqrt{16 - \frac{1}{4}}$, $BH \perp AH$, $CK \perp KB$. Тогда $BC = HK = 4$; $AB = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (\sqrt{16 - \frac{1}{4}})^2} = \sqrt{16} = 4$; $CB = 4$ - аналогично. $BC \parallel AB \Rightarrow$



$\Rightarrow ABCD$ - $\square$ с осн $\Rightarrow ABCD$ вписан. $AB + BC + CD + DA = 4 + 4 + 4 + 5 = 17$.

$AC = \sqrt{AK^2 + CK^2} = \sqrt{(4 + \frac{1}{2})^2 + (\sqrt{16 - \frac{1}{4}})^2} = \sqrt{16 + 4 + \frac{1}{4} + 16 - \frac{1}{4}} = \sqrt{36} = 6$ - угол, BD - аналогично.

$\sin \angle ABC = \sin \angle KBC = \frac{CK}{CB} = \frac{\sqrt{16 - \frac{1}{4}}}{4} = \frac{\sqrt{\frac{63}{4}}}{4} = \frac{\sqrt{63}}{8}$ и радиус опис. окруж.

$ABCD$ равен радиусу опис. окруж. $\triangle ABC$, т.е. равен $\frac{AC}{2 \sin \angle ABC} = \frac{6}{2 \cdot \frac{\sqrt{63}}{8}} = \frac{6 \cdot 8}{2 \sqrt{63}} = \frac{5 \cdot 8}{\sqrt{63}} = \frac{24}{\sqrt{63}}$

Ответ: радиус = $\frac{24}{\sqrt{63}}$.

№ 4. Пусть $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow f$ ~~возрастает~~ возрастает на $\mathbb{R}$.

Покажем по n показав, что $a_n \in [1, 2]$:

База: $n=1$: верно, Переход: $n \rightarrow n+1$: $a_{n+1} = f(a_n) \geq f(1) = 1$; $a_{n+1} = f(a_n) \leq f(2) = 2$

$\Rightarrow f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 = 8 - 12 + 6 = 2 \Rightarrow a_{n+1} \in [1, 2]$.

При натуральном n $a_{n+1} \leq a_n \Leftrightarrow a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n \leq a_n \Leftrightarrow a_n^3 - 3a_n^2 + 2a_n \leq 0 \Leftrightarrow a_n^2 - 3a_n + 2 \leq 0 \Leftrightarrow (a_n - 1)(a_n - 2) \leq 0$ - верно, т.к. $a_n \in [1, 2]$.

Тогда посл-во $(a_n)_{n=1}^\infty$ невозрастает и ограничено снизу единицей. Значит, по т. Вейерштрасса $\exists a \in \mathbb{R}$: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$. Тогда $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = a \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^3 - 3a_n^2 + 3a_n) = a \Rightarrow a^3 - 3a^2 + 3a = a \Rightarrow a^3 - 3a^2 + 2a = 0$.

при всех n ~~$1 \leq a_n$~~ $1 \leq a_n$ и $a_n \leq a_{n-1} \leq \dots \leq a_1 = \frac{4043}{2622} \Rightarrow$ при всех n

$1 \leq a_n \leq \frac{4043}{2622} \Rightarrow 1 \leq a \leq \frac{4043}{2622} < 2 \Rightarrow 1 \leq a < 2$.

$0 = a^3 - 3a^2 + 2a = a(a^2 - 3a + 2) = a(a-1)(a-2) \Rightarrow a \in \{0, 1, 2\} \Rightarrow a = 1$, т.к. $1 \leq a < 2$.

т.е. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1 \Rightarrow \exists N: \forall n > N |a_n - 1| < \frac{1}{2021} \Rightarrow |a_{n+1} - 1| < \frac{1}{2021} \Rightarrow a_{n+1} - 1 < \frac{1}{2021}$

числовик 3

$$\leq \frac{1}{2021} \Rightarrow a_{n+1} < 1 + \frac{1}{2021} = \frac{2022}{2021}. \text{ Также } a_{n+1} \geq 1 \Rightarrow 1 \leq a_{n+1} < \frac{2022}{2021} \Rightarrow |a_{n+1}| < \frac{2022}{2021}.$$

Ответ: да.

N1. Пусть $a_1, a_2, \dots$ — последовательность натуральных чисел; $b_1, b_2, \dots$ — последовательность натуральных чисел, состоящая из квадратов и кубов. Известно, что $a_n = n+5$. Пусть $b_{2022} = a_n$, тогда $u^2 < a_n < (u+1)^2$, $v^3 < a_n < (v+1)^3$, $w^6 < a_n < (w+1)^6$, тогда среди $(n-1)$ чисел последовательности есть 2021 число, которое не квадрат и не куб; есть $(u-2)$ квадратов, есть $(v-1)$ кубов, есть $(w-1)$ шестых степеней $\Rightarrow n-1 = 2021 + u - 2 + v - 1 + w - 1$, т.е. шестые степени считаются и как квадраты, и как кубы. Тогда $n-1 = 2021 + u + v + w - 3 \Rightarrow n = 2020 + u + v + w$.

$$u < \sqrt{a_n} < u+1, v < \sqrt[3]{a_n} < v+1, w < \sqrt[6]{a_n} < w+1 \Rightarrow u = [\sqrt{a_n}] = [\sqrt{n+5}], v = [\sqrt[3]{a_n}] = [\sqrt[3]{n+5}], w = [\sqrt[6]{a_n}] = [\sqrt[6]{n+5}] \Rightarrow n = 2020 + [\sqrt{n+5}] + [\sqrt[3]{n+5}] + [\sqrt[6]{n+5}].$$

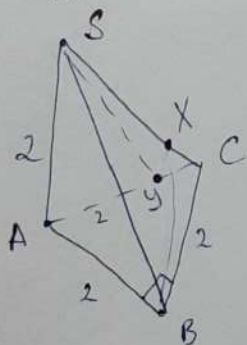
Известно, что 2074 ~~не является~~ ^{непосредственно является} решением ур-я. Также известно, что b_{2022} — одно число $\Rightarrow 2074$ — единственное ~~натуральное~~ решение ур-я.

~~по описанию~~ Т.е. $b_{2022} = a_{2074} = 2074+5 = 2079$.

$$\begin{cases} [\sqrt{2079}] = 45, [\sqrt[3]{2079}] = 12, \\ [\sqrt[6]{2079}] = 3 \\ 2074 = 2020 + 45 + 12 + 3 \end{cases}$$

Ответ: ~~2074~~ 2079.

N5.



$AC = 2\sqrt{2}$. Пусть Ω — сфера. SA — пересечение Ω -тей (SAB) и (SAC) , которое перпендикулярно $(ABC) \Rightarrow SA \perp (ABC) \Rightarrow \angle SAC = \angle SAB = 90^\circ$. Тогда $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4+8} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$. Пусть X — точка на SC и $SX = 2\sqrt{2}$; Y — точка на AC и $SY = 2\sqrt{2} \Rightarrow AY = \sqrt{SY^2 - SA^2} = 2$.

Пусть $u(x)$ — левое неравенство; $v(x)$ — правое.

N6. Пусть $f(x) = |x^3 + 2x^2 + x + 1| + |x^3 - 2x^2 + x - 1| - 4x^2 + 8x$ — непрерывная.

Покажем, что если решение ~~то~~ ^{то} ~~никогда не является~~ ^{то} решением. Пусть $(c, c+1)$ — мн-во р-ий. Если $f(c) > 0$, то ~~никогда не является~~ ^{противоречие} решением.

$\exists \delta > 0: \forall x \in (c-\delta, c+\delta) f(x) > 0 \Rightarrow (c, c+1)$ не всё мн-во р-ий; если $f(c) < 0$, то $\exists \delta > 0: \forall x \in (c-\delta, c+\delta) f(x) < 0 \Rightarrow$ ~~никогда~~ ^{никогда} $(c, c+1)$ не является решением.

Тогда $f(c) = 0$, аналогично $f(c+1) = 0$. Будем решать $f(c) = 0$:

1) Если $u(x) \geq 0, v(x) \geq 0$, то $2x^3 + 2x^2 = 4x^2 + 8x \Rightarrow 2x^3 + 2x^2 - 4x^2 - 8x = 0$
 $\Rightarrow x^3 + x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 + x - 4) = 0 \Rightarrow x \in \{-1, 0, 3\}.$

Условие 4

$$2) \text{ Если } u(x), v(x) \leq 0, \text{ то } -2c^3 - 2c = 4c^2 + 8c \Rightarrow c^3 + 2c^2 + 8c + 2c = c(c^2 + 2c + 10) = 0$$

$$\Rightarrow c \in \{0\}.$$

$$3) u(x) \geq 0, v(x) \leq 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 + x + a - x^3 + 2a^2 - x + a = 4x^2 + 2a = 4x^2 + 8x \Rightarrow x = \frac{1}{4}a$$

$$4) u(x) \leq 0, v(x) \geq 0 \Rightarrow -x^3 + 2x^2 - x - a + x^3 + 2x^2 + x - a = -4x^2 - 2a = 4x^2 + 8x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 8x + 2a = 0 \Rightarrow 4x^2 + 4x + a = 0 \Rightarrow x \in \left\{ \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16a}}{8} \right\} = \left\{ \frac{-4 \pm 4\sqrt{1-a}}{8} \right\} =$$

$$= \left\{ \frac{-1 \pm \sqrt{1-a}}{2} \right\}$$

Тогда среди чисел $\{-1, 0, 3, \frac{1}{4}a, \frac{-1 \pm \sqrt{1-a}}{2}\}$ нужно

найти два числа, отличающиеся на 1