



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы горы!»**

Профиль олимпиады: **Математика**

ФИО участника олимпиады: **Вылубков Дмитрий Александрович**

Класс: **9**

Технический балл: **90**

Дата проведения: **27 марта 2022 года**

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
2021/2022 учебный год
Заключительный этап

ФИО участника: Вылубков Дмитрий Александрович

Класс: 9

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Тех. балл*
15 баллов	5 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	15 баллов	90 баллов

*Верное решение каждой задачи оценивалось в 15 баллов.
Технический балл получался прибавлением 10 к сумме баллов за решение задач.

ЧЕРНОБИК

Алгебра

Решить k - натуральное деление y на 10 и 7

$\frac{10}{k}$ - целое деление

k - натур. $y/10$ (натур.)

$$10 + \frac{7 \cdot k}{2} = y$$

$\frac{10}{k}$ - целое деление

$$10 + 3,5k = y - 10 \quad (7)$$

$$10 + \frac{7 \cdot k}{2} = y \in \mathbb{N}$$

5 дел

$$\frac{10 \cdot k}{2} = 5$$

$$\frac{10}{k}$$

$$\leq 15$$

$$\frac{2(y-10)}{7}$$

$$\frac{35}{y-10} \quad y=15$$

$$k \in \frac{10}{k} \in \mathbb{Z}$$

$$k = \frac{2(y-10)}{7}$$

$$\frac{15}{13}$$

$$y \notin \mathbb{Z}$$

$$7k = 8$$

$$y-10=0,15$$

$$k = \frac{8}{7}$$

$$10,35$$

$$\frac{70}{2(y-10)} \in \mathbb{Z}$$

$$x \cdot y = t$$

$$10,035$$

$$y=13,5$$

$$(y-10) \in \mathbb{Z}$$

$$1234$$

$$y \leq 15$$

$$t(t+1) + t - x = 2022$$

$$y-10 \in [1; 4]$$

$$(xy)^2 + (xy) + 5 = 2022$$

$$1840$$

$$t^2 + t - 2022 \leq 0$$

$$44^2$$

$$D=$$

$$k = \frac{2}{7}$$

$$35 \text{ ред.}$$

$$176$$

$$11 \text{ р.}$$

$$1936$$

$$\frac{2}{7}$$

$$7$$

$$\frac{2}{7}$$

$$1280$$

Упр. 1 и 2

4E P H O B U K

2. $g(b-c) : 72$

b-c: 8

$$b = 9 \quad c = 1$$

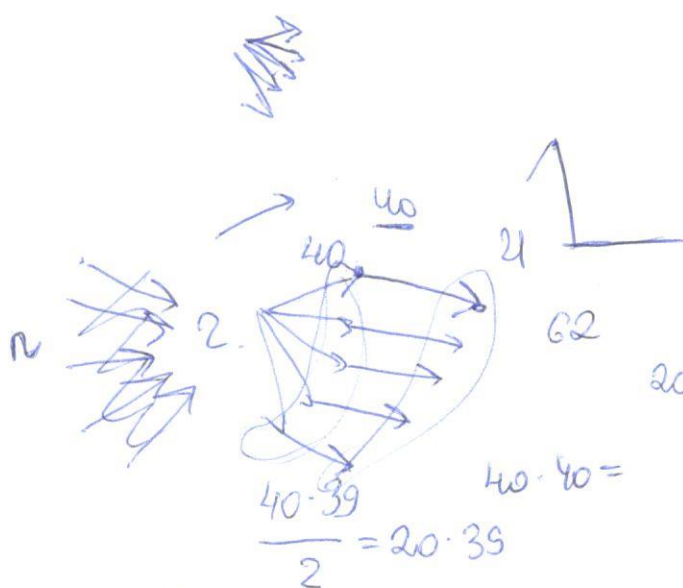
$$b = 8 \quad c = 0$$

880

91

189.5
gas

gah



$$20(802 - 39) = 20 \cdot 40 + 20 \cdot 41$$

$$40 \cdot 40 =$$

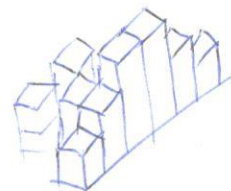
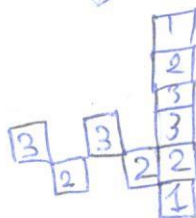
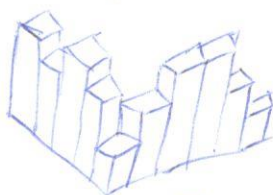
$$\frac{40.78}{2} = 20.39$$

$a \geq 90$

2022-4 = 8088

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 44 \\ \hline 172 \\ 172 \\ \hline 1892 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 46 \\ \hline 270 \\ 180 \\ \hline 2070 \end{array}$$



Стр. 2 из 2

ЧИСЛОВИК

№1

Пусть k - производительность кондитера (градусов в день выпекать)^a
 y - общее количество градусов.

$\frac{10}{k}$ - кол-во рабочих, понятно, что: $\frac{10}{k} \in \mathbb{N}$

Из условия также следует, что $y \in \mathbb{N}$.

$\frac{7 \cdot k}{2}$ - кол-во градусов, выпеченных во II день

$$10 + \frac{7 \cdot k}{2} = y$$

$$k = \frac{2(y-10)}{7} \Rightarrow \frac{10}{k} = \frac{70}{2(y-10)} = \frac{35}{y-10} \in \mathbb{N}.$$

Заметим, также, что $y \in [11, 14]$, т.к. некоторые рабочие забили, что градусы во второй день выпечено < 5 и $y \neq 10$, т.к. тогда $k=0$, что не может быть $\Rightarrow$

$$y-10 \in [1, 4] \text{ и } 35 : (y-10) \Rightarrow y-10=1, \text{ т.к. тогда } 35/(y-10) \Rightarrow$$

$y=11$. Рабочих - 35, производительность $\frac{2}{7}$ градусов в день

Ответ: 11 градус

№2.

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

$$\overline{acb} = 100a + 10c + b$$

$$\overline{abc} - \overline{acb} = 9(b-c) : 72 \Rightarrow b-c : 8.$$

b и c - цифры $\Rightarrow b, c \in [0, 9]$ и $b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$$b-c=8 \text{ при } b=9, c=1 \\ b=8, c=0$$

Числа вида $\overline{a91}$ 8 штук, $a \neq 0$ (191, 291, 391, 491, 591, 691, 791, 891, 991)

Числа вида $\overline{a80}$ тоже 8, $a \neq 0$ (180, 280, 380, 480, 580, 680, 780, 880, 980)

$$8+8=16$$

Ответ: 16

стр. 1 из 3

N3

ЧИСЛОВИК

Обычно, что для каждой суммы (xy) такое y можно найти

Также понятно, что $y \leq xy -$ ← противоречие
при $xy \leq 43$

$$(xy)^2 + (xy) \leq (xy)(xy+1) \leq 1892 \Rightarrow y \geq 128 \Rightarrow xy \geq 44$$

Также, если $xy \geq 95$, то $(xy)(xy+1) \geq 2070 > 2022 \Rightarrow$ противоречие $\Rightarrow xy \leq 44$

Из двух неравенств $\Rightarrow$, что $xy = 44$.

$$(xy)(xy+1) + y = 2022$$

$$44 \cdot 45 + y = 2022$$

$$1980 + y = 2022$$

$$y = 42 \Rightarrow x = 2, y = 42$$

Ответ: (2, 42)

N5

Может быть действительные корни, знаем, что $D \geq 0$

$$D = a^2 - 8088 \geq 0$$

$$a^2 \geq 8088$$

$a \geq 90$, при этом, при 90 $D > 0 \Rightarrow$ будет 2 корня.

Сумма корней квадрат. уравнения равна $-a - a \Rightarrow$

$$\text{Сумма корней равна: } -90 - 91 - 92 - \dots - 99 = -(90 + \dots + 99) =$$

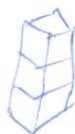
Понятно, что если x_0 является корнем уравнения $x^2 + ax + 2022 = 0$ ($a \in [9, 99]$),
= -945 но в группу он не будет входить, т.к. будет ≤ 0 или > 0 .

Ответ: -945

N4

Назовём "башенной" фигуру $1 \times 1 \times k$

По условию спереди или сзади, то есть ≥ 3 башенки высотой 3, также ≥ 2 башенки высотой 2. Из вида сверху ≥ 2 башенки высотой 1. Каждая башенка добавляет +1 к какому-то числу сверху. $\Rightarrow$ всего $\geq 3+2+2=7$



- Башенки $1 \times 1 \times 3$
(башенка высотой 3)

Пример: (примечание: сколько не считает, в башенках - высота башенки)

				1	← 1
	2				← 2
3		3		3	← 3
				3	← 3
			2		← 2
				1	← 1
↑ 3	↑ 2	↑ 3	↑ 2	↑ 3	

Ответ: 7

Прим. 2 из 3

N6

ЧИСТОВИК

Г - Гаваня - 37, Пандора - П, что касается вершины, а портал - порт. ребра.

Из Г. мы можем добраться первым шагом

в 40 других планет - соседних из группы I

Внутри группы I $\leq 40 \cdot 39 = 20 \cdot 39$ - ребер. А значит 40 21

из группы I 1600 ребер $\Rightarrow$ в другие планеты может пойти по 840 ребер.

Видно, что в группу I можно добраться еще в 21 планету.

В Пандору входит 40 ребер, а из Г. мы можем специально 2 шагов добраться $\Rightarrow$ в 1 планету $\Rightarrow$ ~~в~~ по принципу дурше, чтобы идти планету мы можем добраться из Г (специально ≤ 2 шагов) и из нее добраться в П. $\Rightarrow$ За 3 шага можно пойти из Г. в П.

Пример:

100 планет по кругу, пронумерованы планеты по часовой стрелке. В k-тую планету можно добраться с планет k-100, k-39, ..., k-1 (по часовой стрелке 100).

А из k-той планеты можно добраться в k+1, k+2, ..., k+100 (по часовой стрелке 100). Тогда пусть Г. под номером 1, а Пандора:

1) Под номером 2, Нуши 1 портал

2) Под номером 42. Нуши 2 портала, т.е. специально gehen может ≤ 41 планет.

3) Под номером 82. Нуши 3 портала. т.е. специально gehen может ≤ 81 .

Ответ: 1, 2, 3.

N2

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

$$\overline{acb} = 100a + 10c + b$$

$$\overline{abc} - \overline{acb} = 9(b-c) : 72 \Rightarrow b-c : 8$$

$$\begin{matrix} \text{Всего 8 вариантов} & b-c=8 \\ & b-c=0 \\ & b-c=-8 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} b-c=8 \\ b=9, c=1 \\ b=8, c=0 \end{matrix}$$

$$\text{Взяли } a=8 \text{ вар. } (a \neq 0) \Rightarrow 8 \cdot 2 = 16 \text{ вар.}$$

$$\begin{matrix} b-c=0 & \rightarrow & b-c=8 \\ \downarrow & & \downarrow \\ b=c & & b=1, c=9 \\ \text{Взяли } b=9 \text{ вар.} & & b=0, c=8 \end{matrix}$$

Взяли $a=8$ вар. (a $\neq 0$)

$\neq 2$ варианта

Немножко, если $b-c=8 \Rightarrow$ 16 вариантов.

$$\text{Всего: } 72 + 16 \cdot 2 = 104 \text{ варианта}$$

Ответ: 104 варианта