МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы Горы!»**

Профиль олимпиады: **Физика**

ФИО участника олимпиады: **Чачава Георгий Александрович**

Класс: 11

Технический балл: **87**

Дата проведения: **24 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»
Заключительный этап 2021/22 учебного года.

ШИФР РАБОТЫ	**1680198**

Результаты проверки:

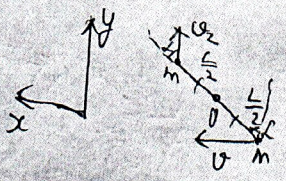
	1	**2**	**3**	**4**	**Σ**
В	5	3	5	2	87
З	12	20	20	20	

Пятаков Александр Павлович
Маркова Светлана Николаевна

ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА:87

1680198

№1 вопрос. лист 1



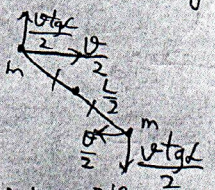
$\alpha = 30°$ точка 0 - координата центра масс.

Кинематическая связь (твердый стержень):

$v\sin\alpha = v_2\cos\alpha \Rightarrow v_2 = v\,tg\alpha$.

Запишем скорость центра масс в проекциях на x и y:

$v_{x\,ц.м.} = \frac{v}{2}$; $v_{y\,ц.м.} = \frac{v_2}{2} = \frac{v\,tg\alpha}{2}$. Перейдём в И.С.О. центра масс:



Скорость нижнего шарика:

$v_1 = \sqrt{\frac{v^2}{4} + \frac{v^2 tg^2\alpha}{4}} = \frac{v}{2}\sqrt{1+tg^2\alpha} = \frac{v}{2\cos\alpha}$

Тогда его угловая скорость:

$\omega = \frac{2v_1}{L} = \frac{v}{L\cos\alpha} = \frac{2{,}5}{\cos\alpha} = \boxed{\frac{5}{\sqrt{3}}}$ рад/с. Ответ: $\omega = \frac{5}{\sqrt{3}}$ рад/с

+

№2 вопрос.

Температура - мера кинетической энергии хаотического движения молекул. В частности, существует закон:

$\frac{m\langle v^2\rangle}{2} = \frac{i}{2}kT$, где m - масса молекулы; $\langle v^2\rangle$ - среднеквадратичная скорость движения молекул; i - кол-во степеней свободы молекулы (i=3 - одноатомный; i=5 - двухатомный; i=6 - многоатомный); k - постоянная Больцмана; T - температура. Здесь температура измеряется в особых единицах - Кельвинах. Эта единица измерения более фундаментальна, чем Цельсий, поскольку 0 у этой шкалы соответствует случаю, когда скорость движения молекул нулевая, а у Цельсия ноль при кристаллизации воды.

±

№3 вопрос.

II правило Кирхгофа:

$\mathcal{E} - U_D - I_D r = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = I_D r + U_D$ или же $U_D + 4I_D = 4$ (1)

Из графика получим: $U_D \approx 1{,}5$ В и $I_D \approx 0{,}6$ А (они подходят для (1))

Ответ: $I_D = 0{,}6$ А.

+

№4. вопрос:

Есть два случая: $n_ж > n_c$ и $n_ж < n_c$, где $n_ж$ - показатель преломления жидкости, n_c - показатель преломления стекла линзы. Если $n_ж = n_c$, то оптическая сила линзы не изменится, поскольку среда одинакова с обеих сторон.

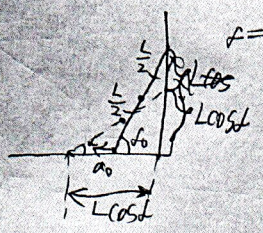
+ ??

№4 вопрос (продолжение) Лист 2

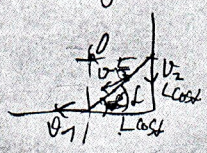
Если же $n_ж > n_c$, то оптическая сила по модулю не изменится, но станет отрицательной в ~~силу~~ силу формулы: $D = \left(\frac{n_c}{n_ж} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$, где D – оптическая сила линзы; R_1 и R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы ($R_1 > 0$; если R_1), то $R_1 < 0$. Тоже самое с R_2).

При $\frac{n_c}{n_ж} < 1 \Rightarrow D < 0$

№1. задача.



Пусть v_1 и v_2 – скорости ~~верхнего~~ нижнего и ~~нижнего~~ верхнего концов лестницы соответственно:



Тогда кинематическая связь:

$v_1 \cos\alpha = v_2 \sin\alpha \Rightarrow v_1 = v_2 \ (\alpha = 45°)$

v_0 – скорость конца

O – мгновенный центр скоростей

Тогда равенство угловых скоростей отн. O:

$$\frac{v_1}{L\cos\alpha} = \frac{2v_0}{L} \Rightarrow v_0 = \frac{v_1}{2\cos\alpha}$$

Найдём v_1 из ~~закона~~ равноускоренного движения:

$$v_1 = a_0 t = \sqrt{\frac{a_0 L}{2}} \Rightarrow v_0 = \frac{v_1}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{a_0 L}}{2}}$$

+

Теперь найдём полного ускорение:

$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$

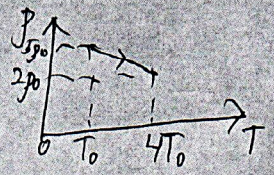
Если в данный момент верно $v_0 = \frac{v_1}{\sqrt{2}}$, то также, взяв производную: $a_\tau = \frac{a_0}{\sqrt{2}}$

$$a_n = \frac{2v_0^2}{L} = \frac{2}{L} \cdot \frac{a_0 L}{4} = \frac{a_0}{2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{a_0^2}{2} + \frac{a_0^2}{4}} = \boxed{a_0 \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

+

Ответ: $v_0 = \frac{\sqrt{a_0 L}}{2}$; $a = a_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$

№2. задача.



Найдём зависимость $p(T)$:

$$p = aT + b \Rightarrow \begin{cases} 5p_0 = aT_0 + b \\ 2p_0 = 4aT_0 + b \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{p_0}{T_0};\ b = 6p_0$$

$$p = -\frac{p_0}{T_0}T + 6p_0$$

УСИТ:

$$p = \frac{R}{\mu}RT \Rightarrow p = \frac{R}{\mu}\left(-\frac{p_0}{T_0}T^2 + 6p_0 T\right)$$

Взяв производную и приравняв к нулю

$$-2\frac{p_0}{T_0}T + 6p_0 = 0 \Rightarrow T = 3T_0$$ – точка максимума

Тогда:

$$p_{max} = \frac{9p_0 R T_0}{\mu}$$

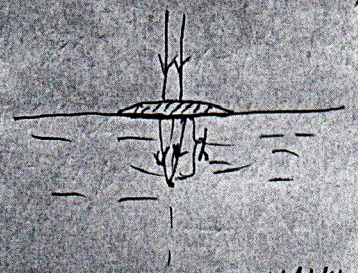
Поскольку парабола симметрична, то в самой удалённой точке от максимума будет минимальное давление. В нашем случае $T_{min} = T_0 \Rightarrow p_{min} = \frac{5p_0 R T_0}{\mu} \Rightarrow \boxed{\frac{p_{max}}{p_{min}} = \frac{9}{5} = 1{,}8}$

Ответ: $\frac{p_{max}}{p_{min}} = 1{,}8$

+

№4. задача.

Лист 3



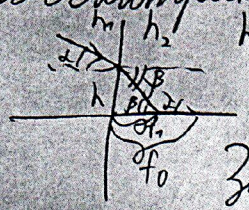
По известной формуле:

$D = \frac{n-1}{R}$ (в воздухе) n-показатель преломления, R-радиус кривизны линзы

Решив мини-задачу, можно написать:

$h = \frac{n_в}{n} F_1$ F_1-фокус, если стекло вместо воды

Рассмотрим мини-задачу:



h и α-малые

$\frac{f_1}{f_0}$-? n_2 и n_1-среды с соот. h.

Закон Снеллиуса:

$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{n_2}{n_1}$ (углы малые)

$\alpha \approx \frac{h}{f_0} \Rightarrow \frac{f_1}{f_0} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow f_1 = \frac{n_2}{n_1} f_0$

$\beta \approx \frac{h}{f_1}$

Также:

$F_0 = \frac{1}{D} = \frac{1}{n} F_1$, где F_0-воздух вместо стекла

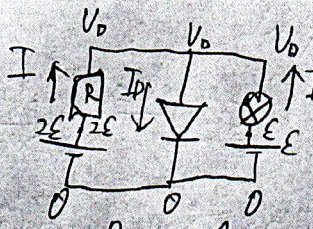
Отсюда:

$h = n_в \cdot F_0 = \frac{n_в}{D} \Rightarrow \boxed{n_в = hD} = 1{,}4$

Ответ: $n_в = 1{,}4$.

+

№3. задача



Ток через лампочку:

$I_1 = I_0 \sqrt{\frac{|\varepsilon - U_D|}{\varepsilon}}$

II правило Кирхгофа: $2\varepsilon - U_D - IR = 0$

$I = \frac{2\varepsilon - U_D}{R}$

I правило Кирхгофа: $I_D = I_1 + I_0 \Rightarrow I_D = \frac{2\varepsilon - U_D}{R} + I_0 \sqrt{\frac{|\varepsilon - U_D|}{\varepsilon}}$

Если $U_D > \varepsilon$, то при подстановке чисел $I_D < 0$, чего не может быть.

Тогда при $U_D < \varepsilon$:

$I_D = \frac{2\varepsilon - U_D}{R} + I_0 \sqrt{\frac{\varepsilon - U_D}{\varepsilon}} \underset{\text{подставив числа}}{=} \frac{1}{2} - \frac{U_D}{20} + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{U_D}{5}}$

Из графика: $U_D \approx 1{,}75$ В $I_D \approx 0{,}8$ А

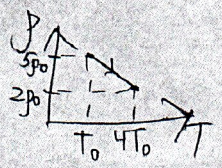
Потребляемая мощность:

$P_D = I_D \cdot U_D = \boxed{1{,}4 \text{ Вт}}$

Ответ: $P_D = 1{,}4$ Вт.

+

№2. (задача) черновик



$p = \frac{\rho}{\mu} RT$

$p = aT + b$

$5p_0 = aT_0 + b$

$2p_0 = 4aT_0 + b$

$3p_0 = -3aT_0$

$a = -\frac{p_0}{T_0}$

$b = 6p_0$

$p = -\frac{p_0}{T_0}T + 6p_0$

$p = \frac{R}{\mu}\left(6p_0T - \frac{p_0}{T_0}T^2\right)$

$6p_0 - \frac{2p_0}{T_0}T = 0$

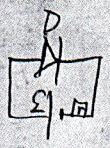
$p_{max} = \frac{9p_0RT_0}{\mu}$ $\quad T = 3T_0$

$p_{min} = \frac{5p_0RT}{\mu}$

$\frac{p_{max}}{p_{min}} = \boxed{\frac{9}{5}}$

$0{,}175 \times 8 = 1{,}4$

№3 (вопрос):



$\cancel{\varepsilon - U =}$

$\varepsilon - U - Ir = 0$

$U + Ir = \varepsilon$

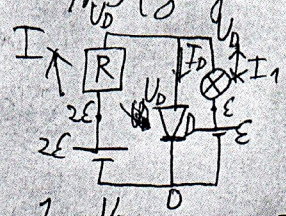
$U + 4I = 4$

Из графика

$U \approx 1{,}5$ В

$\boxed{I \approx 0{,}6 A}$

№3 (задача):



$\boxed{I + I_1 = I_D}$

$\cancel{I = I_D + I_1}$

$I_1 = I_0\sqrt{\frac{-U_D+\varepsilon}{\varepsilon}}$

$P = U_D \cdot I_D$

$I_D = \frac{2\varepsilon - U_D}{R} + I_0\sqrt{\frac{-U_D+\varepsilon}{\varepsilon}}$

$2\varepsilon - IR - U_D = 0$

$\cancel{2\varepsilon - IR}$

$IR = 2\varepsilon - U_D$

$I = \frac{2\varepsilon - U_D}{R}$

$I_D = \frac{1}{2} - \frac{U_D}{20} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{U_D}{5} + 1}$

$\frac{9}{20} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{5}}$ $(U_D = 1В)$

$0{,}4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1{,}73}{2{,}23}$

$\cancel{\frac{1}{2} - \frac{U_D}{20} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{U_D}{\varepsilon} - 1}}$

$1{,}73 : 4{,}46 = 0{,}$

$1730 : 446 = 0{,}43$

$\frac{1}{2} - \frac{15}{40} + \frac{1}{2}\sqrt{0{,}7}$

$\frac{17}{40} + 0{,}41$

$0{,}1\sqrt{70}$

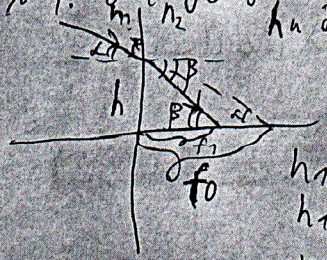
$0{,}82$

$8{,}1 \times 8{,}1 = 81 + 648 = 65{,}61$

$8{,}3 \times 8{,}3 = 249 + 684 = 70{,}89$

$25 \times 17 = 175 + 25 = 425 + 410 = 1000$

№4. (подзадача)



h и α малы

$\frac{8{,}25}{20} + \frac{1}{2}\sqrt{0{,}75}$

$\frac{33}{80} + \frac{1}{2}\sqrt{0{,}75}$

$\frac{33}{80} + \frac{1{,}73}{4}$

$1{,}73 : 4 = 0{,}4282$

$330 : 80 = 0{,}41$

$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$

$n_1\alpha = n_2\beta$

$\beta = \frac{h}{f_1}$

$\alpha = \frac{h}{f_0}$

$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n_2}{n_1}$

$\frac{f_1}{f_0} = \frac{n_2}{n_1}$

$\boxed{f_1 = \frac{n_2}{n_1} f_0}$

$1{,}4n = n_в$

$20 = 14 \cdot \frac{n_в}{n}$

$F = \frac{n_{отн.} R}{n_{отн.} - 1}$

$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_л}{n_{отн.}} - 1\right)\left(\frac{1}{R}\right)$

$F_0 = \frac{nR}{n-1} = \cancel{\frac{Rn}{n(1-n)} = \frac{R}{1-n}}$

$\frac{nR}{n-1}$

$F_0 = \frac{1}{n} F_1$

$\frac{1}{R} \cdot \left(\frac{n}{1} - 1\right) = \frac{1}{F}$

$F_0 = \frac{R}{n-1}$

$h = \frac{n_в}{n} \cdot F_1$

$n_в = hD \cdot n$

$D = \frac{n-1}{R}$

$F_0 n_в = h$

$n_в = D \cdot h = \boxed{1{,}4}$