МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы Горы!»**

Профиль олимпиады: **Физика**

ФИО участника олимпиады: **Чалый Максим Евгеньевич**

Класс: 11

Технический балл: **96**

Дата проведения: **24 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»
Заключительный этап 2021/22 учебного года.

ШИФР РАБОТЫ	1689383

Результаты проверки: Орешко Алексей Павлович
Лукашева Екатерина Викентьевна

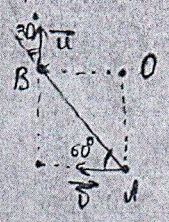
	1	2	3	4	Σ
В	5	4	5	3	96
З	19	20	20	20	

ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА:96

1689383

Чистовик №1 из 5

Вопрос 1



Проекции скоростей шариков на стержень должны быть одинаковыми:

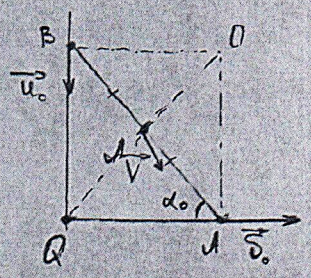
$v\cos 60^\circ = u\cos 30^\circ \Rightarrow u = \frac{v\sqrt{3}}{3}$.

Т.к. $\vec{OB} \perp \vec{u}$, а $\vec{OA} \perp \vec{v}$, то O – мгновенный центр скоростей, тогда

$\omega = \frac{v}{OA} = \frac{2v}{L\sqrt{3}} \approx 2{,}8\ \frac{рад}{с}$

+

Задача 1



Найдем скорость нижнего конца лестницы (т. A).

Из кинематики равноускоренного движения:

$v_0 = a_0 t = \sqrt{\frac{a_0 L}{2}}$

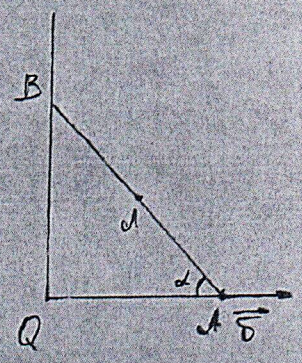
Т.к. верхний конец лестницы движется по стене без отрыва, то его скорость $\vec{u}$ направлена вдоль стены.

Т.к. $\vec{OA} \perp \vec{v}$, а $\vec{OB} \perp \vec{u}$, то O – мгновенный центр скоростей.

$\omega_0 = \frac{v_0}{OA} = \frac{v_0}{L\sin\alpha_0}$ – угловая скорость вращения лестницы.

$V = \omega_0 \cdot QA = \frac{v_0}{2\sin\alpha_0} = \frac{v_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{a_0 L}{4}}$

+



$QA = \frac{AB}{2} = \frac{L}{2} = const \Rightarrow$ леонтьев движется по окружности с радиусом $\frac{L}{2}$, поэтому центростремительное ускорение $a_\tau = \frac{2V^2}{L} = \frac{a_0}{2}$

Теперь необходимо найти тангенциальное ускорение.

Время будем отсчитывать от того момента, когда $\alpha = \alpha_0$.

$v(t) = v_0 + at$, $QA(t) = L\cos\alpha_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

$\sin\alpha = \sqrt{L^2 - QA^2(t)}/L$

Как ранее было показано $\omega = \frac{v}{L\sin\alpha} = \frac{v_0 + at}{\sqrt{L^2 - (L\cos\alpha_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2})^2}}$

$a_\tau = \left|\frac{dV}{dt}\right| = \left|\frac{d(\omega \cdot \frac{L}{2})}{dt}\right| = \frac{L}{2}\left|\frac{d\omega}{dt}\right| = \frac{L}{2}|\dot{\omega}| = \frac{L}{2}\left|\frac{a_0\sqrt{L^2 - (L\cos\alpha_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2})^2} + (v_0 + at)^2 \cdot (L\cos\alpha_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}) / \sqrt{L^2 - (L\cos\alpha_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2})^2}}{L^2 - (L\cos\alpha_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2})^2}\right|$

При $t = 0$, то есть в интересующий нас момент времени:

$a_\tau = \frac{a_0}{2\sin\alpha_0} + \frac{\cos\alpha_0}{2\sin^2\alpha_0} \cdot \frac{v_0^2}{L} = \frac{\sqrt{2}+1}{2} a_0$

Выходит, полное ускорение

$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_\nu^2} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}\, a_0$. Ответ: $V = \sqrt{\frac{a_0 L}{2}}$, $a = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}\, a_0$

+

$\vec{a}_\tau$ – ?

Чистовик №2 из 5

Вопрос 2. Из основного уравнения молекулярно-кинетической теории ($p=\frac{1}{3}m_0 n\overline{\upsilon^2}$), где p – давление идеального газа, m_0 – масса одной молекулы, $\overline{\upsilon^2}$ – среднее значение квадрата скоростей, n – концентрация молекул) следует, что $E_0=\frac{3p}{2n}$, где E_0 – энергия поступательного движения одной молекулы газа. Опыты показывают, что отношение $\frac{p}{n}$ пропорционально температуре $E_0=\frac{3}{2}\theta T$, где коэффициент пропорциональности θ зависит от выбора шкалы температуры. Если за температуру кипения воды принять 373K, а за температуру ее кристаллизации 273K, то $\theta=k$ – постоянная Больцмана.

Задача 2. Полученная шкала температур называется абсолютной, температура измеряется в Кельвинах, $T=t°C+273$, где T – температура в Кельвинах, $t°C$ – температура в Цельсиях

Получим уравнение прямой, проходящей через точки 1 (1;5) и 2 (4;2):

$$\frac{\rho}{\rho_0}=6-\frac{T}{T_0} \Rightarrow \rho=6\rho_0-\frac{\rho_0}{T_0}T$$

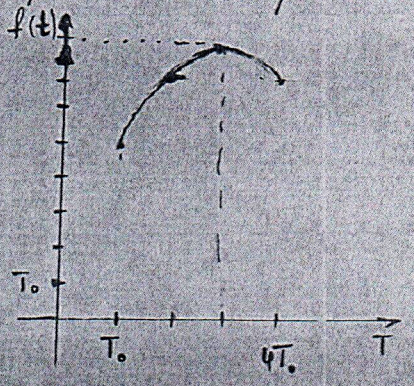
Т.к. $\rho=\frac{m}{V}$, где m – масса газа, то $\frac{m}{V}=6\rho_0-\frac{\rho_0}{T_0}\cdot T \Rightarrow V=\frac{m}{6\rho_0-\frac{\rho_0}{T_0}\cdot T}$

По уравнению Клайперона-Менделеева: $pV=\nu RT$, ν – количество вещества

$$p\cdot\frac{m}{6\rho_0-\frac{\rho_0}{T_0}T}=\frac{m}{\mu}\cdot RT \Rightarrow p=\frac{\rho_0 R}{\mu}\cdot\left(6T-\frac{T^2}{T_0}\right),\ \text{где}\ T_0\leq T\leq 4T_0\ (*)$$

Введем функцию $f(T)=6T-\frac{T^2}{T_0}$ и исследуем ее на отрезке (*):

Графиком является парабола, ветви которой направлены вниз, а вершина имеет координаты: $(3T_0;\ 9T_0)$



При $T=T_0$ $f(T)=5T_0$

При $T=4T_0$ $f(T)=8T_0$

Таким образом, наименьшее значение функции $f(T)$ достигается при $T=T_0$ и равняется: $f(T_0)=5T_0$, а наибольшее при $T=3T_0$ и равняется $f(3T_0)=(10-1)T_0=9T_0$

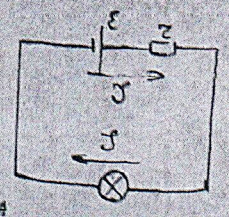
Соответственно $p_{max}=\frac{\rho_0 R}{\mu}\cdot 9T_0$, $p_{min}=\frac{\rho_0 R}{\mu}\cdot 5T_0$

$$\frac{p_{max}}{p_{min}}=\frac{9}{5}=1{,}8.$$

Ответ: 1,8

Чистовик №3 из 5

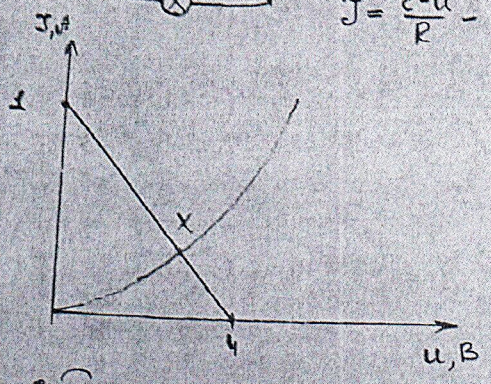
Вопрос 3



По правилу Кирхгоффа:

$\varepsilon = JR + U$, где U – напряжение на диоде.

$J = \frac{\varepsilon - U}{R}$ – построим данную нагрузочную прямую на ВАХе диода:



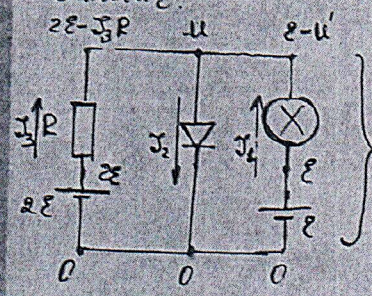
Видно, что координаты т. X:

X(1,5В; 0,6А)

Таким образом, сила тока будет равна 0,6А

(+)

Задача 3.



Расставим в цепи потенциалы:

Пусть через R течет ток J_3, через диод J_2, через лампу J_1, тогда $U_R = J_3 R$, $U' = \varepsilon \cdot \frac{J_1^2}{J_0^2}$, $U_D = U$, где U' – напряжение на лампе, U – напряжение на диоде.

Т.к. $2\varepsilon - J_3 R = U$, то $J_3 = \frac{2\varepsilon - U}{R}$.

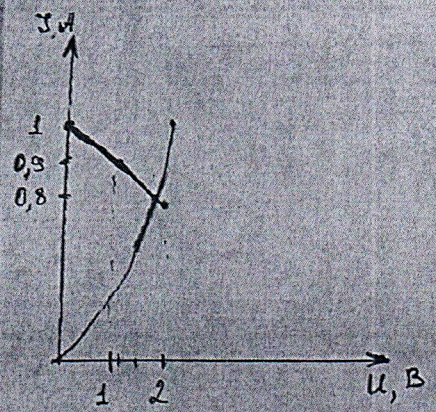
$\varepsilon - \varepsilon \cdot \frac{J_1^2}{J_0^2} = U$, то $J_1 = \sqrt{1 - \frac{U}{\varepsilon}}\, J_0$

Таким образом, $J_2 = J_1 + J_3 = \frac{2\varepsilon - U}{R} + \sqrt{1 - \frac{U}{\varepsilon}}\, J_0$

При $U = 0$В, $J_2 = 1$А

При $U = 1$В, $J_2 \approx 0{,}9$А

При $U = 2$В, $J_2 \approx 0{,}8$А.



Очевидно, что абсцисса точки пересечения графиков находится на отрезке [1,5В; 2В]. При этом $J_2(U)$ на данном отрезке хорошо аппроксимируется прямой $J_2 = 1А - \frac{U}{10Ом}$

ВАХ диода на отрезке [1,5В; 2В] можно приблизить прямой $J = \frac{4U}{5Ом} - \frac{3}{5}А$.

Найдем т. пересечения $J(U)$ и $J_2(U)$: $1А - \frac{U}{10Ом} = \frac{4U}{5Ом} - \frac{3}{5}А$, откуда $U = \frac{16}{9}$В, $J = \frac{37}{45}$А

$P = U \cdot J \approx 1{,}46$ Вт – мощность диода

(+)

Ответ: 1,46 Вт

Чистовик №4 из 5

Вопрос 4

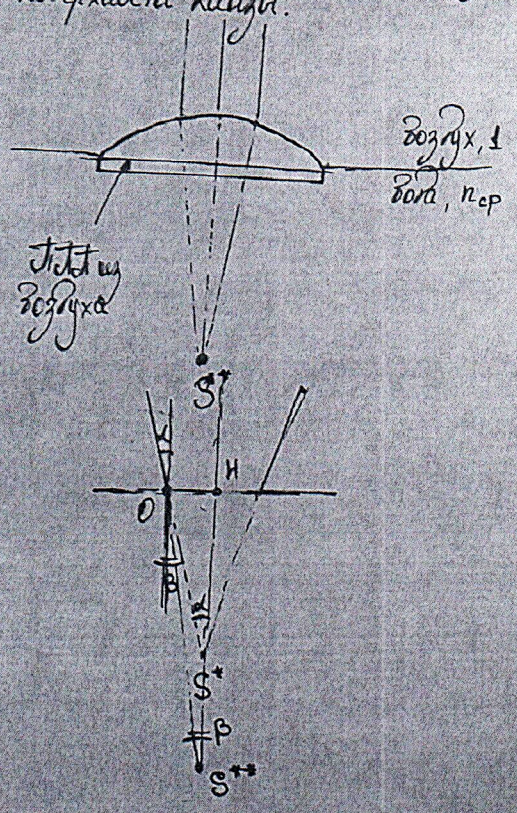
Воспользуемся формулой для расчета оптической силы линзы.

$D=\left(\frac{n}{n_{ср}}-1\right)\left(\pm\frac{1}{R_1}\pm\frac{1}{R_2}\right)$, где n – показатель преломления материала, из которого изготовлена линза, $n_{ср}$ – показатель преломления среды, в которую та погружена, R_1 и R_2 – радиусы сферических поверхностей линзы. Пусть $k=\pm\frac{1}{R_1}\pm\frac{1}{R_2}$. Если $k>0$, то есть линза собирающая, то $D_{ср}=k\cdot\left(\frac{n}{n_{ср}}-1\right)$ – в воде и $D=k(n-1) \Rightarrow D>D_{ср}$ (т.к. $\frac{n}{n_{ср}}<n$), поэтому оптическая сила уменьшится. Если $k<0$, то есть линза рассеивающая, то $D_{ср}=k\left(\frac{n}{n_{ср}}-1\right)$ – в воде и $D=k(n-1) \Rightarrow D_{ср}>D$ и оптическая сила увеличится.

±

Задача 4

Пусть показатель преломления воды равен $n_{ср}$, а материала линзы $n_{ср}$, тогда для оптической силы линзы в воздухе имеем: $D=(n-1)\cdot\frac{1}{R}$, где R – радиус кривизны выпуклой поверхности линзы.



К плоской стороне линзы прислоним плоскопараллельную пластинку из воздуха. Т.к. она тонкая, то это не приведет к изменению хода лучей, но теперь линза находится целиком в воздухе, поэтому параллельный пучок света преломится на расстоянии $F=\frac{1}{D}$ от поверхности воды.

Далее произойдет преломление на границе воздух–вода.

По закону Снеллиуса:

$\alpha=n_{ср}\cdot\beta$

Из прямоугольных треугольников $\triangle OS^*H$ и $\triangle OS^{**}H$:

$OH=\beta\cdot S^{**}H=\alpha\cdot S^*H \Rightarrow \frac{S^{**}H}{S^*H}=\frac{\alpha}{\beta}=n_{ср}=\frac{h}{1/D}=h\cdot D=1{,}4.$

+

Ответ: 1,4.

Tomaszek 1/5 str 87

$\frac{h E_0}{p}$ $\quad 540 \,|\, 45$ $\quad 240 \,|\, 0,88$ $\quad 100$ $\quad p = \frac{2}{3} h E$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{2} =$

$160 \,|\, 9$ $\quad 1,88$

$p = \frac{1}{3} m_0 v^2$ $\quad \frac{m_0 v^2}{2}$ $\quad = \frac{\sqrt{15}}{10}$

$p = \frac{1}{3} m_0 n \delta_p^2$ $\quad \frac{2}{3} \frac{m_0 n \delta^2}{2}$ $\quad E = \frac{3}{2} \frac{p}{n}$

$1,66 \cdot 1,7 =$

$4 \cdot 4$, $1,66$, $1,7$, 1162, 166, $2,822$

$1,7$

$\frac{a_0 L \sin\alpha_0 + \delta_0^2 X \cos\alpha_0 X \sin\alpha_0}{X^2 \sin^2\alpha_0}$ $\quad + (\delta_0 + a + \xi)^2 \cdot \frac{2 (L\cos\alpha + \delta_0 t + \frac{a+\xi}{2})}{2\sqrt{\ldots}}$

$\delta_0^2 \cos\alpha_0$

$\frac{-2 \cdot 1,5^3}{0,2\sqrt{3}} =$

$= \frac{a_0}{2 \sin\alpha_0} +$

$\frac{a_0 L \sin\alpha_0 + \frac{\delta_0^2 \cos\alpha_0}{\sin\alpha_0}}{L^2 \sin^2\alpha_0} = \frac{a_0 X \sin\alpha_0}{2 X \sin^2\alpha_0} + \frac{\delta_0^2 \cos\alpha_0}{2 L \sin^2\alpha_0} =$ $\quad = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

$3,8 < \sqrt{15} < 3,9$

$= \frac{a_0}{2 \sin\alpha_0} +$ $\quad 0,38 \quad 0,35$

$540 \,|\, 405$ $\quad 405 \,|\, 1,45$

1870 $\quad 1620$ $\quad 2500$ $\quad 2430$ $\quad 700$

$\frac{16}{9} \cdot \frac{37}{45} =$ $\quad 3,8 \cdot 3,9$ $\quad 351$ $\quad 117$ $\quad 1521$

$\frac{22}{50} = \frac{11}{}$

$\frac{a_0}{\sqrt{2}} + \frac{a_0}{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2} a_0$ $\quad 2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$4 \cdot 45$, 405 $\quad 37 \cdot 16$, 222, 37, 592, 405 $\quad \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{10}$

$\frac{11}{50} + \frac{23}{50}$

$\frac{2+1+2\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{4} =$ $\quad 1 - \frac{11}{10} = \frac{8}{10} u - \frac{592}{5}$ $\quad 0,45 +$ $\quad \frac{22}{105} = \frac{22}{50} =$

$23 \cdot 23$, 69 $\quad = \frac{44}{100} + \frac{46}{100}$

$\sqrt{5} < 2$

$= \frac{4+2\sqrt{2}}{4} = \frac{2+\sqrt{2}}{2} a_0$ $\quad \frac{9}{10} u = \frac{8}{5}$ $\quad u = \frac{16}{9} B$ $\quad 2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ $\quad \frac{46}{529}$

$\frac{10 - u}{20} + \sqrt{1 - \frac{u}{5}} \, 0,5 = f(u)$

$1 - \frac{16 \cdot 8}{9 \cdot 45} = 1 - \frac{8}{45}$ $\quad 1,5 \quad u \; 0,6$ $\quad 0,10 +$

$= \frac{37}{45}$ $\quad 2 \quad u \; 1$ $\quad \frac{9}{20} + \sqrt{0,8} \cdot 0,5 = \frac{9}{20} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{2} =$

$R = \frac{u}{5}$

$\frac{1-x}{2} = \frac{4}{5}$ $\quad 0,40 + 0,38$ $\quad = \frac{9}{20} + \frac{\sqrt{5}}{5} = 0,9$

$8 = 5 - 5x$

$5x = -3$

$x = -0,6$

$-\frac{1}{20} + \frac{1}{2} \cdot \frac{-\frac{1}{5}}{2\sqrt{1 - \frac{u}{5}}} = 0$

$1 \quad 0,6 \quad x \quad 1,5 \quad 2$

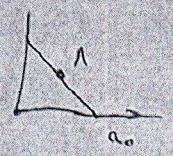
$\frac{0,4}{0,5} = \frac{45}{504} = 0,6 A$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{a_0}{L\sin\alpha_0} + \frac{v_0^2\cos\alpha_0}{L^2\sin^2\alpha_0}\right)$$

$$\boxed{v(t) = v_0 + a_0 t}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{a_0 L\sin\alpha_0 + v_0^2 \cos\alpha_0}{L^2\sin^2\alpha} \qquad \mathcal{E} - \frac{4}{4}$$

$$\mathcal{E} - \frac{\rho_1^2 v_1^2}{\rho_0^2 v_0^2} = 4$$



$$v = a_0 t + \sqrt{2aL}$$

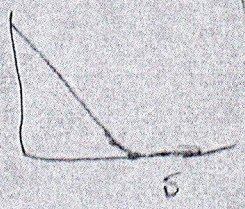
$$\rho_1 + \rho_3 = \rho_2$$

$$\mathcal{U} = 2\mathcal{E} - \rho_3 P = \mathcal{E} - \mathcal{E}\cdot\frac{\rho_1^2}{\rho_0^2}$$

$$\rho_1(\mathcal{U})$$

$$\rho_2(\mathcal{U})$$

$$\rho_1 = \rho_0\sqrt{\mathcal{E}/4}$$



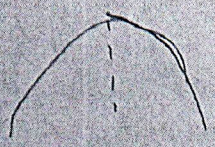
$$v = a_0 t$$

$$24T_0 - 16T_0 \qquad \frac{d\delta}{dt} \qquad -.6 \qquad \delta = \omega\frac{L}{2} \qquad V = \omega\frac{L}{2} \qquad \cos\alpha = L\sim$$

$$\frac{a_0}{\sqrt{2}} + \frac{a_0}{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2}a_0 \qquad \omega = \frac{10-4}{20} + \sqrt{1-\frac{4}{5}}\,0{,}5 \qquad d(\cos\alpha) = -\sin\alpha\, d\alpha = \frac{\delta}{L}$$

$$pV = \nu RT$$

$$p =$$



$$\frac{8}{20} + \qquad 6 \qquad \sqrt{\frac{7}{10}}\cdot\frac{1}{2} \qquad -\sin\alpha\, d\alpha = \frac{\delta\, dt}{L}$$

$$6\cdot 3T_0 - 9T_0 \qquad \frac{2+1+2\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{4} = \qquad \frac{1}{4} \qquad \frac{3}{10} \qquad -\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\delta}{L\sin\alpha}$$

$$= \frac{4+2\sqrt{2}}{4} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}} \qquad \mathcal{D} = \frac{n-n_{cp}}{n_{cp}}\left(\pm\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right) \qquad -L\sin\alpha\, d\alpha = \delta\, dt$$

$$\mathcal{E}\cdot\frac{\rho_1^2}{\rho_0^2} = \mathcal{E} - 4$$

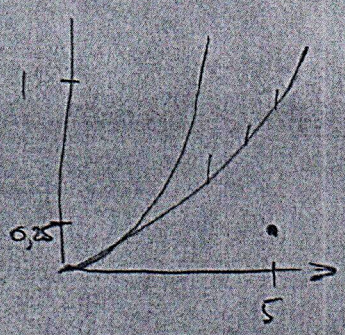
$$\mathcal{D} = \frac{n-1}{1}\left(\pm\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right) \qquad \omega = \frac{a_0 t}{L\sin\alpha}$$

$$\frac{\rho_1^2}{\rho_0^2} = 1 - \frac{4}{\mathcal{E}}$$

$$\frac{n}{n_{cp}} - 1$$

$$\rho_1 = \sqrt{1 - \frac{4}{\mathcal{E}}}\,\rho_0 \qquad \frac{L}{2}\cdot a_0 L\cdot\sin\alpha_0 + v_0^2\cdot\frac{L\cos\alpha_0}{L^2\sin^2\alpha_0} =$$

$$n - 1$$



$$\frac{4}{V} \qquad n \not\forall \frac{n}{n_{cp}}$$

$$a_2 = \frac{d\delta}{dt} = \frac{d\left(\omega\frac{L}{2}\right)}{dt} = \frac{L}{2}\cdot\frac{d\omega}{dt} = \frac{L}{2}$$

$$\frac{L}{2}\cdot a_0\sqrt{1 - L^2\cos\alpha} \qquad \frac{+\frac{L}{2}\left(L\cos\alpha_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}\right)\cdot(v_0 + at)}{L\sqrt{\ldots}}$$