



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы Горы!»**

Профиль олимпиады: **Физика**

ФИО участника олимпиады: **Ражина Владислава Валентиновна**

Класс: **8**

Технический балл: **72**

Дата проведения: **24 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»
Заключительный этап 2021/22 учебного года.

ШИФР РАБОТЫ	1718709
--------------------	----------------

Результаты проверки:

	1	2	3	4	Σ
В	3	5	4	4	72
З	7	20	20	9	

Ряжников Сергей Сергеевич
Пятников Александр Павлович

ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА: 72

Учебник

Задача 1.

Дано:

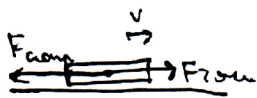
$$v_1 = 100 \text{ м/с}$$

$$F_{\text{сопр}} = k v_1^2$$

$$P_1 = P$$

$$P_2 = 1,2 P$$

$$v_2 = ?$$

Решение КТО & Дана скорость потока η . Тогда

$$v = \text{const} \Rightarrow F_{\text{тяги}} = F_{\text{сопр}}$$

$$F_{\text{тяги}} = F_{\text{сопр}}$$

$$\frac{A}{s} = k v_1^2$$

$$\frac{AE}{s} = k v_1^2$$

$$\frac{\eta P_1}{v_1} = k v_1^2$$

$$\frac{\eta P}{v_1} = k v_1^2$$

$$\eta P_1 = k v_1^3$$

$$\text{Аналогично, } \eta P_2 = k v_2^3$$

$$\begin{cases} \eta P_1 = k v_1^3 \\ \eta P_2 = k v_2^3 \end{cases}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^3$$

$$\frac{1,2 P}{P} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^3$$

$$1,2 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^3$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt[3]{1,2}$$

$$v_2 = v_1 \sqrt[3]{1,2} = 100 \cdot \sqrt[3]{1,2} \text{ м/с.}$$

+

Дано:

$$v_1 = 100 \text{ м/с}$$

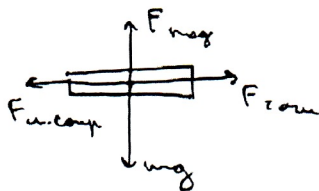
$$F_{\text{сопр}} = k_1 v_1^2$$

$$F_{\text{тяги}} = k_2 v_2^2$$

$$P_1 = P$$

$$P_2 = \frac{P}{0,312}$$

$$v_2 = ?$$



$$\text{Дано: } v_{\text{потока}} = \text{const} \Rightarrow F_{\text{тяги}} = F_{\text{сопр}}$$

$$\frac{A}{s} = k_1 v_1^2$$

$$\frac{P_1}{v_1} = k_1 v_1^2$$

$$\frac{P_1}{v_1} = k_1 v_1^2$$

$$P_1 = k_1 v_1^3$$

Аналогично, $P_2 = k_2 v_2^3$ & неизвестны направление скорости потока и т.д., за направление скорости и можно определить.

+

$$\text{Также, } F_{\text{тяги}} = m g$$

$$k_2 v_2^2 = m g$$

$$k_2 v_2^2 = m g$$

Задача 2.

Условие

Вопрос: Температура уменьшается, так как, к примеру, в какой-то время вода, в то время как поверхность озера находится под солнцем, солнечная энергия не замерзает.

Дано:

$$t_1 = 42,5^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 25,0^\circ\text{C}$$

$$c = 4,2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\lambda = 336 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$$t_3 = ?$$

Решение: — вода озера, C_0 — теплоемкость озера.

Тогда:

$$C_0(t_0 - t_1) = m_1 \lambda + m_1 c (t_1 - t_{\text{норм}}) \quad (1)$$

$$C_0(t_0 - t_2) = 2m_1 \lambda + 2m_1 c (t_2 - t_{\text{норм}}) \quad (2)$$

$$C_0(t_0 - t_3) = 3m_1 \lambda + 3m_1 c (t_3 - t_{\text{норм}}) \quad (3)$$

где t_0 — температура воды в момент замерзания.

(для упрощения при $t_{\text{норм}} = 0^\circ\text{C}$, т.е. на первом этапе вода замерзает, а вода — это может означать, что вода замерзает при 0°C)

Далее (1) на (2):

$$\frac{t_0 - t_1}{t_0 - t_2} = \frac{\lambda + c(t_1 - t_{\text{норм}})}{2\lambda + 2c(t_2 - t_{\text{норм}})} = \frac{\lambda + ct_1}{2\lambda + 2ct_2}$$

$$2t_0\lambda + 2t_0ct_2 - 2\lambda t_1 - 2ct_1t_2 = t_0\lambda + t_0ct_1 - t_1\lambda - ct_1t_2$$

$$2t_0\lambda + 2t_0ct_2 - t_0\lambda - t_0ct_1 = 2\lambda t_1 + 2ct_1t_2 - t_1\lambda - ct_1t_2$$

$$t_0(2\lambda + 2ct_2 - \lambda - ct_1) = 2\lambda t_1 + ct_1t_2 - t_1\lambda$$

$$t_0(\lambda + 2ct_2 - ct_1) = 2\lambda t_1 + ct_1t_2 - t_1\lambda$$

$$t_0 = \frac{2\lambda t_1 + ct_1t_2 - t_1\lambda}{\lambda + 2ct_2 - ct_1} = \frac{2 \cdot 336 \cdot 10^3 \cdot 42,5 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 42,5 \cdot 25 - 25 \cdot 336 \cdot 10^3}{336 \cdot 10^3 + 2 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot 25 - 4,2 \cdot 10^3 \cdot 42,5} = 67^\circ\text{C}$$

Далее (1) на (3):

$$\frac{t_0 - t_1}{t_0 - t_3} = \frac{\lambda + ct_1}{3\lambda + 3ct_3}$$

$$(t_0 - t_1)(3\lambda + 3ct_3) = (t_0 - t_3)(\lambda + ct_1)$$

$$3\lambda + 3ct_3 = \frac{(t_0 - t_3)(\lambda + ct_1)}{t_0 - t_1}$$

$$t_3 = \frac{(t_0 - t_3)(\lambda + ct_1)}{3c} = \frac{(t_0 - t_3)(\lambda + ct_1)}{3c}$$

$$\frac{24,5}{514,5 \cdot 10^3} = \frac{t_0 - t_3}{3\lambda + 3ct_3}$$

$$24,5 \cdot 3\lambda + 3 \cdot 24,5 \cdot c \cdot t_3 =$$

$$= 514,5 \cdot 10^3 \cdot t_0 - 514,5 \cdot 10^3 \cdot t_3$$

$$t_3 = \frac{514,5 \cdot 10^3 \cdot 67 - 24,5 \cdot 3 \cdot 336 \cdot 10^3}{3 \cdot 24,5 \cdot 4,2 \cdot 10^3 + 514,5 \cdot 10^3} \approx 12^\circ\text{C}$$

Ответ: 12°C .

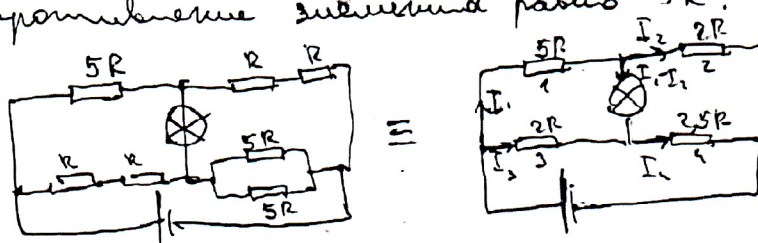
Задача 3.

Вопрос 3: Максимальная мощность на нагрузке эквивалентной цепи равна $U \cdot I$, где I - ток, протекающий через эквивалентную цепь, U - напряжение на цепи.

Задача:

$$\begin{aligned} n=5 \\ P_1 &= 972 \text{ Вт} \\ P_2 &=? \\ P_3 &=? \end{aligned}$$

Пусть сопротивление резистора равно R . Тогда сопротивление эквивалента равно $5R$:



Пусть через резисторы 1, 2, 3 и 4 течет ток I_1, I_2, I_3 и I_4 соответственно. Тогда:

ребра являются Kirchhoff:

$$I_0 = I_1 + I_3 \text{ и } I_0 = I_2 + I_4 \Rightarrow I_1 + I_3 = I_2 + I_4.$$

Вопрос:

$$5R \cdot I_1 + 2R \cdot I_2 = 2.5R \cdot I_4 + 2R \cdot I_3$$

$$5I_1 + 2I_2 = 2.5I_4 + 2I_3$$

Умножим:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I_2 + I_4 \\ 5I_1 + 2I_2 = 2.5I_4 + 2I_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_3 - I_2 = I_4 - I_1 \\ 5I_1 - 2.5I_4 = 2(I_3 - I_1) \end{cases} \Rightarrow 5I_1 - 2.5I_4 = 2I_4 - 2I_1$$

$$7I_1 = 4.5I_4 \Rightarrow I_4 = \frac{7I_1}{4.5} = \frac{14I_1}{9}$$

$$P_1 = I_1 U_1 = 5I_1^2 R$$

$$P_2 = P_3 = 5R \cdot \left(\frac{I_4}{2}\right)^2 = \frac{5R}{4} \cdot I_4^2 = \frac{5R}{4} \cdot \left(\frac{14I_1}{9}\right)^2 = 5R \cdot \left(\frac{7I_1}{9}\right)^2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{5I_1^2 R \cdot 9^2}{5R \cdot 7^2 \cdot I_1^2} = \frac{5 \cdot 9^2}{5 \cdot 7^2} = \frac{9^2}{7^2}$$

$$P_2 = \frac{7^2 P_1}{9^2} = \frac{49 \cdot 972}{81} = \frac{49 \cdot 12 \cdot 81}{81} = 588 \text{ Вт} \approx P_3$$

Ответ: $P_2 = P_3 = 588 \text{ Вт}$.

Числен

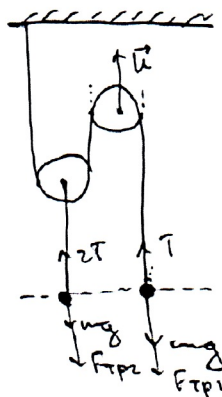
Задача 4.

Вопрос: Сила трения покоя $F_{тр\text{по}}$ действует на тело в состоянии покоя и может изменяться в зависимости от других сил, действующих на тело. Сила трения скольжения $F_{тр\text{ск}}$ постоянна и действует на тело в процессе движения.

$F_{тр\text{ск}} = \mu \cdot N$, где μ - коэффициент трения, N - сила нормального давления. $F_{тр\text{по}} \leq F_{тр\text{ск}}$.

Задача:

$$\begin{aligned} u &= 1,6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\ \mu &= 0,3 \\ g &= ? \end{aligned}$$



I. Наименьшее движение в один момент.

II. ~~Рассмотрим~~ Первое время масса из наименьшего состояния, а второе - движение, а точнее, правая. Предположим правую: пусть левая движется, а правая движется: Тогда $2T \leq mg + 0,3mg = 1,3mg \Rightarrow T \leq \frac{1,3mg}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow T \leq mg(-0,35mg) = F_{тр} = 0,3mg. \quad | -0,35 | > | 0,3 |. \text{ Проверим}$$

Рассмотрим крайние случаи: Пусть $F_{тр1} = 0$:

$$mg = T \Rightarrow 2T = 2mg = mg + mg > 1,3mg.$$

или

$$1,3mg \geq T \Rightarrow 2T = 2,6mg = mg + 1,5mg > 1,3mg.$$

Условие неравенства не выполняется.

Пусть первая масса в первый момент движется со скоростью v_1 , а вторая - с начальной скоростью v_2 (идет вверх). Тогда:

$$2u = 2v_1 + v_2.$$

Тогда левая масса движется со скоростью u и ускорением $\frac{2mg - 1,3mg}{m} =$

$$0,7g. \text{ Тогда } 2u_1 = 2v_1 + 2 \cdot 0,7g \cdot t + 0,7g \cdot t^2, \quad v_1 = v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2u_1 = 3v_1 + 1,4g \cdot t^2$$

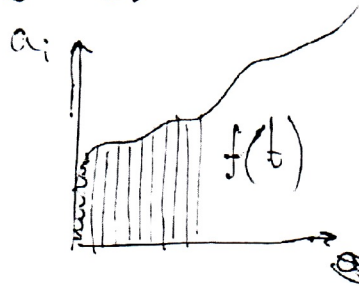
Итак 4 из 8

$$a_{\text{pes}} = \frac{F_{\text{pes}}}{m} = \frac{F_r - mg}{m} = \frac{F_r}{m} - g = \frac{k_2 v_i^2}{m} - g$$

$$v_i^2 = (v_{\text{нач}} + \int a_i dt)^2 =$$

$$= \frac{k_2 (v_{\text{нач}} + \int a_i dt)^2}{m} - g$$

$$v_i^2 = (v_{\text{нач}} + \int a_i dt)^2$$



$$\begin{array}{r} 514,5 \\ + 6,7 \\ \hline 3601,5 \\ 30870 \\ \hline 34471,5 \end{array}$$

Можно ли?
Хватит ли энергии?

$$\begin{array}{r} 24,5 \\ + 3 \\ \hline 73,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18,5 \\ 28,5 \\ 38,5 \\ 48,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73,5 \\ + 4,2 \\ \hline 1470 \\ 2940 \\ \hline 30870 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73,5 \\ + 33,6 \\ \hline 4410 \\ 2205 \\ \hline 2205 \end{array}$$

Условие движения б. огн. аппарата
После чего, генератор на двигателе, может
работать?

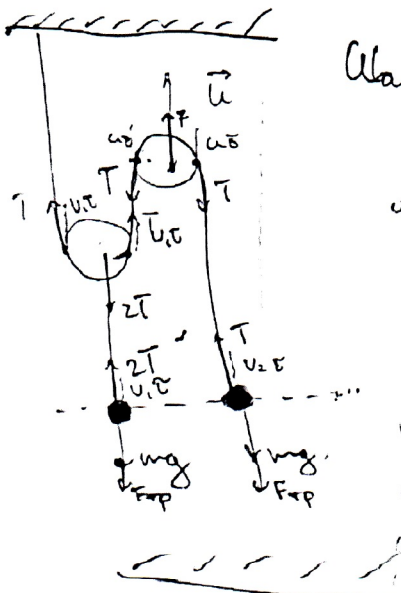
$$u = \text{const} \Rightarrow F - 2T = \text{const}$$

$$\begin{array}{r} 308,7 \\ + 514,5 \\ \hline 823,2 \end{array}$$

$$2v_1 t + v_2 t = 2ut$$

$$2v_1 + v_2 = 2u$$

$$\begin{array}{r} 34471,5 \\ - 24636,0 \\ \hline 9735,5 \end{array}$$



1. Если б. аппарат не может, то
работает генератор.

2. Если аппарат не может, то
б. аппарат не может.

$$mg = T \Rightarrow 2T = 2mg \Rightarrow F_{\text{rp}} = 2,3mg$$

$$\Rightarrow F_{\text{pes}} = 2mg - 1,3mg = 0,7mg \Rightarrow a = 0,7g$$

$$T = 1,3mg$$

$$u = \text{const.}$$



$$2,6mg$$

$$1,6mg$$

После чего б. аппарат не может работать $\Rightarrow v_2 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow v_1 = 2u \Rightarrow v_1 = u. v_1 = \text{const} \Rightarrow 2T = mg + F_{\text{rp}}$

$$v_2 = 0 \Rightarrow T \leq 1,3mg \Rightarrow 2T \leq 2,6mg \Rightarrow mg + F_{\text{rp}} \leq 2,6mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{rp}} \leq 1,6mg$$

$$F_{\text{rp}} + mg < 2T \Rightarrow T > \frac{F_{\text{rp}} + mg}{2} \Rightarrow 2mg + 2F_{\text{rp}} > F_{\text{rp}} + mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{rp}} > \frac{mg}{2}$$

лучше 5 и 8

$$\begin{array}{r} 9775,5 | 8232 \\ - 8232 \\ \hline 15435 \\ 8232 \\ \hline 72050 \end{array}$$

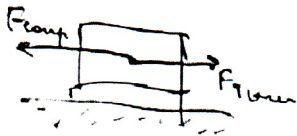
ЧЕРНОВИК.

$$F = kv^2$$

$$v_1 = 100 \text{ мс}$$

$$P_1 = P$$

$$P_2 = 1,2P$$



type $v = \text{const}$ $F_{\text{comp}} = F_{\text{fric}}$

$$kv^2 = \frac{A}{s} = \frac{\Delta E}{s} = \frac{mv^2}{2s}$$

$$2kv^2 = \frac{P}{v} \Rightarrow 2kv^3 = P$$

$$\begin{cases} kv_1^3 = P \\ kv_2^3 = 1,2P \end{cases}$$

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^3 = \frac{1}{1,2}$$

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^3 = 1,2$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt[3]{1,2}$$

$$v_2 = v_1 \sqrt[3]{1,2}$$

$$\begin{cases} mg = k_1 v_1^2 \\ P_1 = k_2 v_1^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mg = k_1 v_2^2 \\ P_2 = k_2 v_2^3 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_2}{mg} = \frac{k_2}{k_1} \cdot v_2$$

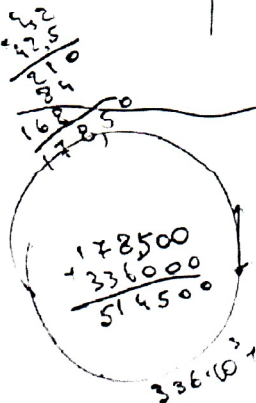
Еще $v = \text{const}$, то

$$mg = F_{\text{fric}} = kv^2$$

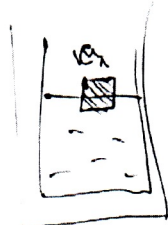
$$k_2 v^3 = F_{\text{fric}}$$

$$F_{\text{fric}} = \frac{A}{s} = \frac{P}{v} = \frac{P}{\frac{P}{mg}} = \frac{P}{mg} = \frac{k_2}{k_1} \cdot v$$

б.2



$$\frac{8,4}{42,5} = \frac{210}{168}$$



C - коэффициент трения
 t_0 - время до начала движения.

$$\begin{cases} C(t_0 - t_1) = \lambda + \mu C(t_1 - t_{\text{end}}) \\ C(t_0 - t_2) = 2\lambda + 2\mu C(t_2 - t_{\text{end}}) \\ C(t_0 - t_3) = 3\lambda + 3\mu C(t_3 - t_{\text{end}}) \end{cases}$$

$$\frac{t_0 - t_1}{t_0 - t_2} = \frac{\lambda + \mu C(t_1 - t_{\text{end}})}{2\lambda + 2\mu C(t_2 - t_{\text{end}})} \Rightarrow \text{найдем } t_0$$

$$336 + 210 = 546$$

$$\frac{246225}{22050} = 11,2$$

$$\frac{546}{367,5} = 1,5$$

$$\frac{62,5}{42,5} = 1,5$$

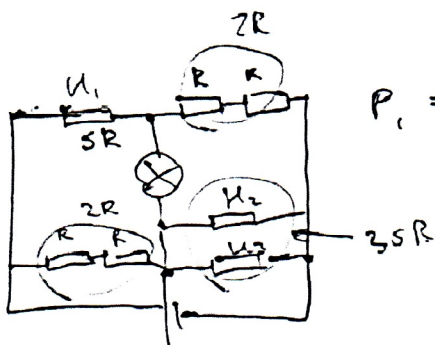
$$\frac{t_0 - t_1}{t_0 - t_3} = \frac{\lambda + \mu C(t_1 - t_{\text{end}})}{3\lambda + 3\mu C(t_3 - t_{\text{end}})}$$

$$\frac{42,5}{42} = \frac{850}{1700}$$

лучше 6 и 8

3-3.

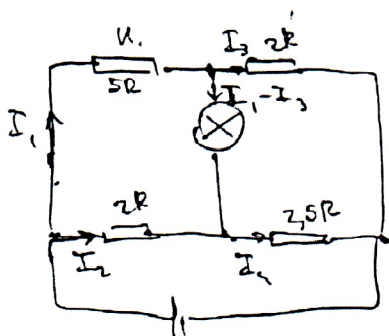
4E PROBLEM



$$P_1 = 972 \text{ Br}$$

Намоча-уменьшени зменш.

$4R^2 \neq 12,5R^2 \Rightarrow$ не е балансираност



$$P_1 = I_1^2 \cdot 5R$$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \Rightarrow I_2 - I_3 = I_4 - I_1 \\ 5I_1 + 2I_3 = 2I_2 + 2,5I_4 \end{cases}$$

$$5I_1 - 2,5I_4 = 2(I_2 - I_3)$$

$$\uparrow \\ I_4 - I_1$$

$$5I_1 - 2,5I_4 = 2I_4 - 2I_1$$

$$7I_1 - 2,5I_4 = 2I_4$$

$$7I_1 = 4,5I_4 \Rightarrow I_4 = \frac{7I_1}{4,5}$$

$$P_2 = P_3 = \left(\frac{7I_1}{4,5}\right)^2 \cdot 5R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow = \left(\frac{7I_1}{9}\right)^2 \cdot 5R$$

$$P_1 = I_1^2 \cdot 5R$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\left(\frac{7I_1}{9}\right)^2}{I_1^2} = \left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{49}{81}$$

$$P_2 = P_3 = \frac{49P_1}{81} = \frac{49 \cdot 4 \cdot 81 \cdot 3}{81} =$$

$$= 588 \text{ Br.}$$

$$312 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

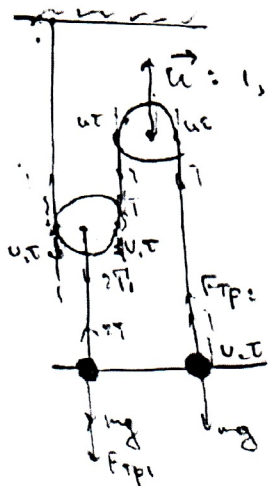
$$\begin{array}{r} 572 \overline{) 1486} \\ 11 \\ \hline 36 \\ 36 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 749 \\ \hline 108 \\ 48 \\ \hline 588 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 486 \overline{) 243} \\ 1 \\ \hline 8 \\ 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243 \overline{) 18} \\ 18 \\ \hline 0 \end{array}$$

днем 7 48 8



$$\mu = 0,7$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

небольшое сопротивление $\Rightarrow$

Нравится 1 $T = mg - F_{TP}$ $\Rightarrow F_{TP} = \mu mg$

$$\begin{cases} F_{TP1} = T = mg \\ 2T = mg + F_{TP2} \end{cases}$$

$$2mg - 2F_{TP2} = mg + F_{TP1}$$

$$mg = F_{TP1} + 2F_{TP2}$$

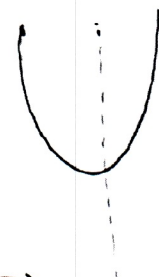
Задача непростая, но...

$$2u_1 + 2u_2 = u_3$$

$$u_{m1} = 2u_1$$

$$u_{1, \text{max}} = 2u_1$$

$$\begin{cases} \frac{P_1}{mg} = \frac{k_2}{k_1} \cdot u_1 \\ \frac{P_2}{mg} = \frac{k_1}{k_2} \cdot u_2 \end{cases}$$



$$P_1 = 0,512 P_2$$

$$1,31$$

$$0,65$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{u_1}{u_2} \Rightarrow u_2 = \frac{P_2 \cdot u_1}{P_1} = \frac{u_1}{0,512} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{0,512}$$

$$= \frac{10}{0,512} \approx 19,5$$

С гравитацией, $mg = \text{const}$, и не
бывает, что $F_{\text{норм}} \neq \text{const}$

$$F_{\text{пр}} = |F_{\text{норм}1} - F_{\text{норм}2}| = k_2(u_2^2 - u_1^2) \neq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ движение гармоническое и периодическое?

Пытаемся вывести формулу для периода.

$$F_{\text{пр}} = k_2(u_2^2 - u_1^2)$$

$$a_{\text{пр}} = \frac{k_2(u_2^2 - u_1^2)}{m}$$

$$a \cdot t + u_1$$

$$\frac{1}{2}(a \cdot t + u_1)^2 = F_{\text{норм}1} \Rightarrow a_{\text{пр}2} = \frac{F_{\text{норм}2}}{m}$$

Меняю u_1 на u_2

$$\begin{array}{r} 10000 \quad | \quad 512 \\ - 512 \\ \hline 4880 \\ 4608 \\ \hline 272 \end{array} \approx 19,5$$