



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы Горы!»**

Профиль олимпиады: **Физика**

ФИО участника олимпиады: **Коловертнов Даниил Дмитриевич**

Класс: **11**

Технический балл: **87**

Дата проведения: **24 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»
Заключительный этап 2021/22 учебного года.

ШИФР РАБОТЫ	1752512
--------------------	----------------

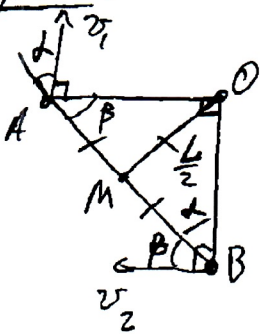
Результаты проверки:

	1	2	3	4	Σ
В	5	4	5	5	87
З	11	20	17	20	

Паташев Александр Павлович
Марков Светлана Николаевна

ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА:87

Вопрос.



$$\alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 30^\circ = 90^\circ - \alpha$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$v_1 = 1,5 \frac{m}{c}$$

$$L = 0,6 m$$

Так как палка нестижима, проекции скоростей на ее ось равны: $v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta$
 т.к. $\beta = 90^\circ - \alpha$, $v_2 = \tan \beta v_1 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$
 Мгновенный центр вращения — точка пересечения перпендикуляров ко всем прямым, содержащим точки v и направленным с вектором ее скорости.
 (ОА $\perp$ прямой, содержащей т. А и направленной с v_1),
 (ОВ $\perp$ прямой, содержащей т. В и направленной с v_2)
 О — центр вращ. палки. Тогда т.к. $\alpha + \beta = 90^\circ$,
 $\triangle AOB$ — прямоугольный.

Еще ввести систему координат, то

$$x_m = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow v_{x_m} = \frac{v_{x_A} + v_{x_B}}{2} \Rightarrow v_m = \frac{v_A + v_B}{2}$$

$$y_m = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow v_{y_m} = \frac{v_{y_A} + v_{y_B}}{2}$$

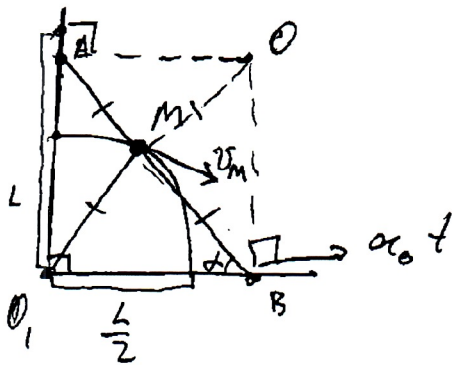
$$\omega_{вращ.} = \frac{v_2}{|OB|} = \frac{v_1}{|OA|} = \frac{1,5 \frac{m}{c}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,6 m} = \frac{\frac{1,5}{\sqrt{3}} \frac{m}{c}}{\frac{1}{2} \cdot 0,6 m} =$$

$$= \frac{5}{2} \cdot \frac{10}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \frac{1}{c}$$

$$\text{Ответ: } \omega_{вращ.} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \frac{1}{c}$$

(+)

Задача.



$$v_B = a_0 t$$

$$|O, B| = \frac{a_0 t^2}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{|O, B|}{|AB|} = \frac{a_0 t^2}{2L}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{L^2 - \left(\frac{a_0 t^2}{2}\right)^2}}{L}$$

налки, $v_A = v_B \tan \alpha$. Как было указано

в вопросе, $\vec{v}_M = \frac{\vec{v}_A + \vec{v}_B}{2}$; т.к. $\vec{v}_A \perp \vec{v}_B$,

$$\text{То } v_M = \frac{\sqrt{v_A^2 + v_B^2}}{2} = \frac{a_0 t}{2} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{a_0 t}{2 \sin \alpha}$$

$$v_M = \frac{a_0 t L}{2 \sqrt{L^2 - \left(\frac{a_0 t^2}{2}\right)^2}} = \frac{a_0 t L}{\sqrt{4L^2 - a_0^2 t^4}}$$

$$\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$|OB| = L \sin \alpha$$

$$W_{\text{мг. вращ}} = \frac{a_0 t}{L \sin \alpha} = \frac{v_B}{|OB|}$$

$$a_M = W_{\text{мг. вращ}}^2 \frac{L}{2} = \frac{a_0 t^2}{2L \sin^2 \alpha}$$

Заметим, что т. М - середина отрезка AB - движется по окр-ти радиуса $r = \frac{L}{2}$ вокруг т. O, т.к. $O, M = \frac{L}{2}$ как ее медиана в прямоугол.

Δ с гипот. = L.

Концы отрезков A не отрывается от стены,

$\Rightarrow v_A$ вертикальна. $\Rightarrow$ т. O - перес. $\perp$ к стенам из т. A, B. По перпендикулярности

$$\text{Задача 1} \quad t = \sqrt{\frac{L}{2a_0}} :$$

$$v_m = \frac{a_0 \sqrt{\frac{L}{2a_0}} L}{\sqrt{4L^2 - a_0^2 \frac{L^2}{4a_0^2}}} = \frac{\frac{a_0 L^3}{2}}{\frac{15}{16} L^2} = \sqrt{\frac{8}{15} a_0 L}$$

$$a_m = \frac{v_m^2}{\frac{L}{2}} = \frac{\frac{8}{15} a_0 L}{\frac{L}{2}} = \frac{16}{15} a_0$$

$$\text{Задача 2} \quad \theta = 45^\circ$$

$$\cancel{v_m = v_0} \quad \frac{a_0 t^2}{2} = \frac{L}{\sqrt{2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{\sqrt{2} L}{a_0}}$$

$$v_m = \frac{a_0 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{2} L}{a_0}} \cdot \sqrt{2}}{2}$$

$$a_m = \frac{v_m^2}{\frac{L}{2}} = \frac{a_0^2 \cdot \frac{\sqrt{2} L}{a_0}}{2 \cdot 4} \cdot 2 = \sqrt{2} a_0$$

Вопрос.

Температура - величина, характеризующая хаот. движение частиц кинетическую энергию $\propto T$ для. Если все частицы массы m_0 , то ее кин. энергия = $\frac{m_0 \overbrace{v_i^2}^{\text{скорость}}}{2} = \frac{3}{2} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{постоянная Больцмана}}}{K} T$

U - кин. энергия хаот. частиц

~~или внутренняя энергия~~

$$K = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

$$U = \sum \frac{m_0 v_i^2}{2} \approx \frac{3}{2} \cdot N_{\text{частиц}} K T$$

Для идеального газа внутренняя энергия = кин. энергии хаот. движ., т.к. потенциальной энергией взаимодействия мы пренебрегаем. (+)

Шкала по Кельвину: $0_{\text{по Кельвину}}^{\text{частиц газа}} = -273^\circ\text{C}$, $0[\text{К}] = \text{отсутствие хаот. движ. частиц.}$

график процесса:

$$\frac{p}{p_0} = 6 - \frac{T}{T_0}$$

$$p_1 = 5p_0 ; T_1 = T_0$$

$$p_2 = 2p_0 ; T_2 = 4T_0$$

Ур-е состояния ил. газа:

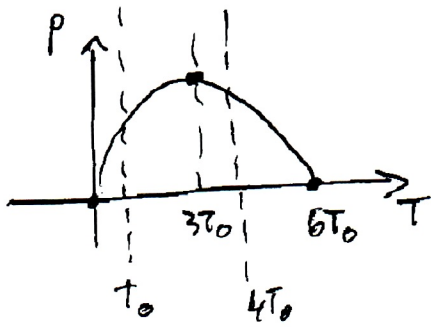
$$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}$$

$$p = 6p_0 - \frac{T}{T_0} p_0 = \frac{\mu p}{RT}$$

$$-6p_0 RT + \frac{p_0 R}{T_0} T^2 + \mu p = 0$$

$$p(T) = \frac{p_0 RT}{\mu} \left(6 - \frac{T}{T_0} \right)$$

$p(T)$ - парабола ветвится вверх, корни $T=0$ и $T=6T_0$
 $\Rightarrow$ вершина в $T=3T_0$



Наш процесс - часть параболы (от T_0 до $4T_0$)

$$\frac{p(4T_0)}{p(T_0)} = \frac{4(6-4)}{1(6-1)} \geq 1$$

$$\Rightarrow p(T_0) < p(4T_0)$$

$$\begin{aligned} \max p \text{ в вершине, т.е. } p_{\max} &= p(3T_0) = \\ &= \frac{g_0 R \cdot 3T_0}{\mu} (6-3) = \frac{9g_0 R T_0}{\mu} \end{aligned}$$

$\min p$ в меньшем из значений концов ~~на~~ части параболы, т.е. $p_{\min} = p(T_0) =$

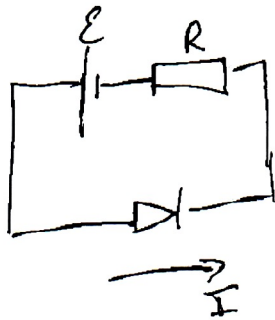
$$= \frac{g_0 R T_0}{\mu} \left(6 - \frac{T_0}{T_0}\right) = \frac{5g_0 R T_0}{\mu}$$

$$\text{Ответ: } \frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \frac{9}{5}$$



Задание 3. Установки Лист 6

Вопрос



$$E = 4 \text{ В}$$

$$R = 40 \text{ Ом}$$

Напряжение потенциалов в контуре:

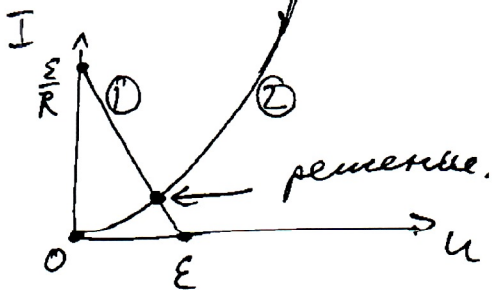
$$E = U_D + IR$$

~~фр-я~~ U_D $\leftarrow$ ток в схеме $\leftarrow$ напряжение на диоде

$$\textcircled{1} I = \frac{E}{R} - \frac{U_D}{R}$$

$\textcircled{2}$ ф-я $I(U_D)$ — прямая линия

на графике представлена зависимость $I(U)$, которая ~~дана~~ может быть достигнута. Для ф-я $I(U)$ должны иметь решение $\Rightarrow$ решение — пересечение графиков.



$$I = 1 \text{ А} - \frac{1}{4} \frac{U_D}{R_0}$$

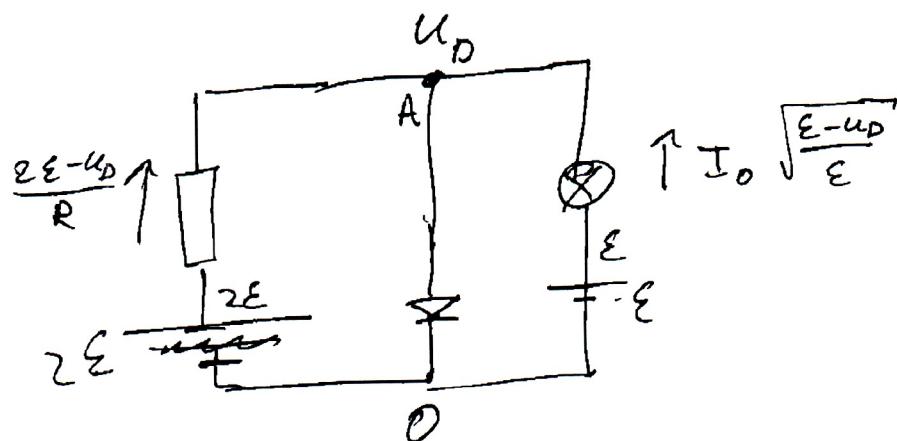
$$R_0 = 10 \text{ Ом}$$

$$U_D = 1,5 \text{ В}$$

$$I = 0,6 \text{ А}$$

$\leftarrow$ решение

Ответ: $I = 0,6 \text{ А}$. Если диод в обратную сторону — ток не потечет



$$P_D = U_D \cdot I_D$$

Вспомогательный методом потенциалов

Токи, выходящие в A:

$$\frac{2\varepsilon - U_D}{R} + I_0 \sqrt{\frac{\varepsilon - U_D}{\varepsilon}} = I(U_D) \quad \begin{array}{l} \text{на графике} \\ \text{в упр-ии} \end{array}$$

$$I_0 = 0,5 \text{ A}$$

$$\varepsilon = 5 \text{ В}$$

$$R = 20 \text{ Ом}$$

Функции в левой и правой части монотонно ~~убывают~~ убывают и возрастают соответственно. $\Rightarrow$ пересечение

единственно. Будем искать корень с размерностью в СИ:

$$\frac{10 - x}{20} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5 - x}{5}} = I(x)$$

$$\frac{10 - 2}{20} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{5}} < 1 \quad \text{не корень, не более} \quad x = 2$$

$$\frac{10 - 1}{20} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{9}{20} + \sqrt{\frac{1}{5}} > 0,3 \leftarrow \text{правее} \quad x = 1$$

$$\frac{10 - 1,6}{20} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3,4}{5}} = \frac{21}{50} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{34}{50}} > 0,6 \leftarrow \text{не более} \quad x = 1,6$$

Задача 3. Решите.

лист 8

$$U_D \approx 1,25 \text{ В} \quad I_A \approx 0,4 \text{ А} \quad ?$$

$$P_D = 1,25 \cdot 0,4 \text{ Вт} = \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{10} \text{ Вт} = \frac{1}{2} \text{ Вт}.$$

$$\text{Ответ: } P_D = \cancel{0,5 \text{ Вт}} \quad 0,5 \text{ Вт} \quad \text{---}$$

Вопрос

Формула минимальная:

$$[D] = \frac{1}{m} = \text{диоптр}$$

$$D = \frac{1}{F} = \frac{n_{\text{линзы}} - n_{\text{среда}}}{n_{\text{среда}}} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \leq 2$$

(можно больше)
 $\uparrow$
 радиусы кривизмы
 пов-тей линз, зависит
 от геометрии линзы.

$$n_{\text{возд}} = 1$$

или в воздухе: $D_{\text{возд}} = 2 \cdot \frac{n_n - 1}{1}$

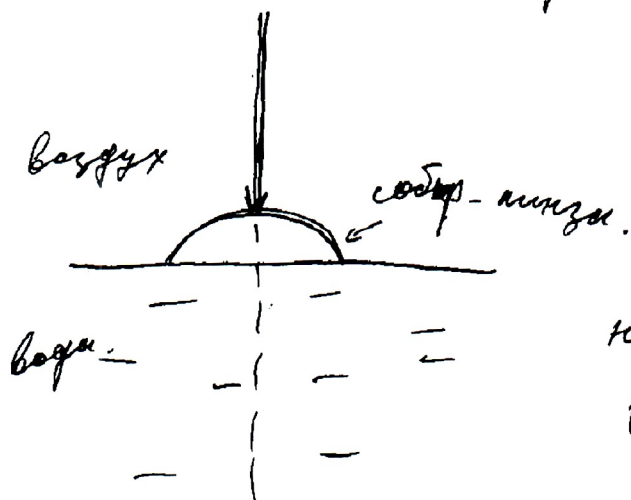
в линзосты: $D_{\text{л}} = 2 \cdot \frac{n_n - n_{\text{лс}}}{n_{\text{лс}}} =$

$$= D_{\text{возд}} \cdot \frac{n_n - n_{\text{лс}}}{n_{\text{лс}}(n_n - 1)}$$

+

$$n_n > n_{\text{лс}} > 1: D_{\text{л}} < D_{\text{возд}}$$

$$n_{\text{лс}} > n_n: D_{\text{л}} < 0$$



$$D_{\text{возд}} = 2 \text{ диоптр}$$

$$F_1 = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

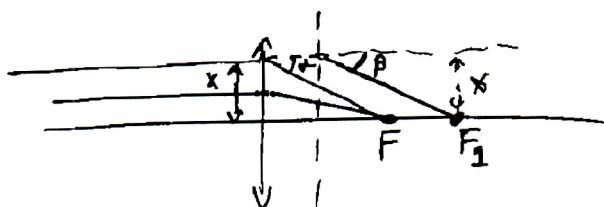
Если бы за линзой

не было воды:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{\text{от изст. до линзы}} + \frac{1}{\text{от линзы до изобр}} = \frac{1}{b}$$

Лучи бы собирались

в фокусе. Но они преломляются в воде.



Пусть x — высота
луча от главн. опт. осн.

$$\text{Тогда } \sin \alpha \approx \sin \beta \approx \frac{x}{F}$$

воздуха.

представим небольшой зазор между линзой

и водой и изобразим ход лучей.

По закону преломления:

$$n_{\text{возд}} \sin \alpha = n_{\text{воды}} \sin \beta \Rightarrow n_{\text{воды}} \sin \beta = \sin \alpha = \frac{x}{F} = x \cdot D_{\text{возд}}$$

Нам нужен параксиальный, т.к. лучок узкий.

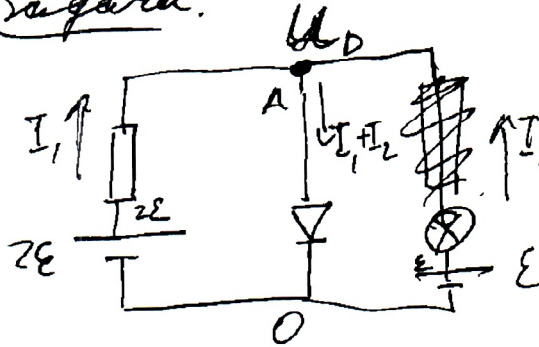
$$\sin \beta \approx \frac{x}{F_1} \approx \tan \beta$$

$$\text{Тогда } n_{\text{воды}} \cdot \frac{x}{F_1} = x \cdot D_{\text{возд}} \Rightarrow n_{\text{воды}} = D_{\text{возд}} F_1 =$$

$$= 0,2 \text{ м} \cdot \frac{1}{0,2 \text{ м}} = 1,4$$

Ответ: $n_{\text{воды}} = 1,4$.

Задача.



Так как "интерес" обтек
Батарей ~~различных~~, подсоед.
к одной и той же ниткой
и ветви, то в эту
ветвь ток может только

втекает. Пусть в ниткой цепи потенциал = 0.

Ток, втекающий в узел A:

$$f(u_D) = \frac{2E - u_D}{R} + I_0 \cdot \sqrt{\frac{E - u_D}{E}} = I(u_D) \quad \text{на графике в 4-м-лн.}$$

$$I_0 = 0,5 \text{ A}$$

$$E = 5 \text{ B}$$

$$R = 20 \text{ Ом}$$

$$f(u_D) = \frac{E}{R} + \frac{E - u_D}{R} + \frac{I_0}{\sqrt{E}} \sqrt{E - u_D}$$

$$\frac{10 - u_D}{20} + \frac{10 - u_D}{20} + \frac{0,5}{\sqrt{5}} \sqrt{5 - u_D} = 0$$

$$\frac{10 - u_D}{20} + \frac{10 - u_D}{20} + \frac{0,5}{\sqrt{5}} \sqrt{5 - u_D} = 0$$

$$1 = \frac{10 - 2}{20} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{5 - x}{20} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{5 - x}{5}} = 0 \quad \cdot \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\left(\sqrt{5 - x}\right)^2 + 10 \sqrt{5 - x} + 5 = 0$$

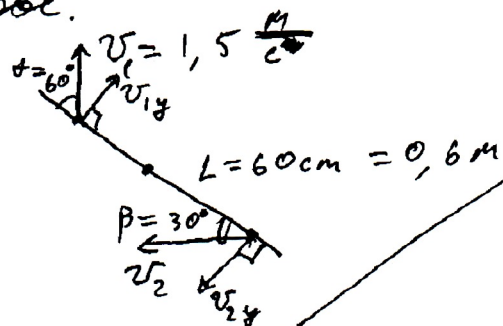
$$\frac{D}{4} = 25 - 5 = (4\sqrt{5})^2$$

$$-10 + 4\sqrt{5}$$

$$100 \vee 80$$

$$0,6 = \frac{10 - 1,6}{20} + \frac{1}{2}$$

Вопрос.



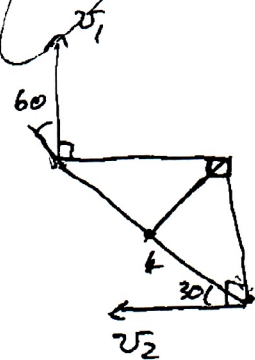
Так как палка
 не вращается,
 скорости на ее ось равны.

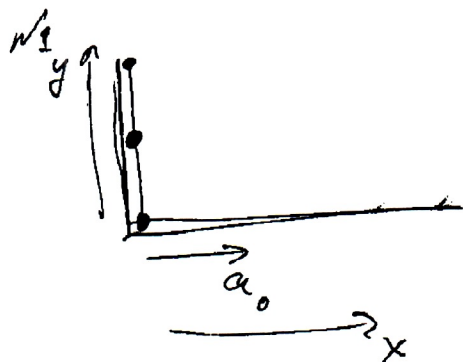
$$V_1 \cos \alpha = V_2 \cos \beta.$$

Проекция скорости на ось, перпендикулярную палке,
 равны V_{1y} и V_{2y} : $V_{1y} = V_1 \sin \alpha$; $V_{2y} = V_2 \sin \beta$.

Рассматривая вращение о в.м. центра палки:
 V - скорость поступательного движения центра.

$$V_1 \sin \alpha$$





$$v_x \cos \alpha = v \cos \beta = v_y \sin \alpha$$

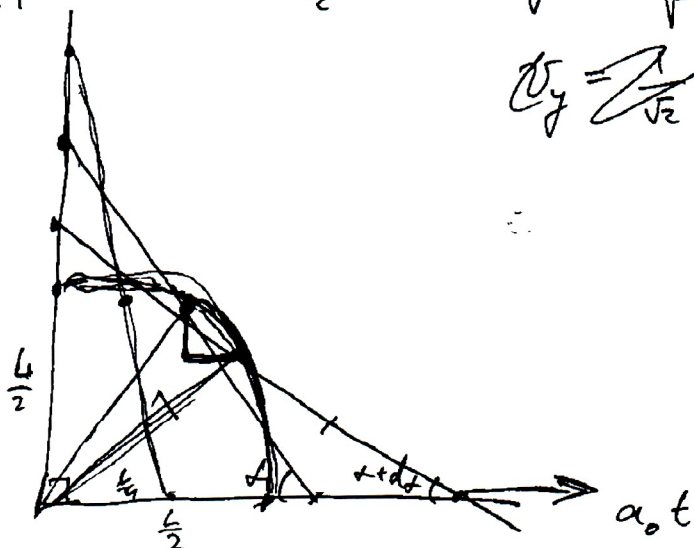
$$y_1^2 + x_1^2 = L^2$$

$$x(t) = \frac{a_0 t^2}{2}$$

$$v_x = a_0 t$$

$$y_1^2 = L^2 - \frac{a_0^2 t^2}{2} \Rightarrow y = \sqrt{L^2 - \frac{a_0^2 t^2}{2}}$$

$$v_y = \frac{2 a_0 t}{\sqrt{2} \sqrt{L^2 - \frac{a_0^2 t^2}{2}}}$$



$$\frac{a_0 \left(\sqrt{\frac{L^2}{2 a_0}} \right)^2}{2} = \frac{L}{4}$$

$$\sqrt{L^2 - \frac{L^2}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4} L$$

$$x_y = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$\sqrt{\frac{3kT}{m}} = v$$

$$\frac{mv^2}{2} \leq \frac{3}{2} kT$$