



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

## **ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА**

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы Горы!»**

Профиль олимпиады: **Физика**

ФИО участника олимпиады: **Орлов Ярослав Антонович**

Класс: **11**

Технический балл: **88**

Дата проведения: **24 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»  
Заключительный этап 2021/22 учебного года.

|                    |                |
|--------------------|----------------|
| <b>ШИФР РАБОТЫ</b> | <b>1785336</b> |
|--------------------|----------------|

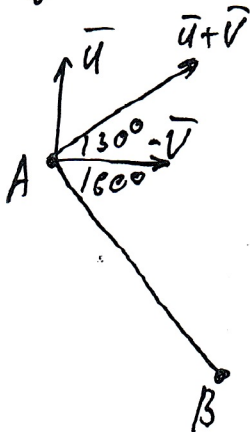
Результаты проверки:

|          | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>Σ</b> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>В</b> | 5        | 4        | 5        | 2        | 88       |
| <b>З</b> | 19       | 20       | 13       | 20       |          |

Степасьеву Константин Викторович  
Чистякова Наталья Игоревна

**ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА:88**

№1  
Вопрос:



$v \cos 60^\circ = u \cos 30^\circ$  — из косинусов / не растежности сторон  
 $u = \frac{v}{\sqrt{3}}$

Перейдем в СО Т.В, которая движется поступательно,  
 а значит в ней такая же угловая скорость

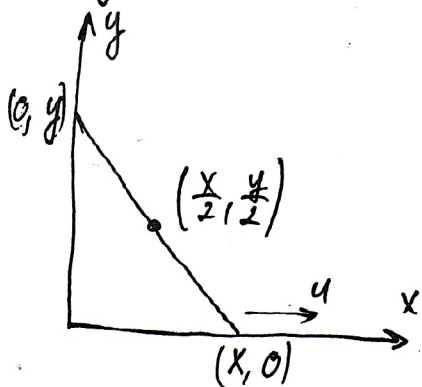
$$|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{v^2 + \frac{v^2}{3}} = \frac{2v}{\sqrt{3}} = V$$

угол между  $\vec{u} - \vec{v}$  и стороной  $30^\circ$  градусов:

$$\omega = \frac{V}{l} = \frac{2v}{\sqrt{3}l}$$

Ответ:  $\omega = \frac{2v}{\sqrt{3}l}$

Задача:



$$u = a_0 t = \sqrt{\frac{a_0 l}{2}}$$

$$\vec{r} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$x^2 + y^2 = l^2$$

$$\vec{v} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix}$$

$$x\dot{x} + y\dot{y} = 0 \Rightarrow \dot{y} = -\frac{x}{y}\dot{x} = -u, \quad \dot{x} = u$$

$$x\ddot{x} + \dot{x}^2 + y\ddot{y} + \dot{y}^2 = 0 \quad \text{подставим } t = \sqrt{\frac{2}{a_0}}$$

$$x\ddot{x} + u^2 + y\ddot{y} + u^2 = 0$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{y}(-2u^2 - x a_0) = \frac{\sqrt{2}}{l}(-2u^2 - \frac{l}{\sqrt{2}} a_0) = -\sqrt{2} a_0 - a_0 = -(\sqrt{2} + 1) a_0$$

$$\vec{v} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u \\ -u \end{pmatrix} = \frac{u}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{a_0 l}{8}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \frac{a_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -(\sqrt{2} + 1) \end{pmatrix}$$

Ответ:  $\vec{v} = \sqrt{\frac{a_0 l}{8}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $|\vec{v}| = \sqrt{\frac{a_0 l}{8}}$ ,  $\varphi_v = -45^\circ$  ( $\varphi$  — угол с осью Ox)

$$\vec{a} = \frac{a_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -(\sqrt{2} + 1) \end{pmatrix}, \quad |\vec{a}| = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}, \quad \text{tg } \varphi_a = -(\sqrt{2} + 1), \quad \varphi_a = -\arctan(\sqrt{2} + 1)$$

N2

Числовик

Вопрос:

С.Т.З. МКТ температура является мерой средней кин. энергии частиц (для газ она определяется по формуле  $E_k = \frac{3}{2} kT$ ).

В соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона  $p = nkT$  ( $pV = \nu RT$ )

Строится абсолютная шкала температур, тем, что  $T_{\text{замерзания воды}} \approx 273K$

~~При  $n = \text{const}$ ,  $p \sim \rho \sim T$  и таким образом восстанавливают~~

тем, что  $1K = 1^\circ C$ . Шкала температуры восстанавливается из того, что  $p \sim T$ .

Тогда  $t = 0^\circ C = 273,15K$ . +

Задача:

$$\frac{p}{p_0} = 6 - \frac{T}{T_0}$$

$$pV = \nu RT$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\nu}{\nu_0} \frac{RT}{RT_0} \Rightarrow \frac{p}{p_0} = \frac{R}{R_0} \frac{T}{T_0}$$

$p_0 = \frac{R}{R_0} p_0 T_0$  ~~и~~ необходимо максимизировать (минимизировать)  $\frac{p}{p_0} \frac{T}{T_0}$

$$\frac{p}{p_0} \frac{T}{T_0} = \left(6 - \frac{T}{T_0}\right) \frac{T}{T_0} = -\frac{T}{T_0} \left(\frac{T}{T_0} - 6\right) \text{ из свойств параболы очевидно,}$$

что максимум достигается при  $\frac{T_{\text{max}}}{T_0} = 3$  ( $\frac{p_{\text{max}}}{p_0} = 3$ ), а минимум на отрезке  $\left[\frac{T}{T_0} \in [1, 4]\right]$  при  $\frac{T_{\text{min}}}{T_0} = 1$  ( $\frac{p_{\text{min}}}{p_0} = 5$ )

$$\frac{p_{\text{max}}}{p_0} = \frac{p_{\text{max}}}{p_0} \frac{T_{\text{max}}}{T_0} = 9$$

$$\frac{p_{\text{min}}}{p_0} = \frac{p_{\text{min}}}{p_0} \frac{T_{\text{min}}}{T_0} = 5$$

$$\frac{p_{\text{max}}}{p_{\text{min}}} = \frac{9}{5} = 1,8$$

Сответ:  $\frac{p_{\text{max}}}{p_{\text{min}}} = 1,8$  +

(2)



184

Числовик

Вопрос:

$$D_{\text{воздух}} = (n_{\text{линзы}} - 1) \frac{1}{R}$$

Длина

$$D_{\text{линза}} = \left( \frac{n_{\text{линза}}}{n_{\text{линз}}} - 1 \right) \frac{1}{R}$$

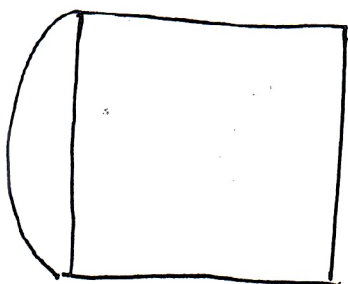
Из этих соотношений можно

найти насколько уменьшится от силы

Ответ: уменьшится

(+)

Задача:



Рассмотрим эту систему как линзу

в воздухе и П-П пластину толщиной  $h$ ,

и показателя  $n$

$d = h(1 - \frac{1}{n})$  - насколько пластинка сдвигается

линза дает изображение на расстоянии  $F = \frac{1}{D}$  изображение

$$F + d = h$$

$$\frac{1}{D} + h - \frac{h}{n} = h \quad n = hD = 1,4$$

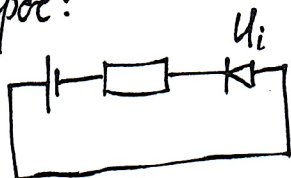
Ответ:  $n = hD = 1,4$

(+)

(3)

У3

Вопрос:



Найдем  $U_i$  методом послед. приближений

$$U_0 = 0$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} = 1 \text{ A}$$

$$U_1 = 2 \text{ В}$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E} - U_1}{R} = \frac{1}{2} \text{ A}$$

$$U_2 = 1,5 \text{ В} \quad I_2 = \frac{\mathcal{E} - U_2}{R} = 0,625 \text{ A} = \frac{5}{8} \text{ A}$$

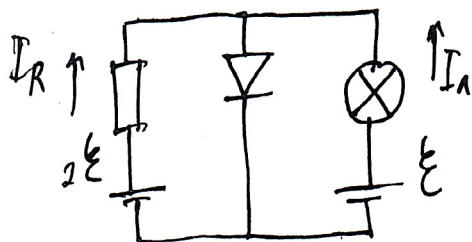
$$U_3 = 1,6 \text{ В} \quad I_3 = 0,6 \text{ A}$$

Ответ: 0,6 A



Задача:

Аппроксимируем ВАХ диода параболой  $I = \alpha U^2$ , подставляя точку (2 В, 1 А), находим  $\alpha = \frac{1 \text{ A}}{4 \text{ В}^2} = \frac{1}{4} \frac{\text{A}}{\text{В}^2}$



$$\begin{cases} 2\mathcal{E} = I_R R + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{I_R + I_A} \\ \mathcal{E} = \mathcal{E} \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2 + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{I_R + I_A} \end{cases}$$

$$U_A = \mathcal{E} \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2$$

$$I_R = \frac{\mathcal{E}}{R} \left( 1 - \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2 \right)$$

Решая систему численно получаем, что

$$I_A = x_0 \text{ A}, \text{ где } x_0 - \text{корень уравнения } 100x^4 + 51x^2 - x + 6 = 0$$

~~и тогда мощность  $P = I_A U(I_A)$~~

Тогда ток через диод  $I_R + I_A = \left( -x_0^2 + x_0 - \frac{1}{4} \right) \text{ A}$

~~и мощность  $P_D = I_D U_D$~~   $P_D = I_D U_D = 2 \left( -x_0^2 + x_0 - \frac{1}{4} \right)^{3/2} \text{ A ВТ}$

Ответ:  $P_D = 2 \left( -x_0^2 + x_0 - \frac{1}{4} \right)^{3/2} \text{ A ВТ}$ , где  $x_0$  - корень ур.  $100x^4 + 51x^2 - x + 6 = 0$



(4)

$$0.98, 2\beta, 0.8A$$

$$R = \frac{2}{0.8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2.5 \Omega$$

$$I = \alpha U^2 \quad I_D = \frac{1}{4} U_D^2$$

$$1 = \alpha 4\beta^2$$

$$\alpha = \frac{1}{4\beta^2}$$

$$U_D = \sqrt{\frac{I}{\alpha}}$$

$$2\xi = I_R R + R(I_R + I_A)$$

$$\xi = \xi - \xi \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2 + R(I_R + I_A)$$

$$2\xi =$$

$$2\xi = I_R R + 2\sqrt{I_R + I_A} \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

$$\xi = \xi - \xi \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2 + 2\sqrt{I_R + I_A} \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

$$2\xi =$$

$$2\xi - I_R R = 1 + \xi \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2$$

$$I_R R = 2\xi - \xi \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2$$

$$2\xi = I_R R + \xi \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2$$

$$2\xi = I_R R + \xi \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2$$

$$\xi = I_R R + \xi \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2$$

$$2\xi = I_R R + U_D$$

$$\xi = \xi - \xi \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2 + U_D$$

$$2\xi = I_R R + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{I_R + I_A}$$

$$\alpha(2\xi - I_R R)^2 = I_R + I_A$$

$$\alpha(4\xi^2 - 4\xi I_R R + I_R^2 R^2) = I_R + I_A$$

$$\alpha(4\xi^2 - 4\xi$$

$$\frac{1}{4} \xi^2 - \xi I_R R + \frac{1}{4} I_R^2 R^2 = I_R + I_A$$

$$1600x^2 - 1600x + 400 = x + y$$

$$40y^2 = x + y$$

Упробим

$$I_R = \frac{\xi}{R} \left( 1 - \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2 \right) = \frac{1}{4} \left( 1 - \left( \frac{I_A}{0.5} \right)^2 \right)$$

$$10 = 20x + \frac{1}{2} \sqrt{x+y}$$

$$5 \left( \frac{y}{0.5} \right)^2 = \frac{1}{2} \sqrt{x+y}$$

$$(20 - 40x)^2 = x + y$$

$$40y^2 = x + y$$

$$10 = 20x + \frac{1}{2} \sqrt{x+y}$$

$$20y^2 = \frac{1}{2} \sqrt{x+y}$$

(5)

$$r = 20 \Omega$$

Чернышук

$$2 \mathcal{E} = I_R R - r(I_R + I_L)$$

$$\int 10 = x \cdot 20 - 2(x+y)$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E} \left( \frac{I_L}{I_0} \right)^2 + r(I_R + I_L)$$

$$\left( \frac{y}{0,5} \right)^2 = 2(x+y)$$

$$18x - 2y = 10$$

$$4y^2 - 2y = 2x$$

$$36y^2 - 18y - 2y = 10$$

$$18y^2 - 20y = 105$$

$$18y^2 - 10y - 5 = 0$$

$$y = \frac{1}{18} \left( \frac{5}{25} \pm \sqrt{\frac{100}{25} + 90} \right) = \frac{1}{18} \left( \frac{5}{25} \pm \sqrt{125} \right) = \frac{1}{18} \left( \frac{5}{25} + 5\sqrt{5} \right) = \frac{1}{18} \left( \frac{5}{25} + 5\sqrt{5} \right) = \frac{5}{18} \left( \frac{1}{5} + \sqrt{5} \right) = \frac{5}{18} \cdot 3,2 = \frac{5 \cdot 1,6}{9} = 0,89 A$$

$$y = I_L = 0,89 A$$

$$x = 2 \cdot (0,89)^2 - 0,89 = 0,89(2 \cdot 0,89 - 1) = 0,89(0,78) = 0,694 A$$

$$\frac{2,5}{4} = \frac{62,5}{100} = 0,625 \quad 4 - 1,6 = \frac{2,4}{4} = 0,6$$

$$\frac{0,625}{4}$$

$$R = \frac{2,5}{1,5} = \frac{4}{3} = 1,3$$

$$1,3(x+y) = 20x - 10$$

$$1,3(x+y) = \left( \frac{y}{0,5} \right)^2 = 4y^2$$

$$1,3y = 18,7x - 10$$

$$4y^2 - 1,3y = -1,3x$$

$$\alpha \left( \mathcal{E} \left( 1 + \left( \frac{I_L}{I_0} \right)^2 \right) \right)^2 = I_R + I_L = I_L + \frac{\mathcal{E}}{R} \left( 1 - \left( \frac{I_L}{I_0} \right)^2 \right)$$

$$\frac{1}{4} \left( 5 \left( 1 + \left( \frac{x}{0,5} \right)^2 \right) \right)^2 = x + \frac{1}{4} \left( 1 - \left( \frac{x}{0,5} \right)^2 \right)$$

$$10 = 20x - 1,3(x+y)$$

$$\left( \frac{y}{0,5} \right)^2 = 1,3(x+y)$$

$$y^2 = 5x \quad x = \frac{1,3y + 10}{18,7}$$

$$\mathcal{E} = I_R R - \mathcal{E} \left( \frac{I_L}{I_0} \right)^2$$

$$I_R = \frac{\mathcal{E}}{R} \left( 1 - \left( \frac{I_L}{I_0} \right)^2 \right)$$

$$\frac{1}{4} \left( 5(1 + 4x^2) \right)^2 = x + \frac{1}{4} (1 - 4x^2)$$

$$25(1 + 8x^2 + 16x^4) = 4x + (1 - 4x^2)$$

$$400x^4 + 200x^2 + 25 = 4x + 1 - 4x^2$$

$$400x^4 + 204x^2 - 4x + 24 = 0$$

$$100x^4 + 51x^2 - x + 6 = 0$$

$$100x^4 + 51x^2 - x + 6 = 0$$

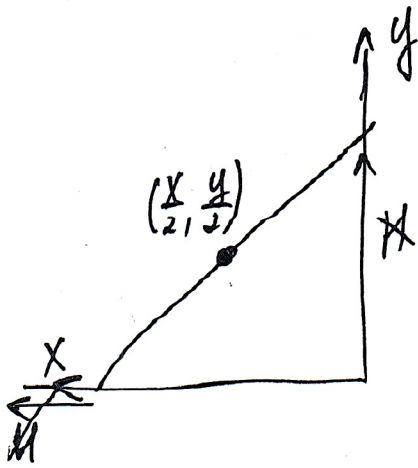
$$0,01 + 0,51 - 0,1 + 6$$

$$\frac{1}{4} (1 - 4x^2)$$

$$\frac{1}{4} - x^2 + x$$

(6)





$$u = a_0 t = \sqrt{\frac{a_0 L}{2}}$$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x/2 \\ y/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$$

$$x^2 + y^2 = \text{const } L^2$$

$$x\dot{x} + y\dot{y} = 0$$

$$\frac{\dot{y}}{\dot{x}} = -\frac{x}{y}$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix}$$

верно

$$\vec{v} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u \\ -u \end{pmatrix}$$

$$\dot{x}^2 + x\ddot{x} + \dot{y}^2 + y\ddot{y} = 0$$

$$u^2 + x\ddot{x} + u^2 + y\ddot{y} = 0$$

$$x\ddot{x} + y\ddot{y} = -2u^2$$

$$x(\ddot{x} + \ddot{y}) = -2u^2$$

$$\ddot{x} + \ddot{y} = -\frac{2u^2}{x}$$

$\frac{h}{n}$

$$\ddot{x} = a_0$$

$$\ddot{y} = -\frac{2u^2}{x} - a_0 = -\frac{a_0 L}{2\sqrt{2}} - a_0$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -(\sqrt{2}+1) \end{pmatrix} a_0$$

$$(\sqrt{2}+1)^2 + 1 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 + 1 = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$I = \frac{eB}{4\pi m} = 1 \text{ A}$$

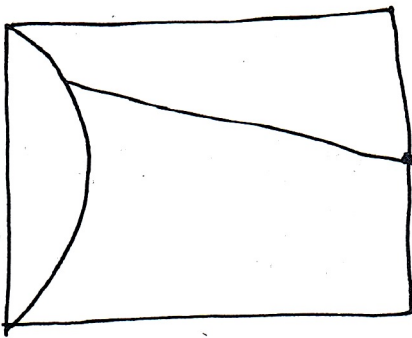
$$D = \left( \frac{n_A}{n_{cp}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$D = (n_A - 1) \frac{1}{R}$$

$$D_0 = (n - 1) \frac{1}{R}$$

$$F = \frac{1}{D + D_0} = \frac{1}{\frac{n-1}{n} D + D_0 - \frac{n-1}{R}}$$

$$d = h \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$



$$F + d = h$$

$$F - h + \frac{h}{n} = h$$

$$\frac{1}{n} = 2 - \frac{F}{h}$$

$$n = \frac{1}{2 - \frac{F}{h}} = \frac{h}{2h - F}$$

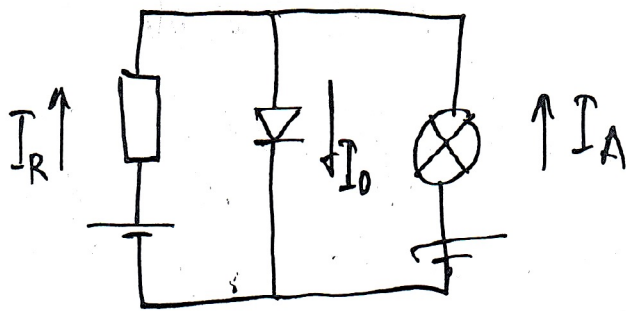
$$= \frac{h}{2h - \frac{hD}{D_0}} = \frac{hD_0}{2hD_0 - D}$$

$$= \frac{0,2 \cdot \frac{1}{7}}{2 \cdot 0,2 \cdot \frac{1}{7} - 1} = \frac{0,2}{0,4 - 1}$$

$$F + h - \frac{h}{n} = h$$

$$n = \frac{h}{F} = hD = 0,2 \cdot 7 = 1,4$$

(7)



Чернышова

$$2\xi = I_R R + U_D$$

$$\xi = U_A + U_D$$

$$U_A = \left(\frac{I_A}{I_0}\right)^2 \xi$$

$$\xi = \left(\frac{I_A}{I_0}\right)^2 \xi$$

$$I_A = I_0 = 0,5$$

$$\xi = I_R R - \left(\frac{I_A}{I_0}\right)^2 \xi$$

$$10 = \frac{p}{T_0} = 6 - \frac{T}{T_0}$$

$$\rho \frac{m}{p} = \frac{m}{\mu} R T$$

$$\rho \mu = p R T$$

$$\rho = \frac{p R T}{\mu}$$

$$\rho_0 = \frac{p_0 R T_0}{\mu}$$

$$\frac{\rho_{max}}{\rho_0} = \frac{R}{\mu}$$

$$\frac{\rho_{max}}{\rho_0} = \frac{T_{max}}{T_0} \frac{p_{max}}{p_0} = 9$$

$$\frac{\rho_{min}}{\rho_0} = \frac{T_{min}}{T_0} \frac{p_{min}}{p_0} = 5$$

$$\frac{dT}{dT_0} = \left(6 - \frac{T}{T_0}\right) \frac{T}{T_0} = -\frac{T}{T_0} \left(\frac{T}{T_0} - 6\right)$$

$$\frac{T}{T_0} = 3 - \max \frac{p}{p_0} = 3$$

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \min \frac{T}{T_0} = \frac{p}{p_0} = 5$$

$$\frac{\rho_{max}}{\rho_{min}} = \frac{9}{5} = 1,8$$

$$I_D = I_R + I_A$$

$$U_D = 2\xi - I_R R = \xi - \left(\frac{I_A}{I_0}\right)^2 \xi$$

$$I_R = \frac{1}{R} \left( \xi - \frac{\xi}{R} \left( 1 + \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2 \right) \right)$$

$$I_D = \frac{\xi}{R} \left( 1 + \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2 \right) + \frac{1}{R} I_A$$

$$I_D = \frac{1}{4} (1 + x^2) + x = \frac{1}{4} x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$U_D = \xi \left( 1 - \left( \frac{I_A}{I_0} \right)^2 \right)$$

$$U_D = 5(1 - x^2) = -5x^2 + 5$$

$$5x^2 = 5 - U_D$$

$$x^2 = 1 - \frac{U_D}{5}$$

$$I_D = \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{U_D}{5} \right) + x + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{U_D}{20} + x$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{U_D}{20} + \sqrt{1 - \frac{U_D}{5}}$$

(8)