МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

Наименование олимпиады школьников: **«Покори Воробьёвы Горы!»**

Профиль олимпиады: **Физика**

ФИО участника олимпиады: **Павлов Иван Егорович**

Класс: 11

Технический балл: **88**

Дата проведения: **24 марта 2022 года**

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы Горы!»
Заключительный этап 2021/22 учебного года.

ШИФР РАБОТЫ	**1786887**

Результаты проверки:

	1	**2**	**3**	**4**	**Σ**
В	5	3	5	3	88
З	20	20	12	20	

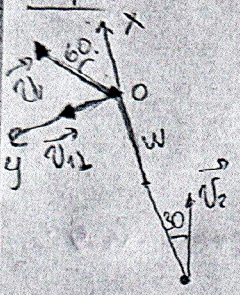
Степаньщу Константин Викторович
Чистякова Наталия Игоревна

ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА:88

1786887

Задание 1. Чистовик

Вопрос:



1) Т.к. стержень жёсткий, то ~~при~~ расстояние между шариками постоянно, т.е. проекции скоростей на напр. стержня равны:

$$v_1 \cos 60 = v_2 \cos 30$$

$$v_2 = \frac{\frac{1}{2} v_1}{\sqrt{3}/2} = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$$

$$v_{1x} = \frac{1}{2} v_1$$

$$v_{1y} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$$

$$v_{2x} = \frac{1}{2} v_1$$

$$v_{2y} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{v_1}{\sqrt{3}} = \frac{v_1}{2} \cdot \frac{v_1}{2\sqrt{3}}$$

$$v_{x\,ц.м.} = \frac{m v_{1x} + m_2 v_{2x}}{2m} = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{2} = \frac{1}{2} v_1$$

$$v_{y\,ц.м.} = \frac{m v_{1y} + m v_{2y}}{2m} = \frac{v_{1y} + v_{2y}}{2} = v_1 \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}}}{2} =$$

$$= \frac{3-1}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} v_1$$

$$E = 2m\left(v_{y\,ц.м.}^2 + v_{x\,ц.м.}^2\right)/2 + \frac{1}{2} 2m \cdot \left(\omega \frac{L}{2}\right)^2 =$$

$$= (m v_1^2 + m v_2^2) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{12} v_1^2 + \frac{1}{4} v_1^2 + \frac{1}{4} \omega^2 L^2 = \frac{1}{2}\left(v_1^2 + \frac{v_1^2}{3}\right) \quad \Big| \, 6$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 + \frac{3}{2} v_1^2 + \frac{3}{2} \omega^2 L^2 = v_1^2 + 3 v_1^2$$

$$\frac{3}{2} \omega^2 L^2 = 2 v_1^2$$

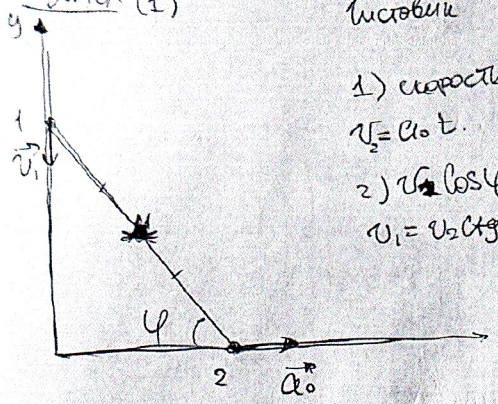
$$\omega^2 L^2 = \frac{4}{3} v_1^2$$

$$\omega = \frac{2}{\sqrt{3}} v_1 / L = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1{,}5\ \text{м/с}}{0{,}3\ \text{м}} = \boxed{\frac{10}{\sqrt{3}}\ \text{рад/с}}$$

Стр. 1

Задача (1)

Чистовик



1) скорость нижнего конца лестницы:

$v_2 = a_0 t$.

2) $v_2 \cos\varphi = v_1 \sin\varphi$

$v_1 = v_2 \operatorname{ctg}\varphi$

2) Положение лета в системе XOY:

$x_k = \frac{L}{2}\cos\varphi$

$y_k = \frac{L}{2}\sin\varphi$

3) Положение нижнего конца:

$x_2 = L\cos\varphi$

$\dot{x}_2 = v_2 = -L\sin\varphi\dot{\varphi}$

$v_1 = v_2 \operatorname{ctg}\varphi = a_0 t \operatorname{ctg}\varphi$ $\quad v_2 = a_0 t$

$a_0 t = -L\sin\varphi\dot{\varphi}$; $\dot{\varphi} = -\frac{a_0 t}{L\sin\varphi}$

$\dot{x}_k = \frac{L}{2}(-\sin\varphi)\dot{\varphi}$

$\dot{y}_k = \frac{L}{2}(\cos\varphi)\dot{\varphi}$

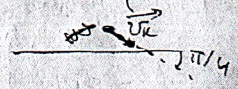
$v_k = \sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2} = \frac{L\dot{\varphi}}{2}$

$|v_k| = \frac{L a_0 t}{2L\sin\varphi} = \frac{a_0\sqrt{\frac{L}{2a_0}}}{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{a_0 L}}{2}}$

+

$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\dot{y}_k}{\dot{x}_k} = -\operatorname{tg}\varphi = -1$

$\gamma = -\frac{\pi}{4}$. ~~Скорость~~ $\boxed{v = \frac{\sqrt{a_0 L}}{2}}$, направлена под углом $-\frac{\pi}{4}$ к оси x



2) $\ddot{x}_2 = -L(\cos\varphi\dot{\varphi}^2 + \sin\varphi\ddot{\varphi}) = a_0$.

$\sin\varphi\cdot\ddot{\varphi} = \frac{a_0}{L} + \cos\varphi\,\dot{\varphi}^2$

$\ddot{\varphi} = \frac{a_0}{L\sin\varphi} + \dot{\varphi}^2\operatorname{ctg}\varphi$

Гр. 2

$\ddot{x}_k = \frac{1}{2}\ddot{x}_2 = -\frac{L}{2}(\cos\varphi\dot{\varphi}^2 + \sin\varphi\ddot{\varphi})$

$\ddot{y}_k = \frac{L}{2}(-\sin\varphi\dot{\varphi}^2 + \cos\varphi\ddot{\varphi})$

$a_k = \sqrt{\ddot{x}_k^2+\ddot{y}_k^2} = \frac{L}{2}\sqrt{\cos^2\varphi\,\dot{\varphi}^4 + \sin^2\varphi\,\ddot{\varphi}^2 + 2\cos\varphi\sin\varphi\,\ddot{\varphi}\dot{\varphi}^2 + \sin^2\varphi\,\dot{\varphi}^4 + \cos^2\varphi\,\ddot{\varphi}^2 - 2\cos\varphi\sin\varphi\,\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi}} =$

$\frac{df}{d\tau} = 6 - \frac{1}{T_0}$

Чистовик (стр 5)

$$= \frac{L}{2}\sqrt{\dot\varphi^4+\ddot\varphi^2} = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{a_0^4 t^4}{L^4\cdot \sin^4\varphi} + \frac{a_0^2}{L^2\sin^2\varphi} + \left(\frac{a_0^2 t^2 \operatorname{ctg}\varphi}{L^2\sin^2\varphi} + 2\frac{a_0^2}{L\sin\varphi}\cdot\frac{a_0^2 t^2}{L^2\sin^2\varphi}\operatorname{ctg}\varphi\right)}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a_0^4\cdot\frac{L^2}{4a_0^2}}{L^2\cdot 1/4} + \frac{a_0^2}{L^2\cdot\frac{1}{2}} + \frac{a_0^4\cdot\frac{L^2}{4a_0^2}}{L^2\cdot 1/4} + \frac{2a_0^3\cdot\frac{L}{2a_0}}{L\cdot\frac{1}{2\sqrt2}}} =$$

$$= \frac{1}{2}a_0\sqrt{1+2+1+2\sqrt2} = \boxed{\frac12 a_0\sqrt{4+2\sqrt2}}$$

Чистовик

$$\ddot x_k = -\frac{L}{2}\left(\frac{1}{\sqrt2}\cdot\frac{a_0^2\frac{L}{2a_0}}{L^2\cdot 1/2} + \frac{1}{\sqrt2}\left[\frac{a_0\sqrt2}{L} + \frac{a_0^2\cdot\frac{L}{2a_0}}{L^2\cdot 1/2}\right]\right) =$$

$$= -\frac{L}{2}\left(\frac{a_0}{\sqrt2 L} + \frac{a_0}{L} + \frac{a_0}{\sqrt2 L}\right) = -a_0\left(1+\sqrt2\right)\cdot\frac12$$

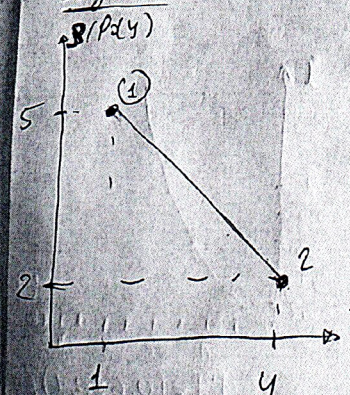
$$\cos\gamma_1 = \frac{\ddot x_k}{a_k} = \frac{1+\sqrt2}{\sqrt{4+2\sqrt2}} = \sqrt{\frac{3+2\sqrt2}{4+2\sqrt2}}$$

(+)

$\boxed{a_k = \frac12 a_0\sqrt{4+2\sqrt2}}$ напр. под углом γ_1 к оси x.

Задание 2:

Задача:



$\frac{\rho_1}{\rho_0} = 5$; $\frac{T_1}{T_0} = 1$

$\frac{\rho_2}{\rho_0} = 2$; $T_2/T_0 = 4$

$$P = \frac{\nu RT}{V} = \frac{mRT}{MV} = \frac{\rho RT}{M}$$

Напишем ур-е прямой.

$y = y_0 - kx$ $\quad k = 1$

$\begin{cases} 5 = y_0 - k \\ 2 = y_0 - 4k \end{cases}$ $\quad y_0 = 6.$

Стр. 3

$y = 6 - x$

$\frac{\rho}{\rho_0} = 6 - \frac{T}{T_0}$;

$\rho = 6\rho_0 - T\frac{\rho_0}{T_0}$

$\rho = \frac{PM}{RT}$

$\frac{PM}{RT} = 6\rho_0 - T\frac{\rho_0}{T_0}$

$P = \frac{1}{M}\left[6\rho_0 RT - \frac{\rho_0 R T^2}{T_0}\right]$

$$P = \frac{\rho_0 R}{M}\left[6T - \frac{T^2}{T_0}\right] = \frac{\rho_0 R}{M}f(T)$$

P(T) имеет максимум.

$$\frac{df}{dT} = 6 - \frac{2T}{T_0}$$

$G = \frac{2T_1}{T_0}$

Чистовик (стр. 4)

$T_1 = 3T_0$

$\frac{T_1}{T_0} = 3$. В точке с $x = 3$ макс. давление.

$P(3T_0) = \frac{\nu_0 R}{M}\left(18T_0 - \frac{9T_0^2}{T_0}\right) = \frac{9\nu_0 R T_0}{M}$

Мин. давление на одном из концов отрезка.

$P(T_0) = \frac{\nu_0 R}{M}\left(6T_0 - \frac{T_0^2}{T_0}\right) = \frac{5\nu_0 R}{M}$

$P(4T_0) = \frac{\nu_0 R}{M}\left(24T_0 - \frac{16T_0^2}{T_0}\right) = \frac{8\nu_0 R}{M}$

$P_{min} = \frac{5\nu_0 R}{M}$

+

$\alpha = \frac{P_{max}}{P_{min}} = \boxed{\frac{9}{5}}$

$1 - \frac{12}{4} = \frac{4 - 2{,}75}{4}$

$\frac{3{,}25}{4}$

$1 = \frac{k}{4} - \frac{1}{5}$. $1{,}75$.

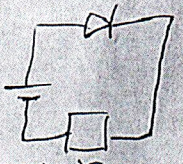
$4 \cdot 0{,}8 = 3{,}2$.

$1 = \frac{3}{5}$

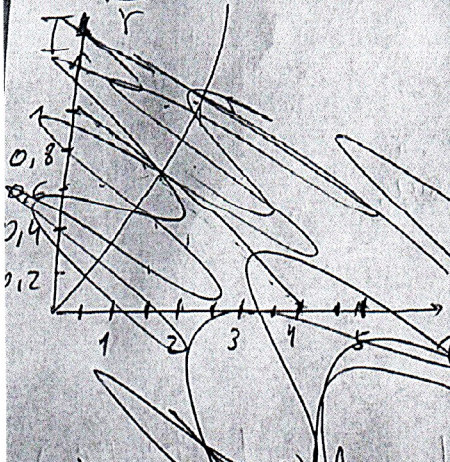
Задание 3:

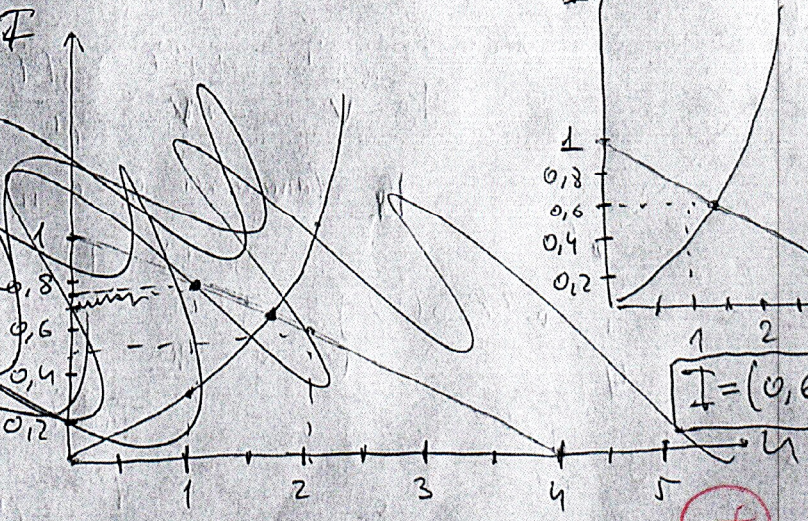
Вопрос:

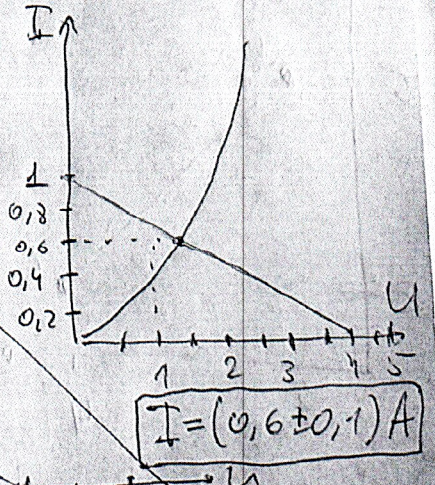
$U_g = \mathcal{E} - Ir$



$I = \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{U_g}{r} = 1A - \frac{U_g}{4\,Ом}$







$\boxed{I = (0{,}6 \pm 0{,}1)\,A}$

$I = (0{,}6 \pm 0{,}1)\,A$

+

$I(U_g) = k \cdot U^\alpha$

$k \cdot (1B)^\alpha = 1A$

$k \cdot (0{,}5B)^\alpha = 0{,}6A$

$\left(\frac{2}{3{,}2}\right)^\alpha = \frac{1}{3{,}5} = 5/3$

$\left(\frac{4}{3}\right)^\alpha = \frac{5}{3}$

$\alpha = \log_{4/3} 5/3$; $k = \frac{1}{2^{\log_{4/3} 5/3}} \left(\frac{A}{B^\alpha}\right)$

Задание 4: Чистовик (стр 5)

Вопрос:

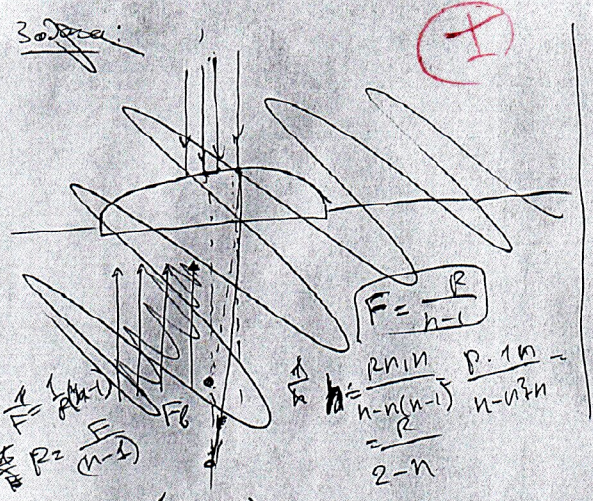
Формула для опт. силы линзы:

$D=\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\left(\frac{n-n_1}{n_1}\right)$, где R_1, R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы, n – показатель преломления вещества линзы, n_1 – показатель преломления среды.

Для воздуха $n_1 \approx 1$, поэтому $D=\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)(n-1)$

Если $n_1 > n$, то $D_1=\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\left(\frac{n}{n_1}-1\right)<0$, и $\operatorname{sgn}(D)=-\operatorname{sgn}(D_1)$, т.е оптическая сила изменит знак.

Задача:



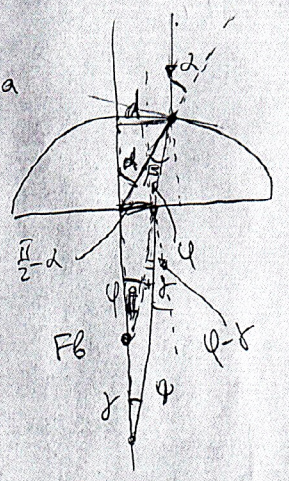
$\boxed{F=\frac{R}{n-1}}$

$\frac{1}{F}=\frac{1}{R}(n-1)$

$R=\frac{F}{(n-1)}$

$h=\frac{R n_1 n}{n-n(n-1)}=\frac{R\cdot 1 n}{n-n^2+n}=\frac{R}{2-n}$

Задача



1) $D=\frac{1}{R}(n-1)$

2) т.к. пучок узкий, все углы будем считать малыми.

3) $\sin\alpha = n\sin\beta$

4) $\varphi=\pi-\left[\beta+\frac{\pi}{2}-\alpha\right]-\frac{\pi}{2}=\alpha-\beta=\alpha\left(1-\frac{1}{n}\right)$

$n\varphi=n_1\gamma$

$\gamma=\frac{\alpha(n-1)}{n_1}$

$\psi=\varphi+\gamma=\alpha\left(1-\frac{1}{n}\right)+\alpha\left(\frac{n-1}{n_1}\right)$

$d=R\alpha=h\varphi$

$R=h\left(1-\frac{1}{n}-\frac{n-1}{n_1}\right)=$

$=h\left(\frac{nn_1-n_1-n^2-n}{nn_1}\right)$

$\cancel{\varphi = \psi + \gamma - \alpha}$ $d = \alpha R = \gamma h$

Чистовик

стр. 3

$\cancel{R\alpha = d\gamma}$ $R = h\gamma = h\dfrac{n-1}{n_1}$

$\cancel{R = d}$

$$\frac{R}{n-1} = \frac{1}{D} = \frac{h}{n_1}$$

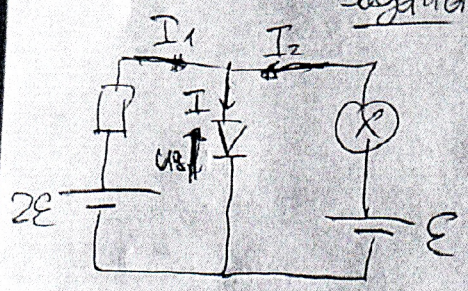
$n_1 = hD = 7 \cdot 0{,}2 = \boxed{1{,}4}$ +

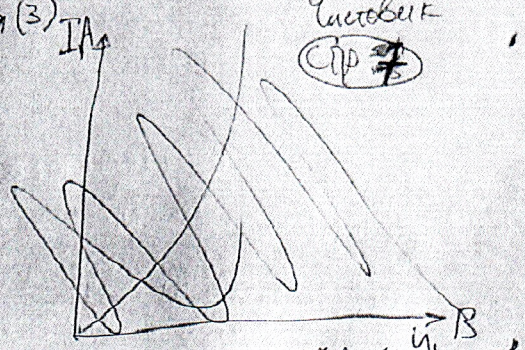
Ответ: 1,4

Задача (3)

Чистовик

Стр 7





$I = I_1 + I_2$

$2\mathcal{E} - I_1 R - U_g = 0$

$U_g - U_x - \mathcal{E} = 0$

$I_2 = I_0 \sqrt{\frac{U_x}{\mathcal{E}}}$

$U_x = \frac{\mathcal{E} I_2^2}{I_0}$

$2\mathcal{E} = U_g + I_1 R$

$U_g = \frac{\mathcal{E} I_2^2}{I_0} + \mathcal{E}$

$I = I_1 + I_2$

Пусть $I(U_g) = k U_g^{\alpha}$

Тогда:

$k \cdot (2В)^{\alpha} = 1$

$k \cdot (1,5В)^{\alpha} = 0,6$

$\alpha = \log_{4/3} 5/3$

$k = 2^{-\log_{4/3} 5/3} \left(\frac{A}{В^{\alpha}}\right)$

$2\mathcal{E} = U_g + I_1 R$

$U_g = \frac{\mathcal{E} I_2^2}{I_0} + \mathcal{E}$

$k U_g^{\alpha} = I_1 + I_2$

$2\mathcal{E} = U_g + R[k U_g^{\alpha} - I_2]$

$U_g = \frac{\mathcal{E} I_2^2}{I_0} + \mathcal{E}$

$I_2 R = k R U_g^{\alpha} - 2\mathcal{E} + U_g$

$I_2 = k U_g^{\alpha} + \frac{U_g}{R} - \frac{2\mathcal{E}}{R} = k U_g^{\alpha} + \frac{U_g - 2\mathcal{E}}{R}$

$U_g = \frac{\mathcal{E}}{I_0}\left[k^2 U_g^{2\alpha} + \frac{(U_g - 2\mathcal{E})^2}{R^2} + 2k U_g^{\alpha} \frac{U_g - 2\mathcal{E}}{R}\right] + \mathcal{E}$

?

Задача 2 Чистовик (стр. 8)

Вопрос:

Температура – макроскопическая характеристика ~~вещества~~ газа. Она показывает среднюю кинетическую энергию молекул: ~~вещества~~ $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT$; Абсолютная шкала температур отсчитывает температуру от «абсолютного нуля» – состояние, в котором молекулы в веществе ~~не~~ имеют нулевую ср. кин. энергию. От шкалы Цельсия сдвинута на 273°.

+