07-55-96-81
(122.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Кириллова Андрея Александровича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
07-55-96-81	80	20	20	20	20	0	X	X	X

Повысить оценку на 10 баллов (старая оценка — 80, новая оценка — 90).
Исправлено по апелляции.

07-55-96-81 (122.1)

~~8 э) (восемь...)~~

Чистовик

СТРАНИЦА 1

90 (девяносто)

Исправлено на апелляции

ЗАДАЧА 1

~~$1-\sqrt{2}\cos x\,(\sin$~~

$1-\sqrt{2}\cdot\cos x\cdot(\sin x+2\cos x)+\sqrt{2}\cdot\sin x\cdot(2\sin x-\cos x)=$

$=2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)\Leftrightarrow\left(1-2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)\right)-2\cdot\sqrt{2}\cdot\sin x\cdot\cos x-$

$-2\sqrt{2}\cdot(\cos^2x-\sin^2x)=0\Leftrightarrow\cos\left(2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)\right)-$

$-\sqrt{2}\cdot\sin 2x-2\cdot\sqrt{2}\cdot\cos 2x=0\Leftrightarrow\left(\cos 2x\cdot\cos\frac{\pi}{4}-\sin 2x\cdot\right.$

$\left.\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)-\sqrt{2}\sin 2x-2\cdot\sqrt{2}\cdot\cos 2x=0\Leftrightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos 2x-$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin 2x-\sqrt{2}\cdot\sin 2x-2\sqrt{2}\cdot\cos 2x=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ (умножим обе части уравнения на 2 и получим равносильное уравнение, так как $2\neq 0$) $\cancel{\cos 2x}-\sin 2x-2\sin 2x-\cancel{4\cos 2x}^{\,3\cos 2x}=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow-3(\sin 2x+\cos 2x)=0\Leftrightarrow$ (так как $-3\neq 0$) $\sin 2x+$

$+\cos 2x=0\Leftrightarrow\sqrt{2}\cdot\left(\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ (так как $\sqrt{2}\neq 0$) $\sin 2x\cdot\cos\frac{\pi}{4}+\cos 2x\cdot\sin\frac{\pi}{4}=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow 2x+\frac{\pi}{4}=\pi k\ (k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x=-\frac{\pi}{4}+\pi k\Leftrightarrow\boxed{x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}}$

$\boxed{\text{Ответ: } -\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2},\ k\in\mathbb{Z}}$

ЧИСТОВИК

СТРАНИЦА 2

ЗАДАЧА 2

~~В зад~~ По условию, возможно 4 случая (далее М - ~~I случай:~~ мотоциклист; $V_М$ - его скорость; V - ~~Моха~~ велосипедист; V_V - его скорость; L - рассто-яние от пункта А до пункта В; T - время (в часах) прибытия велосипедиста и мотоциклиста в В):

I случай

„М выехал в 13:00, а V выехал в 12:00 (на час раньше), при этом в В они прибыли одновременно, хотя М сделал остановку в пути на 2 часа"

Пусть $t_М$ - время пути М (включая остановку); t_V - время пути велосипедиста. Тогда:

$t_М = t_{езды\ М} + t_{ост.М} = $ ~~(пусть~~ ($V_М = 2V_V$ по условию) $\frac{L}{2V_V} + 2ч$

$t_V = t_{езды\ V}$ ~~$+ t_{ост.V}$~~ $= \frac{L}{V_V}$

Значит: $\begin{cases} T = 13ч + t_М \Leftrightarrow T = 13ч + \left(\frac{L}{2V_V} + 2ч\right) \\ T = 12ч + t_V \Leftrightarrow T = 12ч + \frac{L}{V_V} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overset{3ч}{\cancel{15ч}} + \cancel{\frac{L}{2V_V}}^{0} = \cancel{12ч}^{0} + \cancel{\frac{L}{V_V}}^{\frac{L}{2V_V}} \Leftrightarrow \frac{L}{V_V} = 6ч \Rightarrow T = 12ч + 6ч =$
$= 18ч$ (в данном случае в 18:00 люди прибыли в В).

II случай

„М выехал в 13:00, а V выехал в 12:00, при этом в В они прибыли одновременно, хотя V сделал остановку в пути на 2 часа"

Аналогично: $\begin{cases} T = 13ч + t_М \Leftrightarrow T = 13ч + \frac{L}{2V_V} \\ T = 12ч + t_V \Leftrightarrow T = 12ч + \left(\frac{L}{V_V} + 2ч\right) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overset{-1ч}{\cancel{13ч}} + \cancel{\frac{L}{2V_V}}^{0} = \cancel{14ч}^{0} + \cancel{\frac{L}{V_V}}^{\frac{L}{2V_V}} \Leftrightarrow \frac{L}{V_V} = -2ч$, чего не может быть $\Rightarrow$ II случай невозможен

07-55-96-81 (122.1)

~~##~~ Чистовик

СТРАНИЦА 3

III случай

„V выехал в 13:00, а M выехал в 12:00, при этом в B они прибыли одновременно, хотя M сделал остановку в пути на 2 часа"

Аналогично: $\begin{cases} T = 12ч + t_M \Leftrightarrow T = 12ч + \left(\frac{L}{2v_V} + 2ч\right) \\ T = 13ч + t_V \Leftrightarrow T = 13ч + \frac{L}{v_V} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{14ч}^{1ч} + \cancel{\frac{L}{2v_V}}^{0} = \cancel{13ч}^{0} + \cancel{\frac{L}{v_V}}^{\frac{L}{2v_V}} \Leftrightarrow \frac{L}{v_V} = 2ч \Rightarrow T = 13ч + 2ч =$

$= 15$ ч (в данном случае в 15:00 люди прибыли в B)

IV случай

„V выехал в 13:00, а M выехал в 12:00, при этом в B они прибыли одновременно, хотя V сделал остановку в пути на 2 часа"

Аналогично: $\begin{cases} T = 12ч + t_M \Leftrightarrow T = 12ч + \frac{L}{2v_V} \\ T = 13ч + t_V \Leftrightarrow T = 13ч + \frac{L}{v_V} + 2ч \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{12ч}^{-3ч} + \cancel{\frac{L}{2v_V}}^{0} = \cancel{15ч}^{0} + \cancel{\frac{L}{v_V}}^{\frac{L}{2v_V}} \Leftrightarrow \frac{L}{v_V} = -6ч$, чего не может быть $\Rightarrow$ IV случай невозможен.

Итак, ~~в~~ в обоих случаях (в I-м и в III-м, которые подходят в отличии от II-го и IV-го) остановку делает мотоциклист. Но если раньше выезжает велосипедист, то люди прибывают в $\boxed{18:00}$, а если раньше выезжает мотоциклист, то люди приезжают в $\boxed{15:00}$. Таким образом, возможно 2 времени прибытия.

$\boxed{\text{Ответ: в 18:00 или в 15:00}}$ (в зависимости от того, кто раньше выехал)

Чистовик

СТРАНИЦА 4

Задача 3

$x^3+6x^2+7x+1=0$ – данное уравнение имеет корни x_1, x_2, x_3 (3 корня – максимальное количество действительных корней кубического уравнения) $\Leftrightarrow$ (по теореме Виета для кубического уравнения)
$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-6 \; (1) \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=7 \; (2) \\ x_1x_2x_3=-1 \; (3) \end{cases}$$

$x^3+ax^2+bx+c=0$ – данное уравнение имеет корни $x_1+x_2, x_2+x_3, x_3+x_1$ (3 корня – максимальное количество действительных корней кубического уравнения) $\Leftrightarrow$ (по теореме Виета для кубического уравнения)
$$\begin{cases} (x_1+x_2)+(x_2+x_3)+(x_3+x_1)=-a \; (4) \\ (x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_2+x_3)(x_1+x_3)+(x_1+x_3)(x_1+x_2)=b \; (5) \\ (x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_1+x_3)=-c \; (6) \end{cases}$$

4) $-a=2(x_1+x_2+x_3)=2\cdot(-6)$ (из (1)) $=-12 \Leftrightarrow \boxed{a=12}$

5) $\boxed{b}=(x_2^2+(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3))+(x_3^2+(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3))+(x_1^2+(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3))=(x_1^2+x_2^2+x_3^2)+3(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)=(x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_2x_3+2x_1x_3)+(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)=(x_1+x_2+x_3)^2+7$ (из (2)) $=(-6)^2$ (из (1)) $+7=\boxed{43}$

6) $-c=2x_1x_2x_3+(x_1^2x_2+x_1x_2^2+x_2^2x_3+x_2x_3^2+x_1^2x_3+x_1x_3^2)=((x_1\cdot x_1x_2+x_1\cdot x_2x_3+x_1\cdot x_1x_3)+(x_2\cdot x_1x_2+x_2\cdot x_2x_3+x_2\cdot x_1x_3)+(x_3\cdot x_1x_2+x_3\cdot x_2x_3+x_3\cdot x_1x_3))-x_1x_2x_3=(x_1+x_2+x_3)(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)-(-1)$ (из (3)) $=(-6)\cdot 7$ (из (1) и (2)) $+1=-41 \Leftrightarrow c=41$ подходящие под условие

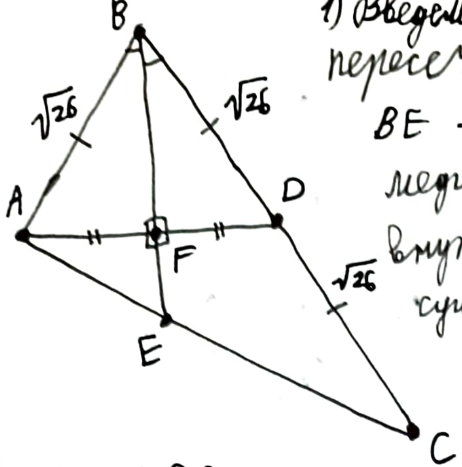
Ответ: $a=12$; $b=43$; $c=41$

Итак, мы нашли a, b, c,

ЧИСТОВИК

СТРАНИЦА 5

ЗАДАЧА 4

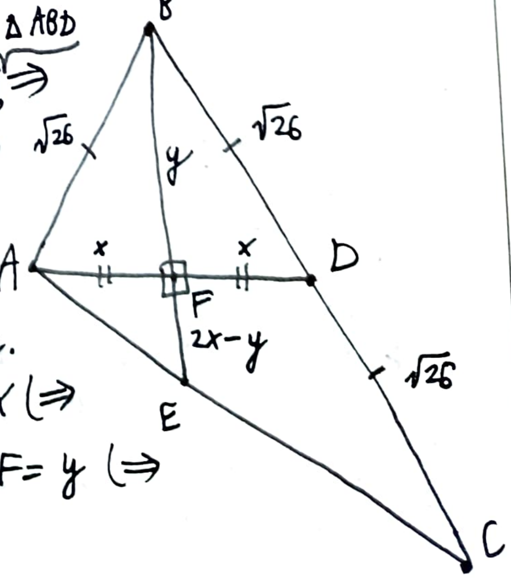


1) Введём обозначение: F — точка пересечения AD и BE. Так как BE — биссектриса ΔABC, а AD — медиана ΔABC, то F лежит внутри ΔABC. Покажем, что F существует: так как $E \in AC$, то $AC > EC$; так как $D \in BC$, то $BC > DC$; так как $CA > CE$, ~~то~~ и $CD < CB$, то AD пересекается с BE, что и хотели.

2) BE — биссектриса $\Delta ABC \Rightarrow$ (по определению биссектрисы Δ-а) $\angle ABE = \angle CBE \Leftrightarrow \angle ABF = \angle DBF \Rightarrow$ (по определению биссектрисы Δ-а) BF — биссектриса ΔABD. Но BF — высота ΔABD (так как $AD \perp BE$, то $BF \perp AD$; использовали определение высоты Δ-а) $\Rightarrow$ (по признаку равнобедренного Δ-а) ΔABD равнобедренный: $AB = BD$ (по определению равнобедренного Δ-а). Но AD — медиана $\Delta ABC \Rightarrow$ (по определению медианы Δ-а) $CD = BD = AB = \sqrt{26} \Rightarrow BC = BD + CD = 2\sqrt{26}$

~~3) Введём обозначение~~: BF — высота ΔABD

3) ΔABD — равнобедренный: $AB = BD$; $\Rightarrow$ (по свойству равнобедренного Δ-а) BF — медиана $\Delta ABD \Rightarrow$ (по определению медианы Δ-а) $AF = FD$. Далее перерисуем чертёж.

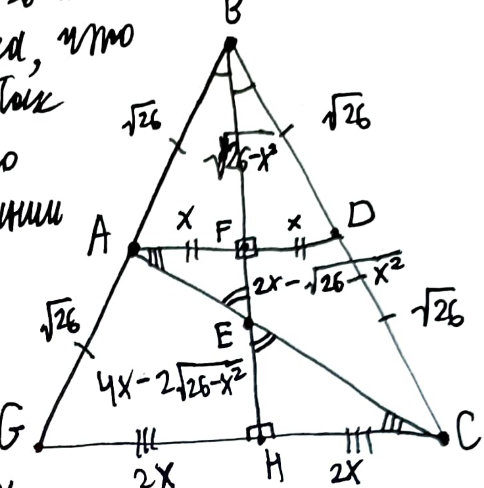


4) Введём обозначения: $AF = x$ ($\Rightarrow DF = x \Rightarrow AD = AF + DF = 2x$); $BF = y$ ($\Rightarrow EF = BE - BF = 2x - y$).

СТРАНИЦА 6

Чистовик

По теореме Пифагора для прямоугольного $\triangle ABF$ (у него $\angle AFB = 90^\circ$): $AB^2 = AF^2 + BF^2 \Leftrightarrow 26 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow y^2 = 26 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{26 - x^2}$ (так как $y > 0$)



5) Пусть G — такая точка, что $A \in BG$ и $AG = AB = \sqrt{26}$. Так как $BA = AG$ и $BD = DC$, то (по определению средней линии $\triangle$-а) AD — средняя линия $\triangle GBC \Rightarrow$ (по свойству средней линии $\triangle$-а) $AD \parallel$ $\parallel GC$. Но $BF \perp AD \Rightarrow$ (пусть H — такая точка, что $H \in CG$ и $F \in BH$ (тогда и $E \in BH$)) $BH \perp CG$. Так как $AB = BD$, то и $AG = DC \Rightarrow AB + AG = BD + DC \Leftrightarrow BG = BC \Rightarrow$ $\Rightarrow$ (по ~~по~~ определению равнобедренного $\triangle$-а) $\triangle GBC$ равнобедренный. Но BH — высота $\triangle CBG$ (по определению высоты $\triangle$-а) $\Rightarrow$ (по свойству равнобедренного $\triangle$-а) BH — медиана $\triangle GBC \Rightarrow$ (по определению медианы $\triangle$-а) $CH = HG$. По свойству средней линии $\triangle$-а: $CG = 2AD \Leftrightarrow GH + HC = 2 \cdot (AF + FD) \Leftrightarrow 2CH = 2 \cdot 2AF \Leftrightarrow CH = 2AF = 2x$.

~~6) AF ∥ CH и HC = 6) E~~

6) У $\triangle AEF$ и $\triangle CEH$: $\angle AEF = \angle CEH$ (вертикальные $\angle$-ы); $\angle EAF = \angle ECH$ (накрест лежащие $\angle$-ы при секущей AC; так как $AD \parallel CG$, то $AF \parallel CH$) $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ (по I признаку подобия $\triangle$-в) $\triangle AFE \sim \triangle CHE \Rightarrow$ $\Rightarrow \dfrac{HE}{FE} = \dfrac{HC}{FA}$. Но $HC = 2FA \Rightarrow HE = 2FE = 4x - 2\sqrt{26 - x^2}$

Чистовик

СТРАНИЦА 7

7) CA-медиана ΔBCG (так как $AB = AG$; по определению медианы Δ-а); BH-медиана ΔBCG; $\Rightarrow$ $E = AC \cap BH \Rightarrow$ (по свойству медиан Δ-а)

$BE = 2EH = 8x - 4\sqrt{26-x^2}$.

8) $\begin{cases} BE = 8x - 4\sqrt{26-x^2} \\ BE = AD \text{ (по условию)} = 2x \end{cases} \Rightarrow \cancel{2x} = \cancel{8x} - 4\sqrt{26-x^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cancel{4}\sqrt{26-x^2} = \cancel{6}x \Leftrightarrow \sqrt{26-x^2} = 1{,}5x \Leftrightarrow$ (так как $x > 0$) $26 - x^2 = 2{,}25x^2 \Leftrightarrow 26 = 3{,}25x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{0{,}25} = 2 \cdot 4 = 8 \Rightarrow$ (так как $x>0$) $x = 2\sqrt{2} = AF \Rightarrow FE = 2\cdot 2\sqrt{2} - \sqrt{26-(2\sqrt{2})^2} =$

$= 4\sqrt{2} - \sqrt{26 - 8} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$

9) Из подобия ΔAFE и ΔCHE: $\frac{CE}{AE} = \frac{CH}{AF}$. Но $CH = 2AF \Rightarrow CE = 2AE$. А из теоремы Пифагора для ΔAFE (у него $\angle AFE = 90°$): $AE = \sqrt{AF^2 + FE^2} =$

$= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{8+2} = \sqrt{10} \Rightarrow CE = 2\sqrt{10} \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = AE + EC = 3\sqrt{10}$

10) $\begin{cases} AB = \sqrt{26} \\ BC = 2\sqrt{26} \\ AC = 3\sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow$ (Введём обозначение: p – полупериметр ΔABC) $p = \frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{\sqrt{26}+2\sqrt{26}+3\sqrt{10}}{2} =$

$= \frac{3\sqrt{26}+3\sqrt{10}}{2}$

По формуле Герона: $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} =$

$= \sqrt{\frac{3\sqrt{26}+3\sqrt{10}}{2} \cdot \left(\frac{3\sqrt{26}+3\sqrt{10}}{2} - \sqrt{26}\right)\left(\frac{3\sqrt{26}+3\sqrt{10}}{2} - 2\sqrt{26}\right)\left(\frac{3\sqrt{26}+3\sqrt{10}}{2} - 3\sqrt{10}\right)} =$

$= \sqrt{\frac{(3\sqrt{26}+3\sqrt{10})(\sqrt{26}+3\sqrt{10})(3\sqrt{10}-\sqrt{26})(3\sqrt{26}-3\sqrt{10})}{4}} =$

Чистовик

Страница 8

$$\cancel{S_{\Delta ABC}} = \frac{\sqrt{(9\cdot 26 - 9\cdot 10)\cdot(9\cdot 10 - 26)}}{4} =$$

$$= \frac{\sqrt{(234-90)\cdot(90-26)}}{4} = \frac{\sqrt{144\cdot 64}}{4} = \frac{\overset{3}{\cancel{12}}\cdot 8}{\cancel{4}_1} = \boxed{24}$$

Ответ: $S_{\Delta ABC} = 24$

Чистовик

Страница 9

Задача 6

Докажем, что если $p_1=1, p_2, \dots, p_{k-1}, p_k=N$ — все натуральные делители N такие, что $p_i<p_j$ при $i<j$ ($i\in\{1;2;\dots;k\}$; $j=\{1;2;\dots;k\}$), то $\boxed{N=p_a\cdot p_{k-a+1}}$, где $a\in\{1;2;\dots;k\}$. ~~Нетрудно понять, что при $a>1$: $N=p_1p_k=1\cdot N$.~~

~~Пусть 3~~ Пусть $N=a_1b_1=a_2b_2$, где a_1, b_1, a_2, b_2 — натуральные делители N, при этом $a_1\neq a_2 \Rightarrow b_1\neq b_2$. Также если $a_1<a_2$, то $b_1>b_2$.

Таким образом, если $\overset{1}{p_1}<p_2<\dots<\underset{N}{p_k}$ — все различные натуральные делители N, то $\frac{N}{p_k}<\frac{N}{p_{k-1}}<\dots<\frac{N}{p_1}$ — тоже все различные натуральные делители N. Значит наше утверждение верно.

$p_3\cdot p_4\cdot p_{1696}\cdot p_{1697}\geqslant N^2 \Leftrightarrow p_3\cdot p_4\cdot\frac{N}{p_{k-1696}}\cdot\frac{N}{p_{k-1697}}\geqslant N^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p_3 p_4\geqslant p_{k-1697}\,p_{k-1696}\Rightarrow k\geqslant 1698$

~~Если $k\in[1;$~~

Если $k\leqslant 1700$, то $0<1\leqslant p_{k-1697}\leqslant p_3$ и $0<1\leqslant p_{k-1696}\leqslant p_4 \Rightarrow$ верно.

Если $k\geqslant 1701$, то $0<1<p_3<p_{k-1697}$ и $0<1<p_4<p_{k-1696}\Rightarrow$ неверно.

Таким образом, $k\in\{1698;1699;1700\}$ — это всё, что мы знаем про число N, то есть $\sigma(N)\in\{1698;1699;1700\}$.

ЧИСТОВИК

СТРАНИЦА 10

~~I) σ (A~~

Пусть $N = q_1^{m_1} \cdot q_2^{m_2} \cdot \ldots \cdot q_x^{m_x}$, где $q_1 < q_2 < \ldots < q_x$ — все различные простые делители N; $m_1, m_2, \ldots, m_x$ — натуральные числа. Тогда (из комбинаторных соображений) $\sigma(N) = (m_1+1) \cdot (m_2+1) \cdot \ldots \cdot (m_x+1)$. Далее 3 случая:

I) $\sigma(N) = 1698 \Leftrightarrow (m_1+1) \ldots (m_x+1) = 1698$

II) $\sigma(N) = 1699 \Leftrightarrow (m_1+1) \ldots (m_x+1) = 1699$

III) $\sigma(N) = 1700 \Leftrightarrow (m_1+1) \ldots (m_x+1) = 1700$

Нужно найти $\sigma(N^3) =$ (аналогично) $(3m_1+1) \cdot (3m_2+1) \cdot \ldots \cdot (3m_x+1)$. ~~Нуж~~ Надо найти все возможные $\{m_1, m_2, \ldots, m_k\}$.

I) $1698 = 2 \cdot 849 = 2 \cdot 3 \cdot 283$; а $283 \not\vdots\, 2$; $2+8+3=13 \not\vdots\, 3$; $283 \not\vdots\, 3$; $283 \not\vdots\, 5$;

$283 = 7 \cdot 40 + 3 = 11 \cdot 25 + 8 = 13 \cdot 21 + 10 = \ldots$ а $17 > \sqrt{283}$, так как $289 > 283 \Rightarrow 283 \in \mathbb{P}$

II) 1699 (аналогично) $\not\vdots\, 2, \not\vdots\, 3, \not\vdots\, 5$; $1699 = 7 \cdot 242 + 5 = 11 \cdot 154 + 5 = 13 \cdot 130 + 9 = 17 \cdot 99 + 16 = 19 \cdot 89 + 8 = 23 \cdot 73 + 20 = 29 \cdot 58 + 17 = 31 \cdot 54 + 25 = 37 \cdot 45 + 34 = 41 \cdot 41 + 18$, а $43 > \sqrt{1699}$, так как $\overset{1849}{\overset{1840}{1600 + 240} + 9} > 1699 \Rightarrow 1699 \in \mathbb{P}$

II) $(m_1+1) \cdot \ldots \cdot (m_x+1) = 1699 \Rightarrow m_1 = 1688 \Rightarrow \sigma(N^3) = 3 \cdot 1688 + 1$

III) $1700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 17$, а $17 \in \mathbb{P}$

I) $(m_1+1) \cdot (m_2+1) \cdot \ldots \cdot (m_x+1) = 2 \cdot 3 \cdot 283 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ а) $k=3$, $m_1=1$, $m_2=2$, $m_3=282$ $\Rightarrow \sigma(N^3) = 4 \cdot 7 \cdot 847$

б1) $k=2$, $m_1=1$, $m_2=848$ $\Rightarrow \sigma(N^3) = 4 \cdot (3 \cdot 848+1)$

б2) $k=2$, $m_1=5$, $m_2=282$ $\Rightarrow \sigma(N^3) = 16 \cdot (3 \cdot 282+1)$

б3) $k=2$, $m_1=565$, $m_2=2$ $\Rightarrow \sigma(N^3) =$

в) $k=1$, $m_1=1697$ $\Rightarrow \sigma(N^3) = 3 \cdot 1697+1$

получим все возможные значения $\sigma(N^3)$. Аналогично II ~~...~~ и

Черновик

СТРАНИЦА 11

№1

$1-\sqrt{2}\cos x\sin x-2\sqrt{2}\cos^2x+2\sqrt{2}\sin^2x-\sqrt{2}\sin x\cos x=2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)$

$\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\left(2\sin x\cos x+2\cos^2x-2\sin^2x\right)$

$\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\cdot(\sin 2x+2\cos 2x)$

$\cancel{\cos 2x}-\sin 2x=2\sin 2x+\cancel{4}\,3\cos 2x$

$0=\sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

$2x+\frac{\pi}{4}=\pi k\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$

$(x_1+x_2+x_3)(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)=\_\_+3x_1x_2x_3$

№2

$t_{приб.}$

~~13ч~~

м. в 13:00 | в. в 13:00

I м. п. | II в. п. | III м. п. | IV в. п. $\frac{L}{v}+2ч$

II: $13:00\xrightarrow{\frac{L}{2v}}t_{приб}$; $12:00\xrightarrow{\frac{L}{v}+2ч}t_{приб.}$

IV: $13:00\xrightarrow{\frac{L}{v}}t_{приб}$; $12:00\xrightarrow{\frac{L}{2v}}t_{приб.}$

III: $\frac{L}{v}=2ч$; $13:00\longrightarrow t_{приб}$; $12:00\xrightarrow{\frac{L}{2v}+2ч}t_{приб.}$ 1ч

I: $2ч+\frac{L}{2v}=3ч$; $13:00\longrightarrow t_{приб.}$; $\frac{L}{v}=6ч$; $\longrightarrow t_{приб.}$

$1699:37=45$, -148, 219, -185, 34

$279:29=8$, -232, 47

I) $3ч+\frac{L}{2v}=\frac{L}{v}$

$\frac{L}{v}=6ч$

II) $\frac{L}{v}+1ч=\frac{L}{2v}+2ч$; 1ч

II) $\frac{L}{2v}+1ч=\frac{L}{v}+2ч$; $\frac{L}{2v}$

$\frac{L}{v}=2ч$

№3

$x_1+x_2+x_3=-6$

$x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=7$

$x_1x_2x_3=-1$

$-a=2\Sigma()=-12\Rightarrow a=12$

$b=\Sigma()^2+3\Sigma()()=43$

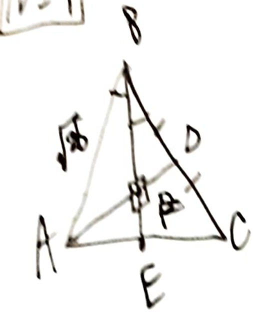
$(\Sigma())^2-2\Sigma()()$

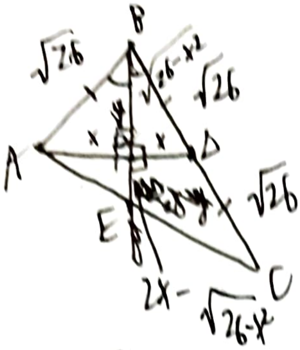
$-c=(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1)=(x_1^2+x_1(x_2+x_3)+x_2x_3)(x_2+x_3)=$

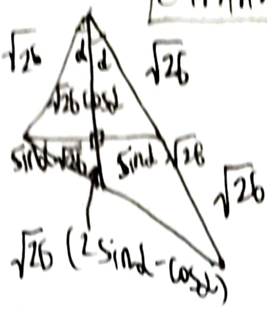
$=x_1^2(x_2+x_3)+x_1(x_2^2+2x_2x_3+x_3^2)+x_2x_3(x_2+x_3)=2x_1x_2x_3+(x_1\ldots$

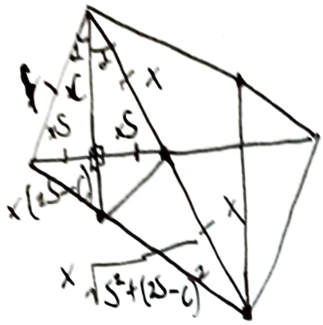
№54

СТРАНИЦА 12



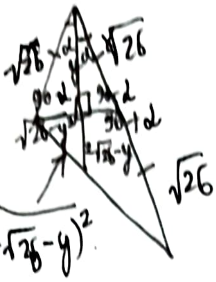






$S=\sin\alpha$

$C=\cos\alpha$

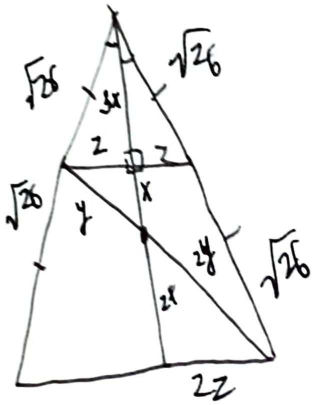


$\sqrt{26-y^2+(2\sqrt{26}-y)^2}$

~~$N=p^k,\ k\geq 1696$~~

~~1695~~

$p^2\cdot p^4\cdot p\cdot p$



$26-9x^2=z^2$

$y^2-x^2=z^2$

$4z^2+36x^2=104$

$\to z^2=26-9x^2$

$$\begin{cases}26-8x^2=y^2-x^2\\32x^2+4y^2=104\end{cases}$$

$z^2=26-9x^2$

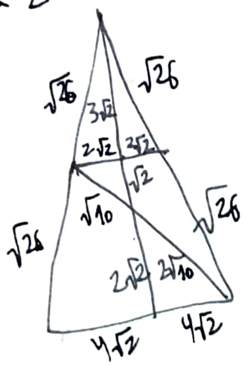
$y^2=26-8x^2$

~~$4x=3y$~~

$S=$ $2z\cdot 6x=12xz$

$2z=4x\Leftrightarrow z=2x$

$13x^2=26\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$



Повысить оценку на 10 баллов (старая оценка 80 баллов, новая оценка 90 баллов)

Председателю апелляционной комиссии олимпиады школьников „Покори Воробьёвы горы!"
Ректору МГУ имени М.В. Ломоносова академику В.А. Садовничему
ученика 10 класса ГБОУ СО „ЛАП №135 (Базовая школа РАН)" г. Самара
Кириллова Андрея Александровича

апелляция

Прошу пересмотреть выставленные технические баллы (80 баллов из 100) за мою работу заключительного этапа по математике, поскольку считаю, что за задачу 5 (обозначенную в моей работе как задача 6, так как в условиях, которые раздали организаторы, задача 5 была обозначена как задача 6, и организаторы сказали подписать пятую задачу шестой) должны дать ~~хотя бы 5~~ 10 баллов. ~~Возможно, даже 10~~. Я обоснованно получил часть ответа (в виде элементарных выражений). Я верно рассмотрел 2 правильные ситуации: $\sigma(N)=1698$ и $\sigma(N)=1699$. Несмотря на то, что я упустил случай $\sigma(N)=1697$ и сказал о невозможном случае $\sigma(N)=1700$, „не меньше двух правильных ситуаций" я рассмотрел, и притом верно. У меня есть обоснование, почему большие значения $\sigma(N)$ не подходят. По критериям, за задачу 5 мне полагается 10 баллов. Однако за последнюю задачу мне поставили 0 баллов.

Дата: 20 апреля 2023 года

Кирилл / Кириллов А.А.