0 161084 040006

16-10-84-04
(142.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 6 класс

Выход: 14^{53} – 14^{55}

Место проведения Челябинск
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы!
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Скивко Тимура Вячеславовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
16-10-84-04	70	21	7	0	21	0	21	X	X

70 (семьдесят) ЛИСТ-ВКЛАДЫШ ~~Хар~~

16-10-84-04 (142.1)

Чистовик

1	2	3	4	5	6

Задание № 1

Сначала А утверждает, что В двурушник, ~~В~~ В отрицает это, т. е. говорит, что он не двурушник, а С говорит, что В солгал, значит говорит, что он не (не двурушник), т. е. двурушник, но А это отрицает, а это значит что теперь он утверждает, что С не двурушник, ~~т. е.~~ а значит он говорит противоположное первому утверждению, т. е. из двух его утверждений одно истинно а ~~втор~~ другое ложно (т. к. В или двурушник или не двурушник), а значит он двурушник.

Ответ: двурушником.

~~обозна~~ Задача 6

Обозначим перекрестки за вершины графа а ~~ребр~~ а отрезок между двумя ~~за~~ соседними перекрестками ребрами графа. Чтобы убрать max ребер

Чистовик

нужно оставить min ребер. Вершин: $23 \cdot 10 = 230$. Ребер: $22 \cdot 10 + 23 \cdot 9 = \cancel{202}\ 220 + 207 =$
$= 427$. В связном графе с n вершинами min $n-1$ ребро, и ~~то~~ это достигается тогда и только тогда, когда этот граф дерево. Значит в этом графе, чтобы он был связным, должно остаться min $230 - 1 = 229$ ребер, а т.к. в любом связном графе есть ~~ос~~ остовное дерево (в данном случае например спиралеобразное)

(примерно такое), то это достигается, а значит max одновременно можно ремонтировать $427 - 229 = 198$ участков.

Ответ: 198 участков

Задача №4

Пусть $p = 2$. Тогда $2^q - q^2 + 3 = 2^1 = 2 \mid -3$
$2^q - q^2 = -1 \Rightarrow q^2 > 2^q$, при нат. q это верно только при $q = 3$ ($2^2 = 2^2$; $1^2 < 2^1$; $4^2 = 2^4$; $n^2 < 2^n$ (при $n > 4$)), т.к. начиная от $n = 4$: $2^{n+1} - 2^n = 2^n >$

Лист 2

16-10-84-04
(142.1)

черновик

$23 \times 9 = 207$

2

$\cancel{32 - 2}$

2

2 3

$+2^n$

$(n+1)^2 - n^2 = 2^a - a^2 = -1$

3

$= 2n + 1$

$\frac{5}{6}$ $2^3 - 3^2 + 3 = 2^{2-1}$

$+2n+1$

$5k+1$

$2^4 - 4^2$

2^n

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{12}$

$p^2 - 2^p + 3 = 2^{p-1}$

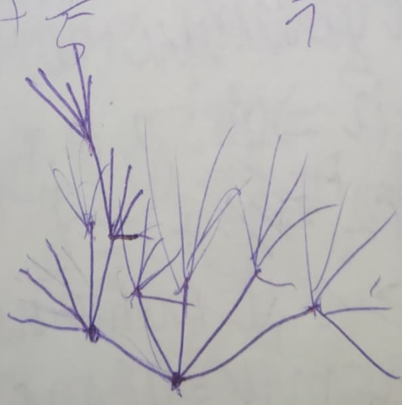
$3^2 - 2^3$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$

$\frac{4n+1}{4n^2+2n}$

$1 - 0$

$2n(2n+1)$

$2(2n^2+n)$



2

1 3

1

2

25

$\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n-2}$

145

$\frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1}$

Чистовик

$> ~~n^2~~ 2n+1=(n+1)^2-n^2$, т.е. увеличение у степени двойки больше, ~~т.к.~~ а на этапе от $n=4$ она ~~в~~ равна квадрату, а значит далее будет больше). ~~П~~ При этом ~~эт~~ тогда все работает: $2^3-3^2+3=2^{2-1}$.

Пусть $p>2$. Тогда $p-1\geq 2$. Тогда $2^{p-1} \vdots 4$. Т.к. p простой и >2, то оно нечетно. Значит p^q имеет нечетный остаток при делении на 4. 3 дает нечетный остаток при делении на 4 (3). Значит p^q+3 и 2^{p-1} имеет четный остаток при делении на 4 (0 : 2). Значит q^p тоже должно давать четный остаток при делении на четыре.

Значит $q^p \vdots 2 \Rightarrow q \vdots 2$, а т.к. оно простое $q=2 \Rightarrow p^2 - 2^p + 3 = 2^{p-1} \geq 4 \quad \Big| -3$

$p^2-2^p=2^{p-1}-3\geq 1$, а как было доказано ранее это достигается только при $p=3$ и при этом все работает: $3^2-2^3+3=2^{3-1}$

Ответ: $p=2,\ q=3;\ p=3,\ q=2$

Лист 3

деширф

16-10-84-04
(142.1)

[redacted]

Черновик

[redacted]

$a^{2023}+b^{2023}+c^{2023}=n^2$

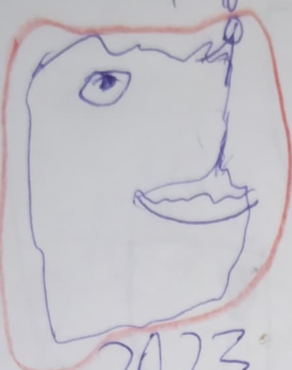
ЯНА СИД[illegible]НИК

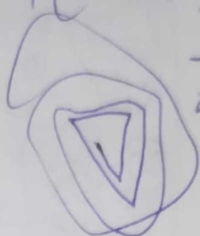
$\frac{5-0}{4}$

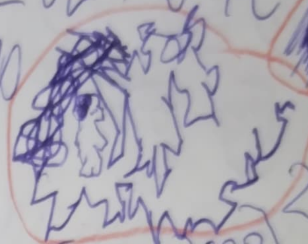
$a^{2023}=$

$a^{2023}+b^{2023}+c^{2023}=a^2+b^2+c^2$

10







2023 2023 2023 2023

$2^{2023}+2^{2023}+(2^{2023})$

1+1

2023

$(2^{2023})\cdot(1+2^{2023})$ 2022 $+2^{2023}$

$1+5+2$ $a^{2023}+b^{2023}+$ 2023

$1+2$

20 ~~2.0~~ 25

5 2

100 15 4 126

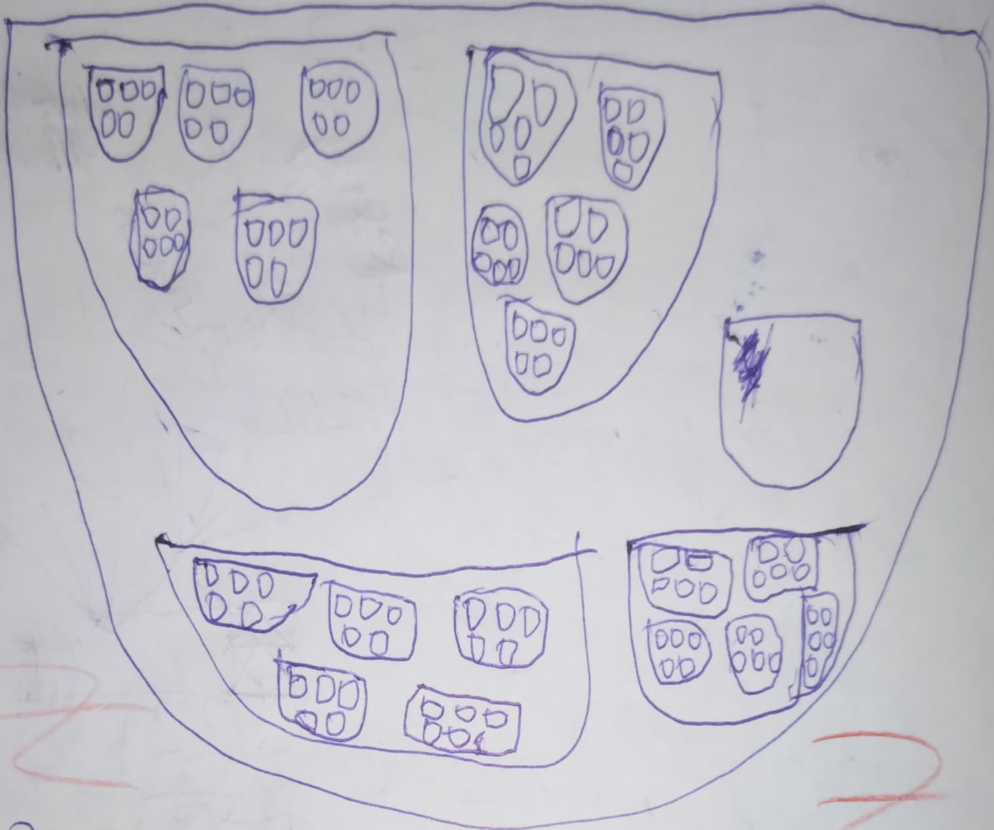
Чистовик

Задача 2

Ответ: 126 пакетов.

Вот пример:

Ʊ — пакет



Здесь $5 \cdot 5 \cdot 4 + 1 = 101$ пустой пакет, и в каждом или 5 или 0, т.е все условия выполнены, а всего 126 пакетов.

Для оценки можно представить эти пакеты в виде графа (вершины — пакеты, ребро если один внутри другого), получилось дерево... Лист 1

Черновик

$a^{2023}+b^{2023}+c^{2023}=n^{2232}$

$a^2 \quad a^4 \quad a^8$

05.05.2045

$2^2 \quad 2^4 \quad 2^8$

25.12.2025

25.05.2025

$2^{4046}+2^{8092}+2^{16184}$

$= k$

~~2035~~

~~05.05~~

05.4

$3^2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3^8$

$3^{4046}+3^{4046}\cdot 3^{4046}\cdot 2+3^{4046}$

$3^2\cdot 2 \quad 3^3$

$k^2+2k^4+k^8 \quad 3^{2023}+3^{4069}$

~~$k^2+k^{2^2}+k^2$~~

$k^2\left(1+2k^2+(k^2)^2\right)=k^2\cdot(k^2+1)^2$

$(3^{2023})^2\cdot\left(1+2(3^{2023})^2+(3^{2023})^2\right.$

~~Задача 5~~ Задание №5 Чистовик

~~$a=3^2$~~

~~$b=3^4\cdot 2$~~

~~$c=3^{16}$~~

~~$a^{2023}+b^{2023}+c^{2023}=3^{2^{2023}}+3^{4^{2023}}\cdot 2^{20}$~~

$a=3^2$

$b=3^4\cdot 2$

$c=3^{16}$

$$a^{2023}+b^{2023}+c^{2023}=\left(3^{2023}\right)^2+\left(3^{2023}\right)^{2^2}\cdot 2^{2023}+$$

$$+\left(3^{2023}\right)^{2^{2^2}}=\cancel{3^{2023^2}\cdot\left(1+3^{2023^2}\cdot 2^{2023}\right.}$$

$$=3^{2023^2}\cdot\left(1+3^{2023^2}\cdot 2^{2023}+3^{2023^{2^2}}\right)=$$

$$=3^{2023^2}\cdot\left(1+3^{2023^2}\cdot 2+3^{2023^{2^2}}+3^{2023^2}\cdot 2^{2023}\right)=$$

$$=3^{2023^2}\cdot\left(\left(3^{2023^2}+1\right)^2+3^{2023^2}\cdot 2^{2022}\right)=$$

$$=3^{2023^2}\cdot\left(\left(3^{2023^2}+1\right)^2+\left(3^{2023}\cdot 2^{1011}\right)^2\right)$$

лист 5